CAD/CAM/CAE 实用技术丛书



【流体力学教学参考书】

FLUENT

——流体工程仿真计算实例与分析

韩占忠 编

PDG

本书附有实例光盘

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

CAD/CAM/CAE 实用技术丛书

本套书还有



- 必备的理论知识和典型的案例分析，帮您加深理解FLUENT软件的算法、模型等理论
- 深入的参数设置和详尽的操作步骤，帮您迅速掌握解决复杂工程问题的思路和方法
- 包含了流体流动、传热、多相流、动网格、UDF等层面的典型工程应用案例
- 附加光盘中提供了所有实例的文件和UDF源程序，使学习更加快捷



FLUENT
——流体工程仿真计算实例与分析

策划编辑：李炳泉
责任编辑：申玉琴
封面设计：七星工作室

ISBN 978-7-5640-2604-2

定价: 39.00 元

CAD/CAM/CAE 实用技术丛书

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

韩占忠 编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书在介绍了计算流体力学基本概念的基础上，以流体工程中较为典型的9个案例为主线，介绍了利用Fluent软件平台对流体工程问题进行数值模拟与仿真计算的方法。本书的编写仍然采用了“跟我学”的风格，较为细致地介绍了从建模、网格划分到仿真计算的全过程，同时特别强调了对计算结果的分析与讨论，力求引起读者对网格划分和计算结果正确性的深入思考。本书可作为工程类相关专业本科及研究生计算流体力学课程的教学参考书和工程类本科生毕业设计的参考资料，也可供广大从事流体机械工程的科技人员参考。

版权专有　侵权必究

图书在版编目（CIP）数据

Fluent：流体工程仿真计算实例与分析/韩占忠编．—北京：北京理工大学出版社，2009.8

ISBN 978-7-5640-2604-2

Ⅰ．F…　Ⅱ．韩…　Ⅲ．流体力学：工程力学-计算机仿真-应用软件，Fluent-高等学校-教学参考资料　Ⅳ．TB126-39

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第139548号

出版发行／北京理工大学出版社
社　　址／北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编／100081
电　　话／(010)68914775(总编室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址／http：//www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／北京友谊印刷有限公司
开　　本／787毫米×1092毫米　1/16
印　　张／19
彩　　插／1
字　　数／445千字
版　　次／2009年8月第1版　　2009年8月第1次印刷
印　　数／1~4000册　　责任校对／申玉琴
定　　价／39.00元　　责任印制／边心超

图书出现印装质量问题，本社负责调换

前　　言

《Fluent——流体工程仿真计算实例与应用》一书与读者见面已经有五年了，在此感谢读者对本书的厚爱，也感谢许多读者提出的带有建设性的宝贵意见。

在这五年中，情况发生了很大的变化，Fluent 的版本已发展到 6.3 版，读者在流体工程仿真计算的实践中也有很多的体会，为了适应新形势的需要，也是作为《Fluent——流体工程仿真计算实例与应用》一书的延续，特编写了她的姊妹篇《Fluent——流体工程仿真计算实例与分析》，供广大从事流体工程的科学工作者参考。

本书基本上延续了上一本书的编写风格，仍然以工程实例为主线，讲述流体工程仿真计算中的问题以及解决的方法。本书共例举了 9 个算例，介绍了流体仿真计算中的问题与解决方案。这里特别强调的是区别，本书与上一本书的区别主要在于侧重了对计算结果的分析，这也是在教学过程中发现的主要问题。在计算流体力学教学过程中，包括许多本科生做毕业设计以及研究生在所研究的课题上，进行了仿真计算后，往往缺少对计算结果的分析这一重要环节，同时许多物理上的概念也没有得到充分的重视。由于缺乏对计算结果的分析和整理，研究报告往往缺乏说服力。为此编写一本带有对计算过程及计算结果进行分析的教材或教案就显得尤为重要，这也是作者编写本书的初衷。

本书的第一章首先介绍了计算流体力学中的若干差分方法，并针对简单问题给出了编程计算的实例，这一章的目的是使读者对计算流体力学有一个初步的认识。第二章介绍二维流动的仿真计算实例，包括了边界层流动问题、翼型的升力计算、船舶航行过程、水的沸腾问题以及动网格的应用，介绍了紊流模型的选取、VOF 模型的应用以及带有相变的多相流动问题的计算与分析。第三章介绍了三维流动问题，包括引射式混流器、螺旋槽纹管道内的流动和叶轮机械内流动以及喷水、喷沙两相流动等的计算方法。书中的这些实例是比较有代表性的，也是在教学和科研中常见的问题。在编写本书过程中，编者其实很忐忑，计算流体力学是一门博大精深的学科，所涉及的内容非常广泛，读者也是来自各行各业，一本书的内容是不可能满足所有需求的，只能是有选择地举几个典型的例子。另外，本书也不想编成一本介绍计算流体力学理论的书，因为这样的书太多了，读者完全可以查阅相关的书籍，满足自己的需要。根据作者自身的体会，学习应首先从算例学起，入门后才能谈得上提高，故本书也只能算是一本流体工程仿真计算中稍微深入一点的入门书籍。

本书采用 Fluent 6.2 版和 Gambit 2.2 版。在本书的编写过程中得到北京理工大学王国玉教授、杨策教授和王瑞君副教授的许多有益的建议和启示，也得到硕士研究生陶磊、冯玥、薛东青、刘广才、牛宁海、祖立正、孔德才和薛庆阳的大力支持，在此一并表示衷心的感谢。由于本人水平有限，加之编写过程较为仓促，书中难免有遗漏、不严谨或错误的地方，恳请广大读者批评指正。

编者

PDG

目　录

第一章　计算流体力学概论 …… (1)
第一节　计算流体力学与数值模拟 …… (1)
第二节　计算流体力学的发展 …… (2)
第三节　微分方程的分类 …… (3)
第四节　常用的模型方程 …… (3)
第五节　差分格式构造方法 …… (4)
一、Taylor 级数展开法 …… (5)
二、多项式插值法 …… (8)
三、待定系数法 …… (9)
四、积分方法 …… (10)
五、特征线法 …… (11)
六、控制体积法 …… (12)
第六节　几种模型方程的常用差分格式 …… (13)
一、对流方程 …… (13)
二、扩散方程 …… (16)
三、对流扩散方程 …… (17)
第七节　差分格式的相容性、收敛性和稳定性 …… (19)
第八节　流体力学常见偏微分方程的数值解法 …… (20)
一、偏微分方程的形式和来源 …… (20)
二、抛物型方程的数值解 …… (21)
三、双曲型方程特征线法 …… (27)
第二章　二维流动与传热问题 …… (31)
第一节　空气流过高温平板的流动与换热问题 …… (31)
第 1 步：在 Gambit 中创建流域结构、划分网格并确定边界类型 …… (32)
第 2 步：创建网格 …… (34)
第 3 步：定义边界类型 …… (35)
第 4 步：在 Fluent 中对问题进行设置 …… (37)
第 5 步：求解 …… (43)
第 6 步：计算结果分析 …… (45)
讨论 1：网格对计算结果的影响 …… (53)
讨论 2：边界层流动问题 …… (56)
一、平板层流边界层 …… (56)
二、平板紊流边界层 …… (57)

三、平板混合边界层 …… (57)
第二节 空气绕流机翼空气动力学分析 …… (57)
第 1 步：利用 Gambit 建立几何模型 …… (58)
第 2 步：划分网格 …… (64)
第 3 步：定义边界类型 …… (67)
第 4 步：保存文件并输出网格 …… (68)
第 5 步：进行 Fluent 求解计算设置 …… (69)
第 6 步：求解计算 …… (72)
第 7 步：计算结果分析 …… (76)
讨论 1：网格对计算结果的影响（将机翼头部网格加密后重新计算） …… (80)
讨论 2：气体压缩性对流动的影响（将气体视为可压缩流体后重新计算）
…… (84)
讨论 3：黏性对计算结果的影响（将气体视为黏性不可压流体重新计算）
…… (87)
第三节 船舶行驶阻力特性数值模拟——VOF 模型的应用 …… (92)
第 1 步：启动 Gambit …… (93)
第 2 步：创建船体附近小流域 …… (93)
第 3 步：创建外围流域 …… (96)
第 4 步：确定边界类型 …… (97)
第 5 步：求解计算 …… (98)
第 6 步：第一次调整水线 …… (112)
第 7 步：第二次调整水线 …… (116)
讨论 1：混合网格的计算 …… (119)
第 1 步：创建工作环境 …… (119)
第 2 步：在船体附近小区域构造非结构四边形网格 …… (119)
第 3 步：进行设置并开始计算 …… (120)
讨论 2：压力出流边界的计算 …… (122)
第 1 步：创建工作环境 …… (122)
第 2 步：建立压力出流边界计算模型 …… (123)
第 3 步：启动 Fluent 进行模拟计算 …… (124)
第四节 水箱沸腾加热过程——Mixture 模型的应用 …… (128)
第 1 步：启动 Gambit …… (128)
第 2 步：创建流动区域 …… (129)
第 3 步：利用 Fluent 进行设置与求解 …… (132)
一、定义常数和包含库文件 …… (140)
二、宏 DEFINE_....定义 UDF 函数 …… (141)
三、函数体部分 …… (141)
第 4 步：计算结果的后处理 …… (146)
第五节 平板在空气中的降落过程——动网格应用 …… (150)

第1步：流域按网格类型分解 …… (150)
第2步：求解设置 …… (153)
第3步：稳态流动的求解 …… (156)
第4步：非定常流动过程计算 …… (157)
第5步：动网格设置与计算 …… (160)
第6步：后处理 …… (165)
第三章 三维流动仿真计算 …… (168)
第一节 引射式冷热水混流器流动分析 …… (168)
第1步：建立三维模型 …… (169)
第2步：划分网格 …… (172)
第3步：边界类型 …… (175)
第4步：启动 Fluent 进行计算 …… (175)
第5步：计算结果后处理 …… (186)
讨论：影响出流温度的因素 …… (195)
第二节 单头螺旋槽纹管内的流动 …… (197)
第1步：启动 Gambit …… (198)
第2步：建立螺旋槽纹管内的螺旋槽 …… (198)
第3步：创建主管道 …… (201)
第4步：网格划分 …… (203)
第5步：确定边界类型 …… (205)
第6步：启动 Fluent，读入网格文件 …… (206)
第7步：计算模型及边界条件设置 …… (207)
第8步：求解器控制参数设置 …… (210)
第9步：后处理 …… (212)
第10步：阻力损失的进一步计算与结论 …… (218)
第三节 叶轮机械流动问题——Turbo 工具的应用 …… (219)
第1步：启动 Gambit，创建流域外形 …… (220)
第2步：利用 Turbo 工具进行建模 …… (224)
第3步：利用 Fluent-3d 求解器进行计算 …… (229)
第4步：计算结果的后处理 …… (234)
讨论1：有分流叶片流域的建模 …… (242)
讨论2：涡轮建模与旋转坐标系的应用 …… (245)
第1步：有叶顶间隙流域的建模 …… (245)
第2步：建立单旋转坐标系并进行计算 …… (249)
第3步：计算结果的后处理 …… (255)
第四节 喷泉的喷射——VOF 与 DPM 模型的应用 …… (260)
第1步：启动 Gambit …… (260)
第2步：建立流域 …… (260)
第3步：网格划分 …… (263)

第 4 步：确定边界类型 ………………………………………………………… (264)
第 5 步：启动 Fluent-3d，读入网格文件 …………………………………………… (266)
第 6 步：计算模型及边界条件设置 ……………………………………………… (266)
第 7 步：求解器控制参数设置 …………………………………………………… (271)
第 8 步：后处理 ………………………………………………………………… (276)
讨论 1：空气混合沙粒喷出的非耦合计算 ………………………………………… (279)
分析 1：沙粒所占的体积比例 …………………………………………………… (279)
分析 2：沙粒喷射高度 ………………………………………………………… (279)
第 1 步：连续相的流动计算 …………………………………………………… (280)
第 2 步：进行喷沙流动的计算 ………………………………………………… (281)
第 3 步：计算结果后处理 ……………………………………………………… (284)
讨论 2：离散相模型的耦合计算 ………………………………………………… (288)
讨论 3：单个颗粒源的点属性设置 ……………………………………………… (291)
参考文献 ……………………………………………………………………… (295)

第一章

计算流体力学概论

计算流体力学在近年来有了突飞猛进的发展，而且正在以更快的速度前进。推动这一发展的原因，一方面是解决实际问题的需要；另一方面也是计算技术的飞速发展和巨型计算机的出现。

计算流体力学是多种领域的交叉学科，它所涉及的学科有流体力学、偏微分方程的数学理论、计算几何、数值分析、计算机科学等。它的发展促进了这些学科的进一步发展，而最终体现计算流体力学水平的是解决实际问题的能力。

第一节 计算流体力学与数值模拟

任何流体运动的规律都是以以下三个定律为基础的：质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律。这些基本定律可由数学方程组来描述，如连续性方程、Euler 方程、N–S 方程等。采用数值计算方法，通过计算机求解这些数学方程，研究流体运动特性，给出流体运动空间定常或非定常流动规律，这样的学科就是计算流体力学。

计算流体力学的兴起推动了研究工作的发展。自从 1687 年牛顿定律公布以来，直到 20 世纪 50 年代初，研究流体运动规律的主要方法有两种：一是试验研究，它以地面试验为研究手段；另一种是理论分析方法，它利用简单流动模型假设，给出所研究问题的解析解，例如势流理论等。这些研究成果推动了流体力学的发展，很多方法仍是目前解决实际问题时常采用的方法。然而，仅采用这些方法研究较复杂的非线性流动现象是不够的，特别是不能满足 50 年代已开始高速发展起来的宇航飞行器绕流流场特性研究的需要。

计算流体力学的兴起促进了试验研究和理论分析方法的发展，为流动模型的简化提供了更多的依据。使很多分析方法得到发展和完善。然而，更重要的是计算流体力学采用它独有的研究方法——数值模拟方法——研究流体运动的基本特性。这种方法的特点如下：

① 给出流体运动区域内的离散解，而不是解析解；这有别于一般理论分析方法。

② 它的发展与计算机技术的发展直接相关；这是因为可能模拟的流体运动的复杂程度、解决问题的广度和能模拟的流体运动的复杂程度都与计算机速度、内存等直接相关。

③ 若物理问题的数学提法（包括数学方程及其相应的边界条件）是正确的，则可在较广泛的流动参数（如马赫数、雷诺数、气体性质、模型尺度等）范围内研究流体力学问题，且能给出流场参数的定量结果。

以上这些常常是风洞试验和理论分析难以做到的。然而，要建立正确的数学方程还必须与试验研究相结合。另外，严格的稳定性分析，误差估计和收敛性理论的发展还跟不上数值模拟的进展。所以计算流体力学仍必须依靠一些较简单的、线性化的、与原问题有密切关系的模型方程的严格数学分析，给出所求解问题的数值解的理论依据；然后再依靠数值试验、地面试验和物理特性分析，验证计算方法的可靠性，从而进一步改进计算方法。

试验研究、理论分析方法和数值模拟是当前研究流体运动规律的三种基本方法，它们的发展是相互依赖、相互促进的。计算流体力学的兴起促进了流体力学的发展，改变了流体力学研究工作的状况，很多原来认为很难解决的问题，如超声速、高超声速钝体绕流、分离流以及湍流问题等，都有了不同程度的发展，且将为流体力学研究工作提供新的前景。

第二节 计算流体力学的发展

计算流体力学是随着计算技术和宇航飞行器的发展而发展，且逐步形成一门独立学科的。计算机问世之前，研究工作的重点是椭圆型方程的数值解。20 世纪 30 年代所研究的绕流流场是假设气体的黏性和旋度效应可忽略不计，故流动的控制方程为 Laplace 方程，求解的方法是基本解的迭加。以后，为了考虑黏性效应，有了边界层方程的数值计算方法，并发展为以位势流方程为外流方程，与内流边界层方程相结合，通过迭代求解黏性流场的计算方法。

同一时期，很多数学家研究了偏微分方程的数学理论。Hadamard，Courant，Friedrichs 等人研究了偏微分方程的基本特性、数学提法的适定性、物理波的传播特性、解的光滑性和唯一性等问题，发展了双曲型偏微分方程理论。以后，Courant，Friedrichs 和 Lewy 等人发表了经典论文，证明了连续的椭圆型、抛物型和双曲型方程组的存在性和唯一性定理，且针对线性方程的初值问题，首先将偏微分方程离散化，然后证明了离散系统收敛到连续系统，最后利用代数方法确定了差分解的存在性。他们还讨论了双曲型方程的特征性质，提出了特征线方法，给出了著名的稳定性判别条件：CFL 条件。这些工作是差分方法的数学理论基础。

60 年代，基于双曲型方程数学理论基础的时间相关方法开始应用于求解宇航飞行器的气体定常绕流流场问题。这种方法的基本思想是从非定常 Euler 方程或非定常 N–S 方程出发，利用双曲型方程或双曲–抛物型方程的数学特性，沿时间方向推进求解，由此而得到对于时间 t 趋近于无穷大的渐进解为所要求的定常解。该方法虽然要求花费更多的计算时间，但因数学提法适定，又有较好的理论基础，且能模拟流体运动的非定常过程，故这是应用范围较广的一般方法。以后，由 Lax、Kreiss 和其他学者给出的非定常偏微分方程差分逼近的稳定性理论，进一步促进了时间相关方法的发展。

70 年代在计算流体力学中，取得较大成功的一大领域是采用时间相关方法，求解可压缩 N–S 方程，数值模拟飞行器超声速、高超声速黏性绕流复杂流场的研究工作。针对流场中激波的数值模拟，发展了高分辨率的差分格式，如总变差递减格式（Total Variation Diminishing Scheme，以后简称 TVD 格式），本质无跳动格式（Essentially Non-Oscillatory Scheme，以后简称 ENO 格式），守恒同族特征方法（Conservative Supracharacteristic Method，以后简称 CSCM 方法）等，形成了第二代差分格式。这些格式的应用使得超声速、高超声速和跨声速绕流流场的计算方法有了大的改进。目前已可模拟包含有各种宏观尺度结构的非光滑流场，如包含有激波、黏性干扰、分离涡、真实气体效应等物理特性的流场，可利用巨型计算机、采用合适的网格生成技术和有效的计算方法，求解非定常可压缩 N–S 方程，模拟各类流动。

在国内，早在 50 年代就有了计算流体力学方面的研究工作。早期的工作是研究钝头体超声速无粘绕流流场的数值解方法。70 年代中，开展了采用时间相关方法求解非定常 Euler 方程，可压缩 N–S 方程和简化 N–S 方程的计算方法研究。在差分格式和构造方面，提出了求解 Euler 方程的特征符号分裂方法和三层格式等。在可压缩 N–S 方程的求解中也提出了许多

有效的方法。

应当指出，近年来计算流体力学发展很快，也有许多较成熟的商业软件包相继出现，如 Fluent、CFX、StarCD 等，这些商业软件的出现，为从事相关专业的研究人员提供了很大的便利，也进一步促进了本学科的发展和应用。

第三节 微分方程的分类

当微分方程转化为差分方程并用数值方法求解时，不同类型的微分方程，其数值处理方法各异，其中包括提法的适定性、物理解的性质、差分格式的适用性等。对于一阶拟线性微分方程组，其向量形式为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+A\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i}=F \quad \text{其中} U=\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{Bmatrix}, \ A \text{为} n \text{阶矩阵}$$

设矩阵 A 的特征值为 $\lambda_i\,(i=1,2,\cdots,n)$，即 $|A-\lambda\mathbf{I}|=0$的根，则：

① 当 n 个特征值全部为复数时，称方程在 (t, x_i) 平面上为纯椭圆型。

② 当 n 个特征值全部为互不相等的实数时，称方程在 (t, x_i) 平面上为纯双曲型；而当 n 个特征值全部为实数，但有部分为相等的实数时，称方程在 (t, x_i) 平面上为双曲型。

③ 当 n 个特征值全部为零时，称方程在 (t, x_i) 平面上为纯抛物型。

④ 当 n 个特征值部分为复数、部分为实数时，称方程在 (t, x_i) 平面上为双曲椭圆型。

二阶拟线性方程组，可以通过降阶法进行类似的分析。

第四节 常用的模型方程

模型方程的引入是为了研究差分格式和计算方法，并便于对差分格式的性质进行讨论及考核。一般要引入较为简单的模型方程，要求模型方程必须反映物理问题的最基本的特征，且便于进行理论分析。

几个典型的模型方程：

- 一维波传播方程：$\dfrac{\partial u}{\partial t}+a\dfrac{\partial u}{\partial x}=0$
- 一维热传递方程：$\dfrac{\partial u}{\partial t}=\alpha\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
- 一维对流扩散方程：$\dfrac{\partial u}{\partial t}+a\dfrac{\partial u}{\partial x}=\alpha\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
- Laplace 方程：$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$

- Burger 方程： $$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=\alpha\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$
- 无黏 Burger 方程： $$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

其中前四个方程为线性方程，可求出解析解；后两个方程为非线性方程，也可以求出解析解。例如对 Burger 方程

求解过程如下：$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=\alpha\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$（$\alpha$ 为黏性系数，$\alpha=0$ 时为无黏方程）

解：$\alpha\neq 0$ 时，可令未知函数具有如下的形式：

$$u(x,t)=-2\alpha\frac{\varphi_x}{\varphi} \tag{1-4-1}$$

其中 $\varphi(x,t)$ 是待定的二阶可微分函数，则有

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-2\alpha\left(\frac{\varphi_{xt}}{\varphi}-\frac{\varphi_x\varphi_t}{\varphi^2}\right)=-2\alpha\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varphi_t}{\varphi}\right)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}=4\alpha^2\frac{\varphi_x}{\varphi}\left(\frac{\varphi_{xx}}{\varphi}-\frac{\varphi_x^2}{\varphi^2}\right)$$

$$\alpha\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-2\alpha^2\left[\left(\frac{\varphi_{xx}}{\varphi}\right)_x-\frac{2\varphi_x\varphi_{xx}}{\varphi^2}+\frac{2\varphi_x^3}{\varphi^3}\right]$$

将上面三个式子代入 Burger 方程，得到

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\varphi_t}{\varphi}-\alpha\frac{\varphi_{xx}}{\varphi}\right]=0$$

不妨设 φ 为满足抛物方程，即

$$\varphi_t-\alpha\varphi_{xx}=0 \tag{1-4-2}$$

求解上式，将结果代入（1-4-1）式，得到 Burger 方程的解析解的一般形式。

若 $u(x,t)$ 的初始条件为 $u(x,0)=f(x)$，则由（1-4-1）式得到对应于 $\varphi(x,t)$ 的初始条件为

$$\varphi(x,0)=\exp\left[-\frac{1}{2\alpha}\int_0^x f(s)\mathrm{d}s\right]=F(x)$$

由（1-4-2）式得到 Burger 方程的通解为

$$\varphi(x,t)=\frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha t}}\int_{-\infty}^{+\infty}F(s)\mathrm{e}^{-\frac{(x-s)^2}{4\alpha t}}\mathrm{d}s$$

代入（1-4-1）式可得 $u(x,t)$ 的解析解。特别指出，黏性 Burger 方程的解是连续的。

第五节　差分格式构造方法

构造差分方程的方法是多种多样的。对应于一个微分方程，可以建立多种不同的差分方程，它们的解都是原偏微分方程的近似解，也可以用不同的方法得到相同的差分方程。本节

以一维模型方程为例，介绍几种常用的差分方程的构造方法。

一、Taylor 级数展开法

（一）时空节点及差商

双曲型一维方程及初值条件如下：

$$\begin{aligned} & u_t + au_x = 0 \\ & u(x,0) = f(x) \\ & t > 0, \ -\infty < x < +\infty \end{aligned} \tag{1-5-1}$$

其求解域为 x—t 的上半平面。

1. 把求解域分成矩形网格

问题的求解域为 x—t 的上半平面。在上半平面上画出两族平行于坐标轴的直线，把求解域分成矩形网格。网格线的交点称为节点，x 方向上网格线之间的距离 Δx，称为空间步长，t 轴上网格线之间的距离 Δt，称为时间步长（见图 1-5-1）。

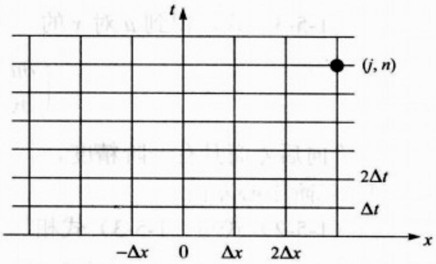


图 1-5-1 x—t 网格线

对于这样的两族网格线，节点坐标可记为

$$x = x_j = j\Delta x \quad (j = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

$$t = t_n = n\Delta t \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

网格节点 (x_j, t_n) 简记为 (j, n)，则节点处的函数值可记为

$$u_j^n = u(x_j, t_n) = u(j\Delta x, n\Delta t)$$

2. 偏导数的基本差分表达式（Taylor 展开法）

为求出偏导数的各种差分表达，首先对空间坐标将函数 u 做如下 Taylor 展开：

$$\begin{aligned} u_{j+1}^n &= u(x_j + \Delta x, t_n) \\ &= u_j^n + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n \Delta x + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_j^n \Delta x^2 + O(\Delta x^3) \end{aligned} \tag{1-5-2}$$

$$\begin{aligned} u_{j-1}^n &= u(x_j - \Delta x, t_n) \\ &= u_j^n - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n \Delta x + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_j^n \Delta x^2 - O(\Delta x^3) \end{aligned} \tag{1-5-3}$$

利用这两个展开式，可导出几种基本差分表达式。

1）一阶中心差商

用（1-5-2）式减（1-5-3）式，然后两边同除 $2\Delta x$，得到

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \tag{1-5-4}$$

上式称为一阶偏导的一阶中心差商表达。它具有 Δx^2 阶的截断误差，记为 $R = O(\Delta x^2)$，或说具有二阶精度。当 Δx 趋于零时，截断误差 R 也趋于零，因此说差商与微商是相容的。

2）一阶向前差商

由（1-5-2）式，两边同时减去 u_j^n，然后等式两边同除以 Δx，得到 u 对 x 的一阶向前差商

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n = \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} + O(\Delta x) \qquad (1\text{-}5\text{-}5)$$

一阶向前差商具有一阶精度，$R = O(\Delta x)$，它与微商也是相容的。

3）一阶向后差商

由（1-5-3）式，得到 u 对 x 的一阶向后差商

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n = \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} + O(\Delta x) \qquad (1\text{-}5\text{-}6)$$

一阶向后差商具有一阶精度。

4）二阶中心差商

由（1-5-2）式与（1-5-3）式相加，可以推出二阶偏导数的二阶中心差分表达

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_j^n = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \qquad (1\text{-}5\text{-}7)$$

它具有二阶精度，$R = O(\Delta x^2)$，二阶中心差商与二阶偏导也是相容的。

3. 对时间的差分表达式

将 u 对 t 进行 Taylor 展开，有

$$u_j^{n+1} = u(x_j, t_{n+1}) = u(x_j, t_n + \Delta t) = u_j^n + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n \Delta t + O(\Delta t^2) \qquad (1\text{-}5\text{-}8)$$

$$u_j^{n-1} = u(x_j, t_{n-1}) = u(x_j, t_n - \Delta t) = u_j^n - \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n \Delta t + O(\Delta t^2) \qquad (1\text{-}5\text{-}9)$$

1）对时间的一阶向前差商

由（1-5-8）式，可得到 u 对 t 的一阶向前差商

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n = \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + O(\Delta t) \qquad (1\text{-}5\text{-}10)$$

2）对时间的一阶向后差商

由（1-5-9）式可得到 u 对 t 的一阶向后差商

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n = \frac{u_j^n - u_j^{n-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \qquad (1\text{-}5\text{-}11)$$

以上两式的截断误差均为 $R = O(\Delta t)$。

有了以上的差商公式，就可以用差商代替偏微分方程中的微商，构成逼近偏微分方程的差分方程。差分方程加上离散化的初始条件，就得到差分格式。当用一阶向前差商逼近时，导数分别选用三种不同的空间一阶差商来逼近空间偏导数时，可以构成三种差分格式。

（二）对定解问题的三种差分格式

定解问题为
$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}+\alpha\dfrac{\partial u}{\partial x}=0\\ u(x,0)=f(x)\end{cases} \tag{1-5-12}$$

1）中心差分格式

用一阶中心差商代替方程中的微商，将初值条件写成离散形式，差分格式为

$$\begin{aligned}&\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}+\alpha\frac{u_{j+1}^n-u_{j-1}^n}{2\Delta x}=0\\&u_j^0=f(x_j)\end{aligned} \tag{1-5-13}$$

写成便于计算的格式为

$$\begin{aligned}&u_j^{n+1}=u_j^n-\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)\\&u_j^0=f(x_j)\end{aligned} \tag{1-5-14}$$

格式截断误差 $R=O(\Delta t,\Delta x^2)$，差分方程中用到 $n+1$ 时间层上的一个节点和 n 层上的三个节点。节点如图 1-5-2 所示。

注：① 式中，可令 $\lambda=\Delta t/\Delta x$，称为网格比。

② 此格式又称为 FTCS（Forward for Time; Center for Space）格式。

2）向前差分格式

用一阶向前差商代替微商，得到

$$\begin{aligned}&u_j^{n+1}=u_j^n-\alpha\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_{j+1}^n-u_j^n)\\&u_j^0=f(x_j)\end{aligned} \tag{1-5-15}$$

节点如图 1-5-3 所示。

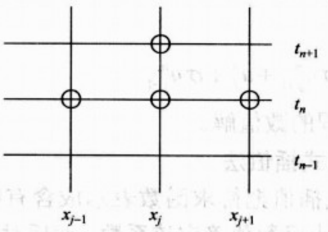


图 1-5-2　中心差分格式节点图

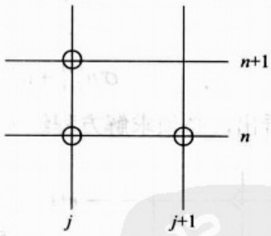


图 1-5-3　向前差分格式节点图

3）向后差分格式

节点如图 1-5-4 所示，用一阶向后差商代替微商，得到

$$\begin{aligned}&u_j^{n+1}=u_j^n-\alpha\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_j^n-u_{j-1}^n)\\&u_j^0=f(x_j)\end{aligned} \tag{1-5-16}$$

这三种格式都可以作为原定解问题的近似解。由于 $n+1$ 时间层上只用到一个节点的函数

值，只要已知第 n 层的值就可以计算第 $n+1$ 层上的值，这样从初始条件可逐层计算下去，不必求解方程组。这种格式叫做显示格式。

构成差分格式的 Taylor 级数展开法是一种最常用的方法。它简便但不包含物理意义，得到的差分格式的相容性、收敛性和稳定性还需进一步考证。

➘ 注意：对于隐式格式，有如下解法（节点如图 1-5-5 所示）。

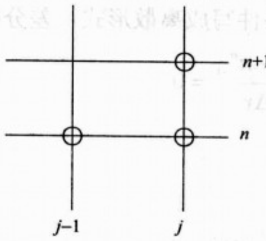


图 1-5-4 向后差分格式节点图

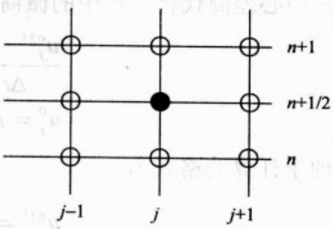


图 1-5-5 隐式格式节点图

在 $\left(j,n+\dfrac{1}{2}\right)$ 上，要求满足

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^{n+1/2}+\alpha\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^{n+1/2}=0 \tag{1-5-17}$$

采用时、空间均为中心差分，则有

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}+\alpha\frac{1}{2}\left[\frac{u_{j+1}^{n+1}-u_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x}+\frac{u_{j+1}^{n}-u_{j-1}^{n}}{2\Delta x}\right]=0 \tag{1-5-18}$$

此即为 Crank-Nicolson 格式，为一个隐式格式。

令

$$\sigma=\frac{\alpha}{4}\frac{\Delta t}{\Delta x} \tag{1-5-19}$$

则有

$$\sigma u_{j+1}^{n+1}+u_j^{n+1}-\sigma u_{j-1}^{n+1}=-\sigma u_{j+1}^{n}+u_j^{n}+\sigma u_{j-1}^{n} \tag{1-5-20}$$

由此可明显看出，必须求解方程组才可以得到方程的数值解。

二、多项式插值法

用多项式插值把待求函数表示成含有待定系数的解析函数，由节点函数值确定该系数，然后对此函数求偏导数，得到逼近偏导数的差商表达式，将差商代入偏微分方程中求出差分方程。

下面以中心差分格式为例，说明多项式插值法及其应用。

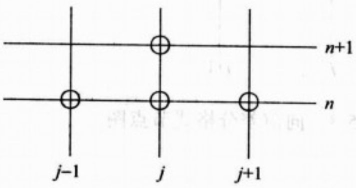


图 1-5-6 中心差分节点图

（1）选择差分节点（如图 1-5-6 所示），在第 n 层上有 $j-1, j, j+1$ 三个节点。

（2）设在此区间上函数 u 可用抛物线插值公式来近似表示，即有

$$u(x,t_n)=a+bx+cx^2 \tag{1-5-21}$$

为方便，设原点 $x=0$ 在 j 点的位置，则有

$$u_{j-1}^n = a - b\Delta x + c\Delta x^2$$

$$u_j^n = a$$

$$u_{j+1}^n = a + b\Delta x + c\Delta x^2$$

得

$$b = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$

$$c = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{2\Delta x^2}$$

（3）对 $u = a + bx + cx^2$ 微分，并计算在 j 点的值，得到

$$u_x' = b + 2cx$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n = (b + 2cx)_{x=0} = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_j^n = 2c = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2}$$

（4）在第 j 条网格线上，函数在 n 与 n+1 层内可设

$$u(x_j, t) = \alpha + \beta t$$

有

$$u_j^n = \alpha + \beta t_n$$

$$u_j^{n+1} = \alpha + \beta t_{n+1} = \alpha + \beta t_n + \beta \Delta t$$

得

$$\beta = \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t}$$

对 $u = \alpha + \beta t$ 微分，有 $u_t' = \beta$，则得到时间向前差商

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n = \beta = \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} \quad (1\text{-}5\text{-}22)$$

注意：

① 结果与 Taylor 公式法相同。

② 若用不同的节点图，可得到一阶向前或向后差商。

③ 用高阶多项式插值可得到高阶差分表达式，除一、二次多项式外，所得到的表达式与高阶 Taylor 展开得到的结果不相同。

④ 除边界附近的微商外，不采用多项式插值方法。

三、待定系数法

（1）选择差分节点（如图 1-5-7 所示）。

设差分格式的形式为

$$\alpha u_j^{n+1} + \beta u_j^n + \gamma u_{j+1}^n = 0 \quad (1\text{-}5\text{-}23)$$

（2）利用 Taylor 展开

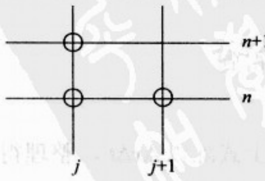


图 1-5-7　向前差分节点图

$$u_j^{n+1} = u_j^n + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n \Delta t + O\left(\Delta t^2\right)$$

$$u_{j+1}^n = u_j^n + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n \Delta x + O\left(\Delta x^2\right)$$

代入（1-5-23）式，得到

$$(\alpha+\beta+\gamma)u_j^n + \alpha\Delta t\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_j^n + \gamma\Delta x\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_j^n = O(\gamma\Delta x^2, \alpha\Delta t^2) \qquad (1\text{-}5\text{-}24)$$

（3）与方程 $\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ 比较，得到

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma=0 \\ \alpha\Delta t = 1 \\ \gamma\Delta x = a \end{cases} \quad \text{解出} \quad \begin{cases} \alpha = 1/\Delta t \\ \beta = -1/\Delta t - a/\Delta x \\ \gamma = a/\Delta x \end{cases}$$

（4）代入差分格式（1-5-23），得到

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t} + a\frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} = 0 \qquad (1\text{-}5\text{-}25)$$

注意：

① 结果与 Taylor 展开相同。

② 选用不同节点图，可得到不同的差分格式。

③ 可一次完成，整体性好。

四、积分方法

积分方法是在积分的意义下，而不是在微分的意义下近似地满足控制方程。仍然以向前差分格式为例，选取差分节点，如图 1-5-7 所示。

在 $t_n < t < t_n + \Delta t$，$x_j < x < x_j + \Delta x$ 区域中，对微分方程

$$u_t' + au_x' = 0$$

积分，有

$$\iint\left(\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t = 0$$

进行二次积分，得到

$$\int_{x_j}^{x_j+\Delta x}\mathrm{d}x\int_{t_n}^{t_n+\Delta t}\frac{\partial u}{\partial t}\mathrm{d}t + a\int_{t_n}^{t_n+\Delta t}\mathrm{d}t\int_{x_j}^{x_j+\Delta x}\frac{\partial u}{\partial x}\mathrm{d}x = 0$$

$$\int_{x_j}^{x_j+\Delta x}(u^{n+1}-u^n)\mathrm{d}x + a\int_{t_n}^{t_n+\Delta t}(u_{j+1}-u_j)\mathrm{d}t = 0$$

得到

$$(u_j^{n+1}-u_j^n)\Delta x + a(u_{j+1}^n - u_j^n)\Delta t = 0 \qquad (1\text{-}5\text{-}26)$$

上式除以 $\Delta x\Delta t$，整理得差分格式

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}+a\frac{u_{j+1}^n-u_j^n}{\Delta x}=0 \qquad (1\text{-}5\text{-}27)$$

注意：

① 结果与 Taylor 展开相同。

② 不同形式的积分，可构成不同的格式。

③ 积分区域可以不是矩形。

④ 积分方法容易保证物理量的守恒。

⑤ 对于非直角坐标系，积分法与 Taylor 展开有所不同。

五、特征线法

双曲型方程存在特征线，沿特征线函数值保持不变。利用特征线的这一性质可构造差分方程。设方程类型为

$$\frac{\partial u}{\partial t}+a\frac{\partial u}{\partial x}=0 \qquad a>0$$

（1）令 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=a$，积分得 $x=at+\xi$ 这一直线称为特征线，式中 ξ 为参变数。

（2）将 $x_t=a$ 代入原方程，得到

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=0$$

得到在特征线上有 u=常数。

（3）取节点，如图 1-5-8 所示。

过点 P 作一条特征线，交 n 层于 D 点，则有 $u(P)=u(D)$，D 点落在 A、B 之间，$u(D)$ 可近似用 A、B 点的函数值线性插值得到，设

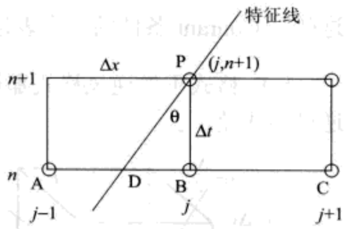


图 1-5-8　特征线法节点图

$$u(P)=u(D)=\frac{\Delta x-a\Delta t}{\Delta x}u(B)+\frac{a\Delta t}{\Delta x}u(A) \qquad (1\text{-}5\text{-}28)$$

即得到

$$u_j^{n+1}=u_j^n-a\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_j^n-u_{j-1}^n) \qquad (1\text{-}5\text{-}29)$$

注：上式为后差格式。

① $a>0$ 时，特征线斜率为正，后差格式节点图逆风偏斜，使得第 n 层上的节点 A、B 包含 D 点，保证了物理上的合理性。用特征线法构造的格式满足收敛的必要条件。

② $a<0$ 时，过 P 点的特征线交于 BC 中，可用 B、C 两点插值得到前差的逆风格式。

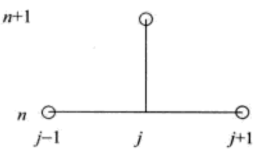


图 1-5-9　L-F 格式节点图

③ 若选用 A、C 两点插值求 D 点的值，就得到 Lax-Friedrichs 格式，简称 L-F 格式。节点如图 1-5-9 所示，有

$$u(P)=u(D)=\frac{\Delta x-a\Delta t}{2\Delta x}u(C)+\frac{\Delta x+a\Delta t}{2\Delta x}u(A) \qquad (1\text{-}5\text{-}30)$$

即

$$u_j^{n+1}=\frac{1}{2}(u_{j+1}^n+u_{j-1}^n)-\frac{a}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n) \qquad (1\text{-}5\text{-}31)$$

无论 a 是正或负，只要 D 点位于 A、C 两点之间，L-F 格式都可以满足收敛必要条件。根据差分方程（1-5-31）可知，u_j^{n+1} 的值是由前一时间层上 u_{j+1}^n 和 u_{j-1}^n 两个值决定的，即 P 点的值由 A、C 两点的值决定，所以，可以称 AC 线段为差分解的依赖区。由微分方程的性质可知，沿特征线微分解不变，$u(P)=u(D)$，所以称 D 点为 P 点的微分解的依赖区。如果 D 点在 AC 线段之外，那么格式计算的结果 u_j^{n+1} 就与 $u(D)$ 无关，即与微分方程的解 u 在 P 点的值 $u(P)$ 毫无关系，因此差分解 u_j^{n+1} 不可能收敛到微分方程的解 $u(P)$。因此收敛的必要条件是差分依赖区包含微分依赖区。这个条件称为 Courant 条件，也称 Courant-Friedrichs-Lewy(C、F、L) 条件。下面推导 Courant 条件的一个表达式。

由图 1-5-8 可知，差分依赖区为 $[x_j-\Delta x, x_j+\Delta x]$。微分依赖区 D 点的坐标为 $x_j \pm a\Delta t$。D 点应在 AC 线段内，故有

$$x_j-\Delta x \leqslant x_j - a\Delta t \leqslant x_j+\Delta x$$

或者写成

$$\Delta t \leqslant \frac{\Delta x}{|a|} \tag{1-5-32}$$

这就是 Courant 条件的一个表达式，也可写成 $|a|\dfrac{\Delta t}{\Delta x} \leqslant 1$。

L-F 格式不像逆风格式那样要考虑特征线的走向，因此用起来比较方便，但计算精度比逆风格式差。

六、控制体积法

控制体积法是针对微元体的，是以物理量守恒规律为依据来建立离散的数学模型。比如对于一维定常流动问题来说，取控制体如图 1-5-10 所示。设流体以速度 u 沿 x 轴正方向流动，流体密度为 $\rho(x,t)$，流动满足质量守恒定律。

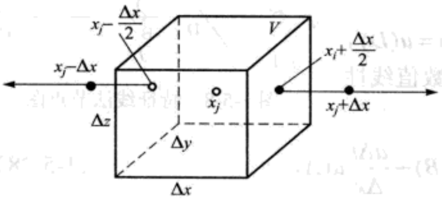


图 1-5-10　控制体积法用图

在空间位置 x_j 附近取控制体 V，根据质量守恒，有

$$V\text{ 中的总增量=流入的净通量}$$

在 Δt 时间内，V 中的总增量为

$$[\rho(x_j,t+\Delta t)-\rho(x_j,t)]\Delta x\Delta y\Delta z$$

从左界面流入的质量为

$$u\rho\left(x_j-\frac{\Delta x}{2},t\right)\Delta y\Delta z\Delta t$$

从右界面流出的质量为

$$u\rho\left(x_j+\frac{\Delta x}{2},t\right)\Delta y\Delta z\Delta t$$

根据守恒定律，得到质量守恒方程

$$[\rho(x_j,t+\Delta t)-\rho(x_j,t)]\Delta x = u\left[\rho\left(x_j-\frac{\Delta x}{2},t\right)-\rho\left(x_j+\frac{\Delta x}{2},t\right)\right]\Delta t$$

在左、右边界面处，有

$$\rho\left(x_j-\frac{\Delta x}{2},t\right)=\frac{1}{2}[\rho(x_j,t)+\rho(x_j-\Delta x,t)]$$

$$\rho\left(x_j+\frac{\Delta x}{2},t\right)=\frac{1}{2}[\rho(x_j,t)+\rho(x_j+\Delta x,t)]$$

将上两式代入质量守恒方程，得到

$$\rho(x_j,t+\Delta t)=\rho(x_j,t)-\frac{u}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}[\rho(x_j+\Delta x,t)-\rho(x_j-\Delta x,t)]$$

整理得

$$\rho_j^{n+1}=\rho_j^n-\frac{u}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}(\rho_{j+1}^n-\rho_{j-1}^n) \tag{1-5-33}$$

此即一维流动方程的中心差分格式。

推导中，如果界面上 $\rho(x,t)$ 值选不同的近似，可得到不同的差分格式，一般而言可取

$$\rho\left(x_j+\frac{\Delta x}{2},t\right)=a\rho(x_j+\Delta x,t)+(1-a)\rho(x_j,t)$$

$$\rho\left(x_j-\frac{\Delta x}{2},t\right)=a\rho(x_j,t)+(1-a)\rho(x_j-\Delta x,t)$$

其中 $0\leqslant a\leqslant 1$。$a=1/2$，得到中心差商格式；$a=1$，得到向前差分格式；$a=0$，得到向后差分格式。

用控制体积法构造差分格式，是直接从物理守恒规律出发的，可以用来构造守恒型格式，可保证物理量的守恒律。

第六节　几种模型方程的常用差分格式

本节简要介绍一维流动、扩散和对流扩散方程的常用差分格式。首先介绍几个基本概念：

（1）相容性：当步长 $h\to 0$ 时，差分方程应充分逼近微分方程。

（2）收敛性：差分格式的真解（没有数值计算误差）应充分逼近微分方程的精确解。

（3）稳定性：差分格式的近似解与真解之间的误差有界。

注：差分格式的真解——初始条件无误差，计算精确无舍入误差的理想解。

一、对流方程

对流方程的初值问题为

$$\begin{cases}u_t+au_x=0, & t>0,\quad -\infty<x<\infty\\ u(x,0)=f(x)\end{cases} \tag{1-6-1}$$

其中，a 为常数。上一节已构造了对流方程的几个格式，并得到格式收敛的一个必要条件：差分依赖区必须包含微分依赖区，这称为 Courant 条件。我们还讨论了这几种格式的稳定性，现汇总如下。

1. *逆风格式*

后差格式：$u_j^{n+1}=u_j^n-a\dfrac{\Delta t}{\Delta x}(u_{j+1}^n-u_j^n)$

$a>0$ 且 $\Delta t \leqslant \Delta x / a$ 时格式稳定。

前差格式：
$$u_j^{n+1}=u_j^n-a\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_j^n-u_{j-1}^n)$$

$a<0$ 且 $\Delta t \leqslant \Delta x / |a|$ 时格式稳定。

把这两个逆风格式相加后再除以 2，写成统一的逆风格式，有
$$u_j^{n+1}=u_j^n-\lambda\left[\frac{1}{2}(a+|a|)(u_j^n-u_{j-1}^n)+\frac{1}{2}(a-|a|)(u_{j+1}^n-u_j^n)\right] \tag{1-6-2}$$

显然，当 $\Delta t \leqslant \Delta x / |a|$ 时格式是稳定的。这种统一的逆风格式用于事先不能确定 a 的正负的情况。

2. Lax-Friedrichs 格式

我们知道，中心差分格式
$$u_j^{n+1}=u_j^n-\frac{a\Delta t}{2\Delta x}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)$$

是不稳定的，不能用于计算。若把中心差分格式中的 u_j^n 用 $\frac{1}{2}(u_{j+1}^n+u_{j-1}^n)$ 代替，得到的改进格式就是 L-F 格式
$$u_j^{n+1}=\frac{1}{2}(u_{j+1}^n+u_{j-1}^n)-\frac{a}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)$$

当 $\Delta t \leqslant \Delta x / |a|$ 时格式是稳定的。

3. Lax-Wendroff 格式

为了提高格式精度，Lax 和 Wendroff 构造了一个二阶精度的两层格式，其构造方法如下：

作 Taylor 级数展开
$$u_j^{n+1}=u_j^n+\Delta t(u_t)_j^n+\frac{(\Delta t)^2}{2}(u_{tt})_j^n+O(\Delta t^3)$$

由微分方程（1-6-1）有
$$\begin{cases}u_t=-au_x\\ u_{tt}=a^2u_{xx}\end{cases}$$

把此两式代入上式，得到
$$u_j^{n+1}=u_j^n-a\Delta t(u_x)_j^n+\frac{a^2(\Delta t)^2}{2}(u_{xx})_j^n+O(\Delta t^3)$$

采用中心差商逼近式中一、二阶空间导数，略去高阶项，得到 Lax-Wendroff 格式
$$u_j^{n+1}=u_j^n-\frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)+\frac{\lambda^2}{2}(u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n) \tag{1-6-3}$$

式中，$\lambda=(a\Delta t)/\Delta x$。

L-W 格式是有二阶精度的二层显示格式，计算可逐层进行，$\Delta t \leqslant \Delta x / |a|$ 时格式是稳定的。

4. 全隐格式

在 n+1 层上采用多个节点，则称为隐式格式。隐式格式稳定条件可以松一些，但需要求解方程组。如果在 n+1 层上取 u_{j-1}^{n+1}，u_j^{n+1}，u_{j+1}^{n+1} 三个节点值，在 n 层上取 u_j^n 一个节点值，节点

如图 1-6-1 所示，且一阶空间导数用 n+1 层上的一阶中心差商逼近

$$(u_x)_j^n = \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x}$$



图 1-6-1 节点图

时间导数用向前差商逼近。$(u_t)_j^n = \dfrac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t}$

即得到全隐格式

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = -a\frac{u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x}$$

$$(u_j^{n+1} - u_j^n) + \frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}) = 0$$

格式是无条件稳定的，截断误差 $R = O(\Delta t, \Delta x^2)$，对时间只有一阶精度。

5. 平均隐式格式（Crank-Nicholson 格式）

为了提高精度，在 n 和 n+1 层上均采用三个节点（如图 1-6-2 所示）。

（1）时间导数：用向前差商逼近。$(u_t)_j^n = \dfrac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t}$

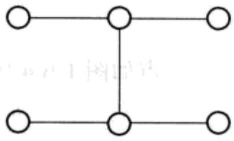


图 1-6-2 节点图

（2）空间导数：用两层上的两个一阶中心差商的平均值来逼近。

$$(u_x)_j^n = \frac{\frac{1}{2}(u_{j+1}^{n+1} + u_{j+1}^n) - \frac{1}{2}(u_{j-1}^{n+1} + u_{j-1}^n)}{2\Delta x}$$

代入方程，整理得到平均隐式格式：

$$(u_j^{n+1} - u_j^n) + \frac{\lambda}{4}[(u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}) + (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)] = 0$$

格式是无条件稳定的，且具有二阶精度。

由于在 n+1 层上取了三个未知节点函数值，当 j 遍取所有的值时，得到三对角方程组，可用追赶法求解。因为要解方程组，隐式格式每算一步所用的时间比显式多。但隐式格式是无条件稳定的，可取较大的时间步长，这样两种方法工作量大致是相当的。

注意：虽说对于无条件稳定格式 Δt 的选取不受稳定性限制，但为了保证计算精度，Δt 的选取不宜过大。

6. 蛙跳格式

（1）时间导数：用 n–1 到 n+1 层的一阶中心差商来逼近。

$$(u_t)_j^n = \frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t}$$

（2）空间导数：用 n 层上 j–1 点到 j+1 的一阶中心差商来逼近。

$$(u_x)_j^n = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$

得到蛙跳格式

$$(u_j^{n+1} - u_j^{n-1}) + \lambda(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) = 0$$

截断误差 $R = O(\Delta t^2, \Delta x^2)$，是二阶精度的。

➘ 注：这是一种三层的格式，节点如图 1-6-3 所示。计算 $n+1$ 层的值必须知道 $n-1$ 层和 n 层上的值，因此要知道 u_i^0 和 u_i^1 才能启动。可与二层格式联合运用，先用二层格式算出 u_j^1，再用三层格式计算。

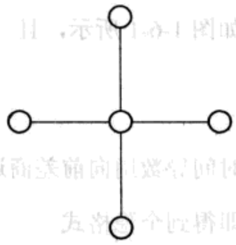


图 1-6-3　节点图

二、扩散方程

一维扩散方程是抛物型的，其适定的初值问题是

$$\begin{cases} u_t - a u_{xx} = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0, \quad a > 0 \\ u(x,0) = f(x) \end{cases} \tag{1-6-4}$$

1. 古典格式

（1）时间导数：用向前差商逼近。

$$(u_t)_j^n = \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t}$$

（2）空间导数：用二阶中心差商逼近。

$$(u_{xx})_j^n = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2}$$

节点如图 1-6-4 所示。得到扩散方程的古典格式

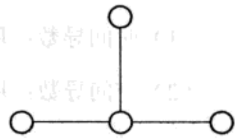


图 1-6-4　节点图

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - a\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} = 0$$

$$(u_j^{n+1} - u_j^n) - \mu(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) = 0$$

对时间是一阶精度；稳定条件为：$\mu = a\dfrac{\Delta t}{\Delta x^2} \leqslant \dfrac{1}{2}$。

2. 加权隐式格式

节点如图 1-6-5 所示。空间导数用 n 和 $n+1$ 层的两个二阶中心差商的加权平均值来逼近。

$$(u_{xx})_j^n = \frac{1}{\Delta x^2}[\theta(u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}) + (1-\theta)(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)]$$

加权系数分别为 θ 和 $(1-\theta)$，$0 \leqslant \theta \leqslant 1$。代入方程，得到差分格式如下

$$(u_j^{n+1} - u_j^n) - \mu[\theta(u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}) + (1-\theta)(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)] = 0$$

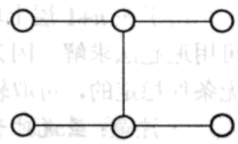


图 1-6-5　节点图

稳定条件是

$$\begin{cases} 2\mu \leqslant 1/(1-2\theta) & \text{当 } 0 \leqslant \theta < 1/2 \\ \text{无条件稳定} & \text{当 } 1/2 \leqslant \theta \leqslant 1 \end{cases}$$

➘ 注意：

$\theta = 0$ 时，加权隐式格式变成古典格式。

$0 < \theta < 1/2$ 时，格式是条件稳定的，其为隐式格式，不宜采用。

$\theta = 1$ 时，称为全隐格式，无条件稳定，对时间只有一阶精度。

$\theta = 1/2$ 时，称为平均隐式或 Crank-Nicholson 格式，无条件稳定，对时间有二阶精度，是经常采用的一种格式。

3. 三层显式格式（Du Fort-Frankel 格式）

对于扩散方程的三层 Richardson 格式：

（1）时间导数用 $n-1$ 到 $n+1$ 层上的一阶中心差商逼近。

$$(u_t)_j^n = \frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t}$$

（2）空间导数用 n 层上的二阶中心差商逼近。

$$(u_{xx})_j^n = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2}$$

（3）得到差分方程

$$u_j^{n+1} = u_j^{n-1} + 2\mu(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)$$

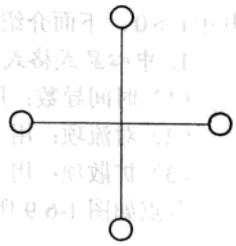


图 1-6-6 节点图

这是一个三层的格式，节点如图 1-6-6 所示，是一种不稳定的格式。1953 年 Du Fort 和 Frankel 对它进行了修改。用 $u_j^{n+1} + u_j^{n-1}$ 代替格式中的 $2u_j^n$，得到新的差分格式

$$(u_j^{n+1} - u_j^{n-1}) - 2\mu[u_{j+1}^n - (u_j^{n+1} + u_j^{n-1}) + u_{j-1}^n] = 0$$

称为 Du Fort-Frankel 格式。它是无条件稳定的，缺点是条件相容，只有 Δt 趋于零的速度比 Δx 快，格式才与扩散方程相容。

4. 三层全隐式

（1）空间导数用 $n+1$ 层上的二阶中心差商来逼近。

$$(u_{xx})_j^n = \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{\Delta x^2}$$

（2）时间导数用 $n-1$ 层到 n 层和 n 层到 $n+1$ 层上的两个向前差分的权平均来逼近。

（3）得到三层全隐式格式

$$3(u_j^{n+1} - u_j^n) - (u_j^n - u_j^{n-1}) - 2\mu(u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}) = 0$$

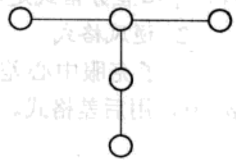


图 1-6-7 节点图

节点如图 1-6-7 所示。格式是无条件稳定的，二阶精度，无条件相容。避免了三层显式条件相容的缺点。

5. 三层平均隐式

（1）时间导数用 $n-1$ 到 $n+1$ 层的一阶中心差商逼近；

（2）空间导数用 $n-1$，n 和 $n+1$ 三层上的三个二阶中心差商的平均值来逼近。

（3）得到三层平均隐式格式

$$(u_j^{n+1} - u_j^{n-1}) - \frac{2}{3}\mu(\delta_x^2 u_j^{n+1} + \delta_x^2 u_j^n + \delta_x^2 u_j^{n-1}) = 0$$

$$\delta_x^2 = (T - 2 + T^{-1})$$



图 1-6-8 节点图

节点如图 1-6-8 所示。格式是无条件稳定的，二阶精度，无条件相容。三层隐式不仅需解三对角方程组，而且要求二层启动。

三、对流扩散方程

对流扩散方程又称为 Burgers 方程，描述了同时存在对流和扩散的问题，如水中或空气中污染物质浓度的扩散、温度扩散等，也是黏性流动的一种线性化的模型方程。简单的 Burgers

方程初值问题是

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}+a\dfrac{\partial u}{\partial x}=\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & -\infty<x<\infty,\ t>0\\ u(x,0)=f(x)\end{cases} \tag{1-6-5}$$

其中$\nu>0$，下面介绍几种常用的差分格式。

1. 中心显式格式

（1）时间导数：用向前差商。

（2）对流项：用一阶中心差商逼近。

（3）扩散项：用二阶中心差商逼近。

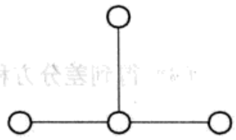


图 1-6-9　节点图

节点如图 1-6-9 所示，得到中心显式差分格式。

$$(u_j^{n+1}-u_j^n)+\frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)-\mu(u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n)=0$$

截断误差：$R=O(\Delta t,\Delta x^2)$，稳定性条件：$\dfrac{a^2\Delta t}{2\nu}\leqslant 1$和$\dfrac{2\nu\Delta t}{\Delta x^2}\leqslant 1$。

引入网格 Reynolds 数 $R=\dfrac{a\Delta x}{\nu}$，令$\mu=\dfrac{\nu\Delta t}{\Delta x^2}$，则稳定性条件可写成

$$\mu\leqslant\frac{2}{R^2}\text{ 和 }\mu\leqslant\frac{1}{2}$$

注意： 当对流速度大而扩散系数小时，ν/a^2就非常小，那么由稳定性条件可知，允许的时间步长就很小，格式就难以使用。换言之，当$\nu\to 0$时，方程（1-6-5）蜕化成了对流方程，中心差分格式是不稳定的。

2. 逆风格式

为了克服中心差分格式对Δt要求过严的缺点，将对流项改成逆风差商来逼近，如果$a>0$，用后差格式。这样就得到逆风格式：

$$(u_j^{n+1}-u_j^n)+\lambda(u_j^n-u_{j-1}^n)-\mu(u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n)=0$$

其稳定条件为

$$\Delta t\leqslant\frac{\Delta x^2}{2\nu+a\Delta x}\quad\text{或}\quad\mu\leqslant\frac{1}{2+R}$$

注意：

① 如果$\nu=0$，方程（1-6-5）化成对流方程，稳定条件成为对流方程的稳定条件，即$\Delta t\leqslant\Delta x/a$。

② 如果$a=0$，那么（1-6-5）化成扩散方程，稳定条件成为$\Delta t\leqslant\Delta x^2/2\nu$，即为扩散方程的稳定条件。

③ 因此逆风格式可用于极限情况。缺点是精度低，对时间和空间都是一阶精度。

3. 平均隐式

为了得到精度较高、稳定性好的格式，选用 Crank-Nicholson 型隐式格式。节点如图 1-6-10 所示。

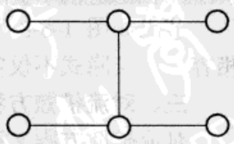


图 1-6-10　节点图

（1）对流项：用n层和n+1 层上的两个一阶中心差商的平均值来逼近：

（2）扩散项：同样取这两层上两个二阶中心差商的平均值来逼近。

（3）得到平均隐式格式

$$(u_j^{n+1}-u_j^n)+\frac{\lambda}{4}[(u_{j+1}^{n+1}-u_{j-1}^{n+1})+(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n)]-\frac{\mu}{2}[\delta_x^2u_j^{n+1}+\delta_x^2u_j^n]=0$$

格式是无条件稳定的，对时间和空间都有二阶精度。

4. 全隐格式

（1）对流项：用 $n+1$ 层上的一阶中心差商逼近。

（2）扩散项：用 $n+1$ 层上的二阶中心差商逼近。

（3）得到

$$(u_j^{n+1}-u_j^n)+\frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^{n+1}-u_{j-1}^{n+1})-\mu\delta_x^2u_j^{n+1}=0$$

格式无条件稳定，但对时间只有一阶精度。

注：网格 Reynolds 数 $R=\frac{a\Delta x}{\nu}$； $\mu=\frac{\nu\Delta t}{\Delta x^2}$； $\lambda=\frac{a\Delta t}{\Delta x}$

第七节 差分格式的相容性、收敛性和稳定性

本节讨论线性初值问题差分格式的相容性、收敛性和稳定性问题。考虑适定的线性偏微分方程的初值问题：

$$\begin{cases}L(u)=0, & t>0,\ -\infty<x<\infty\\ u(x,0)=f(x)\end{cases}\tag{1-7-1}$$

方程中只含有未知函数及其各阶偏导数的一次项，则称为是线性偏微分方程。相应的 L 称为线性微分算子，它满足叠加原理

$$L(\alpha u_1+\beta u_2)=\alpha L(u_1)+\beta L(u_2),\qquad \forall\alpha,\beta\in K$$

如果一个微分问题满足下列三个条件，则称这个微分问题是适定的。

（1）存在一个有限的解，即 $\|u(x,t)\|\leqslant M$。

（2）在求解域中解 u 是唯一的。

（3）解对于定界条件是连续相依的，当定解条件有微小变化时，解的变化也是微小的。即当 $\|\Delta f\|\to 0$ 时，解的改变量 $\|\Delta u\|\to 0$。

这就是解的存在、唯一和连续性。

对于适定的微分问题，可以构造相应的差分格式。但离散格式是否适用，还须解决三个问题：

（1）相容性：当空间步长 $h\to 0$ 时，差分方程应充分逼近微分方程。

（2）收敛性：差分格式的真解应充分逼近微分方程的精确解。

（3）稳定性：差分格式的近似解与真解之间的误差有界。

在稳定条件中，假若步长 Δt、Δx 的选取需满足某种条件格式才稳定，就称为条件稳定，否则称为无条件稳定。

Lax 等价定理：对于一个适定的线性微分方程的初值问题及其相容的差分格式，稳定性是收敛性的充分和必要条件。即

相容性+稳定性 $\Leftrightarrow$ 收敛性

有了这一著名的Lax等价定理，只要讨论了相容性和稳定性，就保证了收敛性。而判断格式的稳定性可以有许多方法，这样就不需要证明格式的收敛性了。

等价定理的使用条件：

（1）适定的问题。

（2）初值问题，并包括周期性边界条件的初边值问题。

（3）线性问题。对于非线性问题没有这样简洁的关系。

稳定性分析的Hirt启示性方法是一种近似分析法。它是把差分方程在某点作Taylor展开，略去高阶误差，保留最低阶误差项，得到新的微分方程称为第一微分近似。如果格式是相容的，那么第一微分近似方程只比原微分方程增加了一些含小参数的较高阶导数的附加项。如果第一微分近似是适定的，那么原微分方程的差分格式是稳定的，否则是不稳定的。例如考虑一维流动方程及其后差格式

$$u_t + au_x = 0, \quad a > 0 \tag{1-7-2}$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + a\frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \tag{1-7-3}$$

在(j,n)点进行Taylor展开，得到

$$\frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} = (u_x)_j^n + \frac{\Delta x}{2}(u_{xx})_j^n + O(\Delta x^2)$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = (u_t)_j^n + \frac{\Delta t}{2}(u_{tt})_j^n + O(\Delta t^2)$$

由（1-7-2）式，有

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$

将以上三式代入（1-7-3）中，略去$O(\Delta x^2)$和$O(\Delta t^2)$等高阶误差项，得到微分近似方程

$$u_t + au_x = \frac{a}{2}(\Delta x - a\Delta t)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1-7-4}$$

差分方程（1-7-3）与原微分方程是相容的，同时它也保留了一阶误差项的第一微分近似方程（1-7-4）的一种逼近。要使偏微分方程（1-7-4）适定，其右边系数必须非负，即

$$\frac{a}{2}(\Delta x - a\Delta t) \geqslant 0$$

则 $\Delta t \leqslant \Delta x / a$ 且 $a > 0$。这就是使（1-7-4）适定的条件同时保证了格式（1-7-3）的稳定性。

如果$a < 0$，则$\frac{a}{2}(\Delta x - a\Delta t) < 0$，那么微分问题不适定，相应的后差格式不稳定。

第八节　流体力学常见偏微分方程的数值解法

一、偏微分方程的形式和来源

描述流体运动和平衡的大多数数学模型是根据质量连续和能量守恒等基本原理推导出来的微分方程，加上适当的初始条件和边界条件所构成。在一维的问题中，它们是常微分方程，在二维或三维的问题中它们是偏微分方程。

本节介绍一些流体力学中常见的数学模型中较为典型的PDE（偏微分方程的缩写）的数

值方法。这些方程可以分成两类来处理，一类是描述一个平衡或定常的流场；另一类是描述瞬态的或不定常的流动现象；前者不包含时间变量 t，并可表达成边值问题；后者包含时间变量，并可表达成初值问题和边值问题的混合问题。

一般来说，这些方程可以是线性或非线性、齐次或非齐次的二阶偏微分方程，齐次的 PDE 形式为

$$a\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+b\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}+c\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \tag{1-8-1}$$

由 PDE 理论可知，式（1-8-1）可以根据判别式 (b^2-4ac) 的值取三种不同形式：

（1）若 $b^2-4ac>0$，式（1-8-1）称为双曲型方程，并可化成以下标准形式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-c^2\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \tag{1-8-2}$$

式（1-8-2）也称为波动方程，描述初始的信号 $f_0=f(0,y)$ 沿正负 y 向的传播，传播速度为 c。

（2）若 $b^2-4ac=0$，式（1-8-1）称为抛物型方程，并可化为以下标准形式

$$\frac{\partial f}{\partial x}=c\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \tag{1-8-3}$$

式（1-8-3）也称为热传导方程，描述一个初始信号 $f_0=f(0,y)$ 用与扩散系数 c 有关的速度扩散和衰减。

（3）若 $b^2-4ac\leqslant 0$，式（1-8-1）称为椭圆型方程，并可化为以下标准形式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \tag{1-8-4}$$

方程（1-8-4）称为拉普拉斯方程，描述边界上的 f 值或其导数为已知的二维流场中的势函数的分布。

从物理观点看，上述三个 PDE 描述三种不同的物理过程，根据所模拟的物理现象的特性，它们单独地或联合地出现在各种组合中。

椭圆方程描述势流或恒定流，f 代表势的大小，由系统的最小能量原理导出。在有关理想流体中的恒定流动问题中常遇到这类方程。

抛物型方程描述某个物理量的扩散和衰减，如动量、温度或物质的浓度等，这类扩散和衰减常在有关非恒定流和明渠中关于扩散——弥散现象的问题中遇到。

注：物理扩散（耗散）现象是指波幅 A 因阻尼作用而衰减的现象；弥散现象是指波的相对速度 c 随波数发生变化的现象。

例如深水波相速度 $c=\sqrt{g/k}$。长波 λ_w 大，波数 k 小，相速度 c 就大，传播快。

双曲型方程描述信号沿若干方向的传播，在明渠和管道的非恒定流以及海洋水动力学（波浪和潮流）中经常遇到。

二、抛物型方程的数值解

在 x、t 二维问题中，最简单的抛物型方程是

$$\frac{\partial f}{\partial t}=c\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \tag{1-8-5}$$

函数 $f(x,t)$ 沿 x 轴随时间 t 的耗散速度取决于扩散系数 c。边界条件可取两个指定值或 f 在端

点处的导数的形式（因方程对 x 的微分为二阶，故需要用两个值），初始条件通常取已知的 f 值，$t=0$ 时的 $f_0=f(x,\ 0)$。

式（1-8-5）需用有限差分法求解，可用显式的或隐式的差分格式来计算，最常用的一种格式是用向前差分来逼近时间导数，用中心差分来逼近空间的二阶导数。设上标 n 表示时间步长序号（时间离散化步长 Δt，则 $t^n=n\Delta t$）；下标 i 表示在 x 轴上的步长序号（空间步长 Δx，$x_i=i\Delta x$），则式（1-8-5）可用下式逼近

$$\frac{f_i^{n+1}-f_i^n}{\Delta t}=c\frac{f_{i+1}^n-2f_i^n+f_{i-1}^n}{\Delta x^2} \tag{1-8-6}$$

下面举例说明用显示格式求解抛物型方程的方法。

例 1 两个间距为 1 cm 水平平板如图 1-8-1（a）所示，充满着运动黏度系数 $\nu=1\,\text{cm}^2/\text{s}$ 的液体。上板做水平运动并在 0.1 s 时间内，速度由 0 线性地增加到 10 cm/s，如图 1-8-1（b）所示。计算液体流速分布随时间的变化。

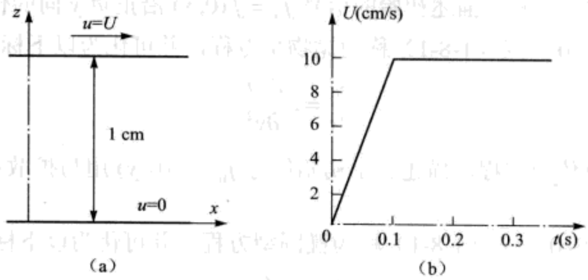


图 1-8-1 平板速度图

由图 1-8-1，注意到沿 x 坐标方向流速分布不变，是一个一维流动问题，经过对 N-S 方程的简化，本文题可用关于速度函数 $u(z,t)$ 的抛物型方程来表示。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{1-8-7}$$

流动区域在 z=0 和 z=1 cm 之间，初始条件为 $u(z,\ 0)=0\,\text{cm/s}$，边界条件为：$u|_{z=0}=0$，$u|_{n=1}=U\ \text{cm/s}$，U 为上板移动速度，U 随时间的变化情况如图 1-8-1（b）所示。

用式（1-8-6）这一显式差分格式计算，取 $\Delta z=0.1\,\text{cm}$，$\Delta t=0.001\,\text{s}$，沿板的铅垂方向把空间离散为 11 个等步长的节点，计算各点处的流速，边界条件可取节点 $i=1$（z=0）和 $i=11$（z=1 cm）的流速。

计算程序如下：

```
#include "math.h"
main()
{
   float   u[100], u0[100];
   float   t, dz, dt, umax;
   int    i, n, imax, imax1;
   imax = 11;
   dz = 0.1; dt = 0.001;
```

```
        imax1= imax - 1;
        for( i=1; i<=imax; i++)    { u[i] = 0; u0[i] = 0; }
        t = 0 ;    n = 0;
        printf("\n\n   t(s)    0    0.1   0.2   0.3   0.4   0.5   0.6   0.7   0.8   0.9   1\n");
        do
        {    t+ = dt;    n+ = 1;
            if(t<0.1) u[imax] = t*100;
            else    u[imax]=10;
            for(i=2; i<=imax1; i++)
               u[i]=u0[i]+dt*1./dz/dz*(u0[i+1]+u0[i-1]-2*u0[i]);
            for(i=1;i<=imax;i++)    u0[i] = u[i];
            if(n%100 = = 0)
            {    printf("\n %5.3f ",t);
                 for(i=1;i<=imax;i++) printf("%5.3f ",u0[i]);
                 printf("\n -----------------------------------------------------------------");
            }
        }while(n<1000);
    }
```

变量说明：

$u[i]$，$u0[i]$ =速度的新值和旧值；

dz =空间步长；

dt =时间步长；

$i$max =空间步长序号最大值；

t =时间；

n =时间步长序号；

数据：dz=0.1；dt=0.001；$i$max=11；计算结果如下表。沿 z 轴各截面上流速分布随时间的变化如图 1-8-2 所示，不同时刻的流速分布曲线如图 1-8-3 所示。由图 1-8-3 可看出，当时间较长时，任意 $x=C$ 面上的速度分布为线性分布，符合 NS 方程计算结果。

t/s	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0.100	0.000	0.086	0.202	0.386	0.684	1.162	1.903	3.017	4.633	6.905	10.000
0.200	0.000	0.543	1.128	1.794	2.573	3.490	4.554	5.763	7.097	8.524	10.000
0.300	0.000	0.826	1.668	2.544	3.463	4.435	5.463	6.543	7.668	8.825	10.000
0.400	0.000	0.935	1.876	2.829	3.799	4.789	5.799	6.829	7.876	8.935	10.000
0.500	0.000	0.976	1.954	2.936	3.925	4.921	5.925	6.936	7.954	8.976	10.000
0.600	0.000	0.991	1.983	2.976	3.972	4.970	5.972	6.976	7.983	8.991	10.000
0.700	0.000	0.997	1.994	2.991	3.990	4.989	5.990	6.991	7.994	8.997	10.000
0.800	0.000	0.999	1.998	2.997	3.996	4.996	5.996	6.997	7.998	8.999	10.000
0.900	0.000	1.00	1.999	2.999	3.999	4.998	5.999	6.999	7.999	9.000	10.000
1.00	0.000	1.00	2.000	3.000	3.999	4.999	5.999	7.000	8.000	9.000	10.000

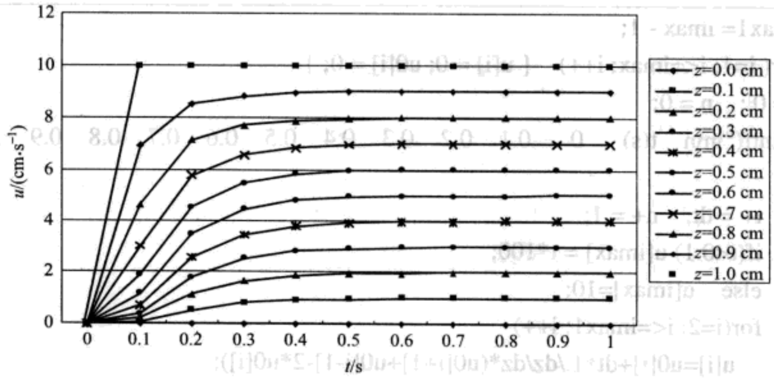


图 1-8-2　不同高度的速度变化图

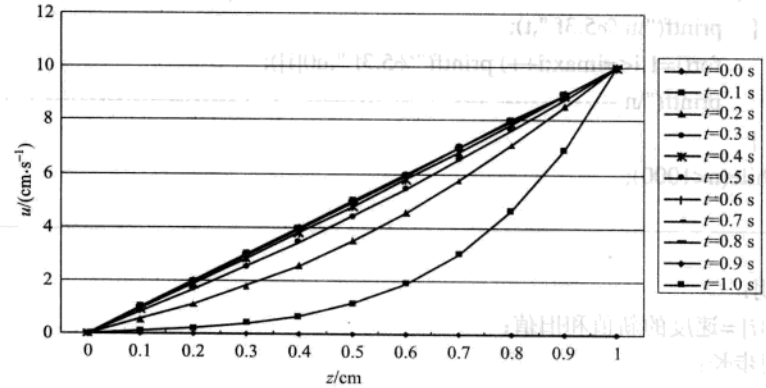


图 1-8-3　不同时刻的速度变化图

注意：

取 $\Delta t = 0.001$ 和 $\Delta t = 0.01$，比较 $z = 0.9$ cm 处的流速变化，两种情况的相应的参数

$$\lambda = \nu \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \tag{1-8-8}$$

分别等于 0.1 和 1.0，显然第二种情况（$\Delta t = 0.01$）解是不稳定的。数值试验和理论分析表明，显式格式在 $\lambda \leqslant 0.5$ 时才有稳定解。

除了上例所述的显式格式外，还有很多由不同学者提出并试用过的其他的差分格式，例如，Duffort-Frankel 格式，逼近式（1-8-5）中的二阶导数用下面的差分来逼近

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{\Delta x^2} \tag{1-8-9}$$

还有 Cheng-Allen 格式为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^{n-1}}{\Delta x^2} \tag{1-8-10}$$

用此格式在计算 $n = 1$（$t = \Delta t$）的 f 时出现一点小问题，三层格式需要二层启动才能计算，

还需要知道 $t=0$ 和 $t=\Delta t$ 时的函数值，这可以先用式（1-8-6）计算 $t=\Delta t$ 时刻的近似值，再用式（1-8-9）或式（1-8-10）进行计算。

隐式格式和显式格式不同，比如 Crank-Nicolson 格式，用下面的差分逼近二阶导数

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f_i^{n+\frac{1}{2}} + f_{i-1}^{n+\frac{1}{2}} - 2 f_i^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}$$

式中

$$f^{n+\frac{1}{2}} = \frac{f^n + f^{n+1}}{2} \qquad (1\text{-}8\text{-}11)$$

这是一个无条件稳定的格式，但需要使用求解方程组的方法求解，下面是相应的程序。

例 2　利用 Crank-Nicolson 格式计算例 1，计算程序如下：

```
#include "math.h"
main()
 {
   float   u[100], u0[100];
   float   b,t,dz,dt,dif,difmx,temp;
   int imax,imax1,iter,i,n;
   dz=0.1; dt=0.001; imax=11;
   for(i=1;i<=imax;i++) { u[i]=0; u0[i]=0; }
   imax1=imax-1;
   n=0; t=0;
   b=1./(1./dt+1./dz/dz);
   printf("\n t(s)   0.0   0.1   0.2   0.3   0.4   0.5   0.6   0.7   0.8   0.9   1.0\n");
   do{
        t+=dt;    n+=1;
        if(t<0.1) u[imax]=t*100;
        else u[imax]=10;
        iter=0;
        do
        { difmx=0;
          iter+=1;
          if(iter>100) exit( );
          for(i=2;i<=imax1;i++)
          { temp=u[i];
             u[i]=u0[i]*b/dt+1.*b/2/dz/dz*(u[i+1]+u[i-1]+u0[i+1]+u0[i-1]-2*u0[i]);
             dif=fabs(temp-u[i]);
             if(dif>difmx) difmx=dif;   }
        }while(difmx>0.00001);
        for(i=1;i<=imax;i++) u0[i]=u[i];
```

```
            if(n%100==0)
            { printf("\n %5.3 f ",t);
            for(i=1;i<=imax;i++) printf("%5.3 f ",u0[i]);
            printf("\n ");
            for(i=1;i<=72;i++) printf("-");
        }
    }while(n<1 000);
}
```

变量补充说明：

iter　= 解代数方程组的迭代次数

注意：difmx>两次迭代之间 u 的最大差值；收敛准则为 difmx=10^{-5}。设 $\Delta t=0.001$ 和 $\Delta t=0.01$ 两种情况下的计算结果如下表，两种时间间隔的计算结果变化不大，说明这种差分格式是无条件稳定的。

$\Delta t=0.001$ 时的输出结果

t/s	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.100	0.000	0.089	0.208	0.394	0.694	1.173	1.915	3.027	4.641	6.909	10.000
0.200	0.000	0.543	1.127	1.792	2.571	3.487	4.551	5.760	7.094	8.522	10.000
0.300	0.000	0.825	1.666	2.540	3.460	4.432	5.459	6.540	7.666	8.824	10.000
0.400	0.000	0.934	1.874	2.827	3.797	4.786	5.797	6.827	7.874	8.934	10.000
0.500	0.000	0.975	1.953	2.935	3.924	4.920	5.924	6.935	7.953	8.975	10.000
0.600	0.000	0.991	1.982	2.976	3.971	4.970	5.971	6.976	7.982	8.991	10.000
0.700	0.000	0.996	1.993	2.991	3.989	4.989	5.989	6.991	7.993	8.997	10.000
0.800	0.000	0.999	1.997	2.997	3.996	4.996	5.996	6.997	7.998	8.999	10.000
0.900	0.000	1.00	1.999	2.999	3.998	4.998	5.998	6.999	7.999	9.000	10.000
1.00	0.000	1.00	2.000	3.000	3.999	4.999	5.999	7.000	8.000	9.000	10.000

$\Delta t=0.01$ 时的输出结果

t/s	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.10	0.000	0.088	0.207	0.393	0.693	1.172	1.913	3.025	4.639	6.908	10.00
0.200	0.000	0.542	1.127	1.792	2.571	3.488	4.552	5.761	7.095	8.523	10.000
0.300	0.000	0.825	1.667	2.541	3.460	4.432	5.460	6.540	7.666	8.824	10.000
0.400	0.000	0.934	1.875	2.828	3.797	4.787	5.797	6.828	7.875	8.934	10.000
0.500	0.000	0.975	1.953	2.935	3.924	4.920	5.924	6.935	7.953	8.975	10.000
0.600	0.000	0.991	1.982	2.976	3.971	4.970	5.971	6.976	7.982	8.991	10.000
0.700	0.000	0.997	1.993	2.991	3.989	4.989	5.989	6.991	7.993	8.997	10.000
0.800	0.000	0.999	1.997	2.997	3.996	4.996	5.996	6.997	7.998	8.999	10.000
0.900	0.000	0.999	1.999	2.999	3.998	4.998	5.998	6.999	7.999	9.000	10.000
1.00	0.000	1.00	2.000	2.999	3.999	4.999	5.999	6.999	8.000	9.000	10.000

将采用显式格式（1）和隐式格式（2）的计算结果进行比较，在 $z = 0.5$ cm 处的速度如下表。速度变化曲线的比较见图 1-8-4。结果说明两种方法无明显差别。

t/s	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
(1)	0	1.162	3.49	4.435	4.789	4.921	4.97	4.989	4.996	4.998	4.999
(2)	0	1.172	3.488	4.432	4.787	4.92	4.97	4.989	4.996	4.998	4.999

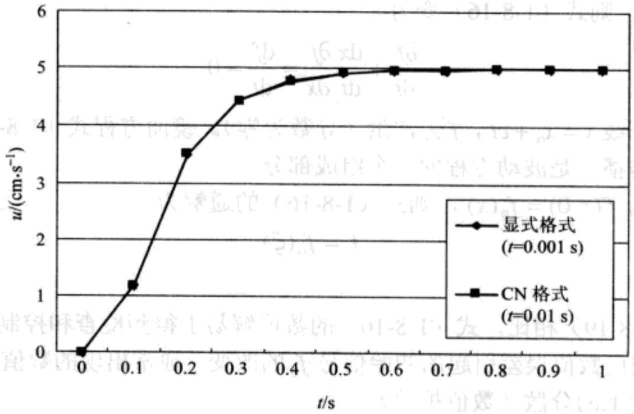


图 1-8-4　速度变化曲线比较

三、双曲型方程特征线法

一维齐次双曲型方程的标准形式为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \tag{1-8-12}$$

引进辅助变量 $\xi = x + ct$，$\eta = x - ct$，式（1-8-12）可改写成

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \tag{1-8-13}$$

这说明，f 具有如下形式的通解

$$f = \varphi(x + ct) + \psi(x - ct) \tag{1-8-14}$$

从几何观点看，式（1-8-14）显示出双曲型方程具有如下的性质：在解域内被称为特征线（或特征面）的某一曲线（或面）族上，式（1-8-12）的解按照特定的规律变化。在一维的情况下，波动方程（1-8-12）的曲线族是用下式描述的直线族

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \pm c \tag{1-8-15}$$

且沿这些特征线，f 是常量。

存在特征线的上述性质对于双曲型方程的解析解和数值解都很有用，首先确定特征曲线，而后在此特征线族上或在一个已知的矩形网格（需考虑到特征线的性质）上求解方程，这是避免误差的最好方法。

作为一个典型的双曲型方程，下面对一阶双曲型方程（也称为镜面方程）进行讨论。其

方程为

$$\frac{\partial f}{\partial t}+c\frac{\partial f}{\partial x}=0 \tag{1-8-16}$$

若 c 用下式替换

$$c=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1-8-17}$$

其解为 $x=x_0+ct$，则式（1-8-16）变为

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=0 \tag{1-8-18}$$

这说明沿每一特征线 $x=x_0+ct$，f 为常量（导数为零）。镜面方程式（1-8-16）描述了信号沿一个空间方向的传播，是波动方程的一个组成部分。

设初始条件为 $f(x,0)=f_0(x)$，则式（1-8-16）的通解为

$$f=f_0(\xi) \tag{1-8-19}$$

式中，$\xi=x+ct$。

与解析解（1-8-19）相比，式（1-8-16）的数值解易于得到检查和控制。主要是控制传播速度（相位差）或由数值误差引起的初始信号 f_0 的改变。通常出现的数值失真是由于 f_0 值的耗散和沿 x 轴空间上的分散（数值扩散）。

若空间导数用向前差分或中心差分来逼近

$$\frac{\partial f}{\partial x}\approx\frac{f_{i+1}^n-f_i^n}{\Delta x} \quad 或 \quad \frac{\partial f}{\partial x}\approx\frac{f_{i+1}^n-f_{i-1}^n}{2\Delta x} \tag{1-8-20}$$

使 f_i^{n+1} 的值和位于 x–t 空间中的 f_i^{n+1} 右侧的 f 值发生联系，结果将引起数值上的不稳定性，相反，$\partial f/\partial x$ 用向后差分来逼近，会得到一个稳定的数值差分格式

$$\frac{f_i^{n+1}-f_i^n}{\Delta t}+c\frac{f_i^n-f_{i-1}^n}{\Delta x}=0 \tag{1-8-21}$$

$c\dfrac{\Delta t}{\Delta x}$ 必须满足下面不等式

$$\lambda=\frac{c\Delta t}{\Delta x}\leqslant 1 \tag{1-8-22}$$

式中，c 为信号的传播速度。这个结论称为柯朗准则。

例 3 函数 f 描述一个随时间变化的量，满足镜面方程（1-8-16）；$c=2$，f 的初始形式为梯形如图 1-8-5 所示，$f(0,0)=0$，$f(1,\ 0)=1$，$f(2,\ 0)=1$，$f(3,\ 0)=0$。

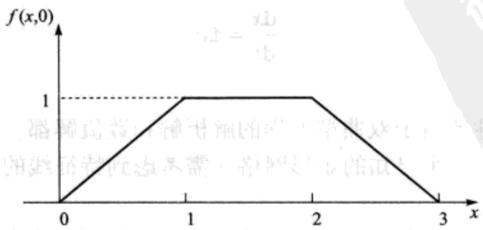


图 1-8-5 变量的初始状态

用显式向后差分格式（1-8-21）进行数值差分计算，取 $\Delta x=1$, $\Delta t=0.25$（相应的 λ 值为 $\lambda=1/2$），计算程序如下。

```
#include "math.h"
main()
{
  float   f[100], f0[100];
  float   dt, dx, c, t;
  int   imax, n, i;
  dt = 0.25; dx = 1; c = 2;   imax = 12;
  for(i =1;i<=imax;i++) f0[i]=0;
  f0[1]=0; f0[2]=1; f0[3]=1; f0[4]=0;
  for(i=1;i<=imax;i++) f[i]=f0[i];
  n=0; t=0;
  printf("\n\n   t(s)   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10   11   12\n");
  printf("\n %5.3 f ",t);
  for(i=1;i<=imax;i++) printf("%5.3 f ",f0[i]);
    for(i=1;i<=79;i++) printf("-");
  do
  {  t+=dt; n+=1;
    for(i=2;i<=imax;i++)
      f[i]=f0[i]-c*dt/dx*(f0[i]-f0[i-1]);
    for(i=1;i<=imax;i++) f0[i]=f[i];
    printf("\n %5.3 f ",t);
    for(i=1;i<=imax;i++) printf("%5.3 f ",f0[i]);
    printf("\n");
    for(i=1;i<=79;i++) printf("-");
  }while(n<10);
}
```

计算结果如下表所示，不同时刻函数沿 x 轴的分布如图 1-8-6 所示。

t/s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.000	0.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.250	0.000	0.500	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.500	0.000	0.250	0.750	0.750	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.750	0.000	0.125	0.500	0.750	0.500	0.125	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.000	0.000	0.062	0.312	0.625	0.625	0.312	0.062	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.250	0.000	0.031	0.188	0.469	0.625	0.469	0.188	0.031	0.000	0.000	0.000	0.000
1.500	0.000	0.016	0.109	0.328	0.547	0.547	0.328	0.109	0.016	0.000	0.000	0.000
1.750	0.000	0.008	0.062	0.219	0.438	0.547	0.438	0.219	0.062	0.008	0.000	0.000
2.000	0.000	0.004	0.035	0.141	0.328	0.492	0.492	0.328	0.141	0.035	0.004	0.000
2.250	0.000	0.002	0.020	0.088	0.234	0.410	0.492	0.410	0.234	0.088	0.020	0.002
2.500	0.000	0.001	0.011	0.054	0.161	0.322	0.451	0.451	0.322	0.161	0.054	0.011

$\Delta t=0.25$时的计算结果如图 1-8-6 所示，可以看出：

（1）格式是稳定的，信号保持对称形式。

（2）特点是使f_0值具有扩散倾向。

（3）固有的数值扩散和λ成反比，数值解和解析解相吻合，未见弥散。

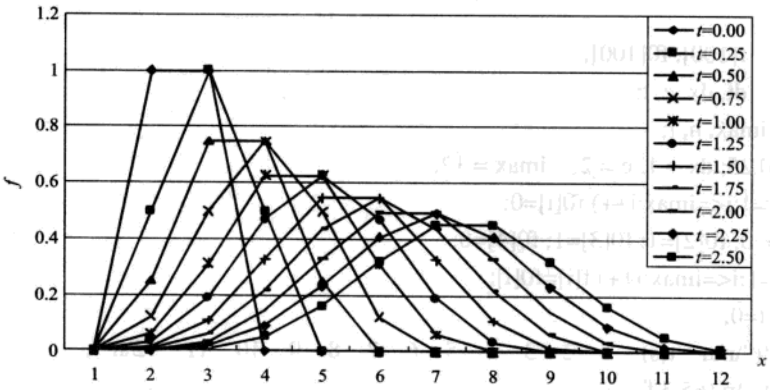


图 1-8-6　不同时刻函数沿 x 轴的分布图

限于篇幅，本章仅对计算流体力学作一个入门性的介绍，有兴趣的读者可参考其他相关资料进行深入研究。第二、三章将利用 Fluent 软件包分别对二维和三维流动问题进行数值模拟计算，同时将介绍相关的计算方法和计算模型。

第二章 二维流动与传热问题

第一节　空气流过高温平板的流动与换热问题

问题描述

温度为T_0、压强为p_0的理想气体以均速 V_0 流过温度为T_p、长为L的无限宽平板，如图 2-1-1 所示。试对平板绕流的流动过程、热传导过程以及平板所受到的剪切应力分布等进行数值模拟计算。

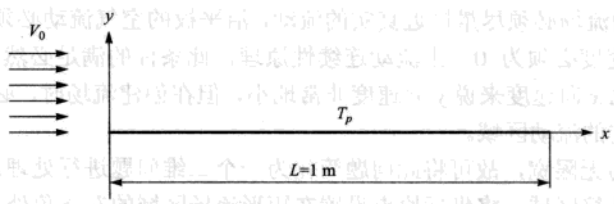


图 2-1-1　空气流过高温平板示意图

对于平板与来流存在大温差的情况，必须考虑流体的可压缩性，为此我们假设来流是可压缩的。设来流为空气，来流条件参数如下：

来流流速 $V_0 = 20\ \mathrm{m/s}$　　动力黏度 $\mu = 1.89\times10^{-5}\ \mathrm{Pa\cdot s}$

导热系数 $\lambda = 0.024\,7\ \mathrm{W/(m\cdot K)}$　　定压比热 $C_p = 100\,5\ \mathrm{J/(kg\cdot K)}$

来流温度 $T_0 = 300\ \mathrm{K}$　　来流压强 $p_0 = 101\,325\ \mathrm{Pa}$

由理想气体状态方程，来流气体的密度为

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0} = \frac{101\,325}{287\times300} = 1.177\ \mathrm{kg/m^3}$$

则来流的雷诺数为

$$Re_L = \frac{V_0 L}{\mu/\rho_0} = 1.266\times10^6$$

由流体力学的知识可知，这是一个混合边界层流动与热传导问题。由于 Fluent 软件不允许同时选择多种流动模型，故假设流动为紊流流动。下面我们用 Fluent 求解此问题，并通过绘制平板上的 y^+ 值来说明求解的有效性。然后绘制沿平板的剪切应力分布以及努塞尔特数与雷诺数的关系曲线图，并将数值计算结果与实验导出的热传导系数进行比较。

第 1 步：在 Gambit 中创建流域结构、划分网格并确定边界类型

1. 启动 Gambit

首先在 D 盘根目录下建立一个名为 plate 的文件夹。双击桌面上的 Gambit 图标打开 Gambit Startup 窗口，在 Working Directory 右侧填入 d:\plate ，如图 2-1-2 所示。选择 plate 文件夹为工作目录，点击 Run 按钮，启动 Gambit。

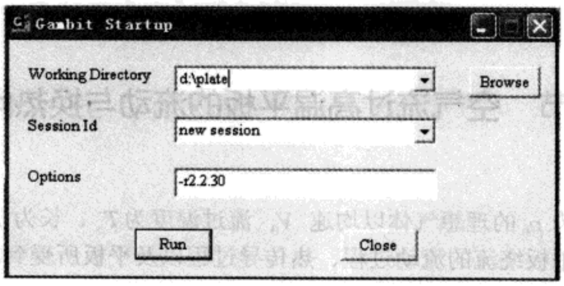


图 2-1-2　Gambit 启动对话框

分析：所创建的流场必须尽量接近真实的流动，沿平板的空气流动必须满足无滑移条件，即在平板上的流动速度必须为 0。由流动连续性原理，此条件的满足必然使气流产生一个 y 向的速度。尽管相比 x 向速度来说 y 向速度非常地小，但在创建流场时，必须考虑到这一点，即沿 y 方向要有一定的流动区域。

由于假设平板为无限宽，故可将此问题简化为一个二维问题进行处理。选取一个长为 L 的矩形区域为流动计算区域，将坐标原点设置在矩形流场区域的左下角处（平板的前缘点），如图 2-1-3 所示。建立流动计算区域的方法是首先创建四个节点，然后连接成矩形的四条边，再由这四条边形成面，构成一个矩形的流动区域。

2. 创建节点

首先创建流动区域的四个节点。

点击 Geometry Command Button →Vertex Command Button →Create Vertex ，弹出对话框，如图 2-1-4 所示。

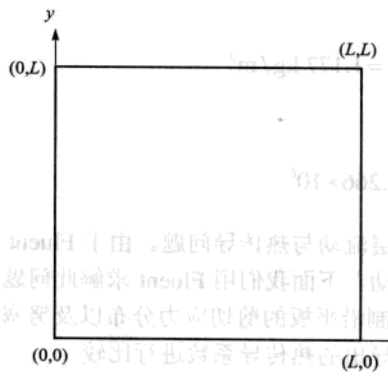


图 2-1-3　流动区域图

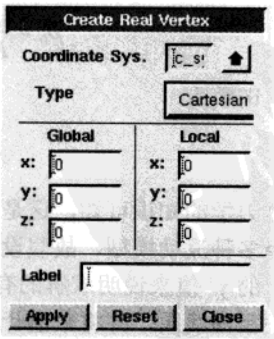


图 2-1-4　创建节点对话框

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

（1）确定左下角坐标（节点 1）为

$$x=0,\ \ y=0,\ \ z=0$$

（2）重复上述过程，分别创建如下其他 3 个节点。

节点 2： $x=1,\ \ y=0,\ \ z=0$

节点 3： $x=1,\ \ y=1,\ \ z=0$

节点 4： $x=0,\ \ y=1,\ \ z=0$

注意： 对于二维问题，z 轴坐标始终为 0。点击 Global Control 中的 Fit to Window Button 按钮（见图 2-1-5），可使图形更清楚。

在 Global Control 中还有一个按钮很有用，即确定视图方向按钮，可使 z 轴重新垂直于图形。

3. 创建边

在两点之间连成一条线，构成流动区域的边线。

点击 Geometry Command Button→Edge Command Button→Create Edge，弹出创建直线对话框，如图 2-1-6 所示。

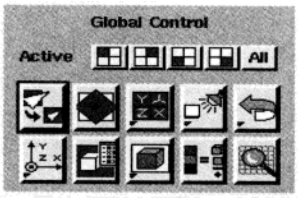


图 2-1-5　工具箱

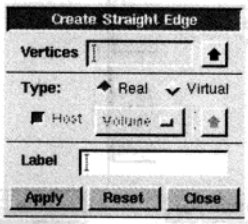


图 2-1-6　创建直线对话框

点击 Vertices 右侧的按钮，则弹出节点列表框，如图 2-1-7 所示。

（1）选择 vertex.1 和 vertex.2 两个节点，点击 ---> 按钮。

（2）点击 Close 按钮，关闭节点列表框。

（3）点击创建直线对话框下方的 Apply 按钮。

重复这一过程，可创建其他 3 条边线。

注意： 也可在按住 Shift 键的同时，用鼠标点击节点来选择。

4. 创建面

点击 Geometry Command Button→Face Command Button→Form Face，打开创建面对话框，如图 2-1-8 所示。

由四条线包围而成一个面，类似于创建边的操作，在创建面对话框中点击 Edges 右侧按钮，打开边线列表框，如图 2-1-9 所示。

（1）点击 All-> 按钮，将四条边全部选中，点击 Close 按钮。

（2）点击创建面对话框中的 Apply 按钮，则创建平面，如图 2-1-10 所示。

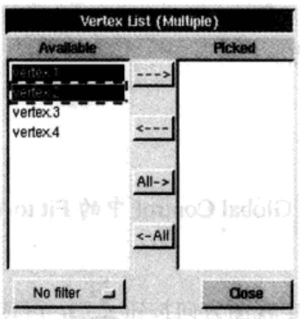


图 2-1-7　节点列表



图 2-1-8　创建面对话框

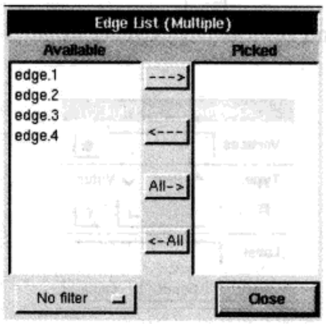


图 2-1-9　边线列表框

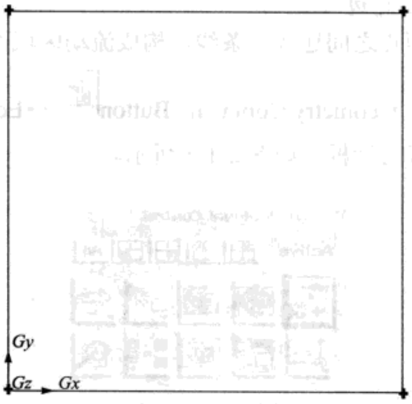


图 2-1-10　所创建的面

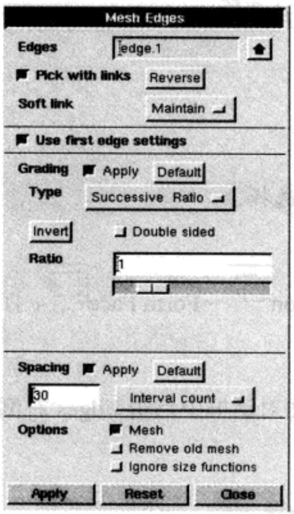


图 2-1-11　边线网格划分对话框

5. 保存文件

点击 File→Save As...。所保存文件的文件名为 plate。

第 2 步：创建网格

对此矩形区域划分网格，将竖直方向划分为 100 份，并沿 y 方向网格长度成等比数列逐渐增长；将水平方向等分为 30 份。

1. 对边线进行网格划分

点击 Mesh Command Button  →Edge Command Button  →Mesh Edges ，打开边线网格划分对话框，如图 2-1-11 所示。

注意：由于紊流边界层厚度相比平板长度是很小的，求解边界层内的流动时，平板附近的网格必须划分得很细。

具体操作如下：

（1）选择 edge.1（底部）和 edge.3（顶部），设 Ratio 为 1，设内部节点数为 30，点击 Apply 按钮。

（2）点击按钮，选择 edge.2（右侧直线），点击按钮；点击 Close 按钮，注意到此时线的箭头方向是向上的。

（3）按住 Shift 键，鼠标点击区域左侧直线，选择 edge.4，若其方向是向下的，可通过按住 Shift 键的同时用鼠标中键点击此线来改变方向。

（4）在 Type 项，选择 Successive Ratio，设置 Ratio 为 1.08。

（5）在 Spacing 项选择 Interval Count，并设内部节点数为 100。

（6）点击 Apply 按钮，则网格图形如图 2-1-12 所示。

2. 划分面网格

点击 Mesh Command Button →Face Command Button →Mesh Faces ，打开对话框，如图 2-1-13 所示。

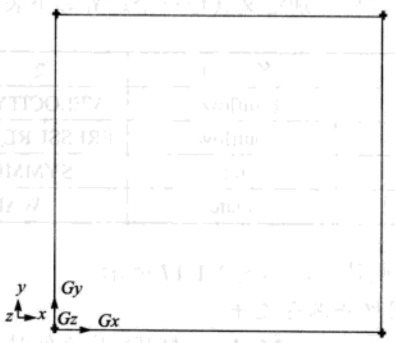


图 2-1-12　边线网格划分图

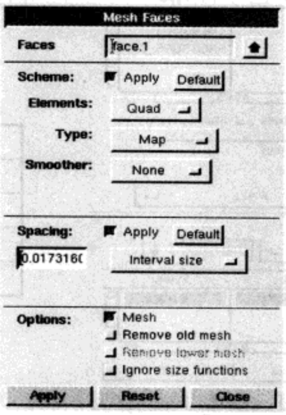


图 2-1-13　面网格划分对话框

（1）点击 Faces 右侧黄色区域，按住 Shift 键并点击流域的边线。

（2）保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。得到网格如图 2-1-14 所示。

第 3 步：定义边界类型

就所建立的流动区域而言，其边界名称如图 2-1-15 所示。

1. 创建边界类型

下面在 Gambit 中设置边界类型。区域左边（inflow）为入口边界，右边（outflow）为出口边界，上部（top）为开放边界，底部（plate）为固壁平板。

点击 Zones Command Button →Specify Boundary Types Command Button ，打开边界类型定义对话框，如图 2-1-16 所示。

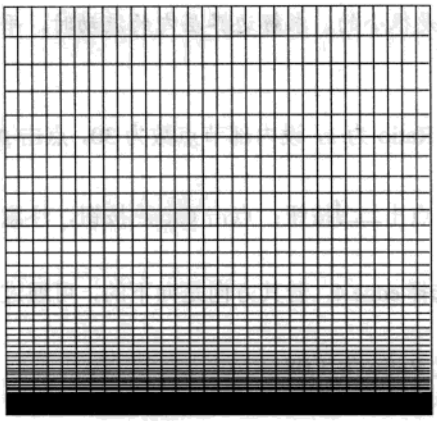


图 2-1-14　面网格划分图

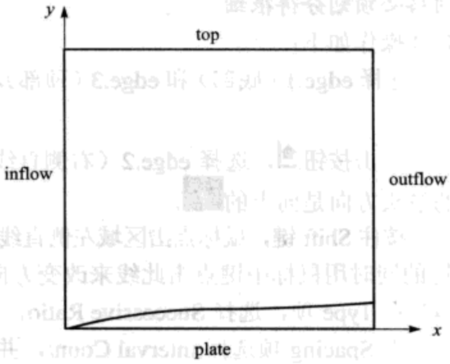


图 2-1-15　流动边界类型示意图

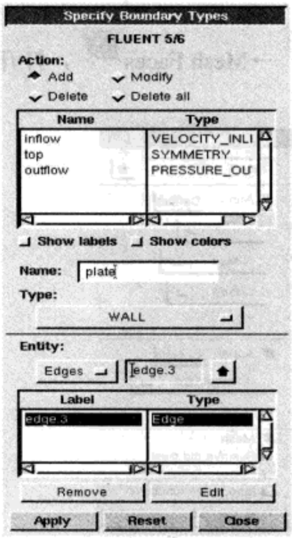


图 2-1-16　流动边界类型设置对话框

（1）在 Name 项输入 inflow。

（2）在 Type 项选择 VELOCITY_INLET。

（3）在 Entity 项选择 edges，按住 Shift 键并点击图形窗口内的左边线。

（4）点击下部的 Apply 按钮。

重复上述过程分别定义其他三个边界如下表所示。

边　　线	名　　称	类　　型
左侧	inflow	VELOCITY_INLET
右侧	outflow	PRESSURE_OUTLET
顶部	top	SYMMETRY
底部	plate	WALL

最后得到的边界，如图 2-1-17 所示。

2. 输出网格并保存文件

点击 File→Export→Mesh...，打开输出文件对话框，如图 2-1-18 所示。选择 Export 2-D(X-Y)Mesh，点击 Accept 按钮。

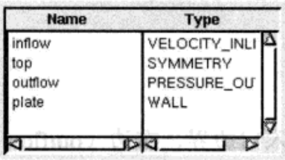


图 2-1-17　边界类型列表

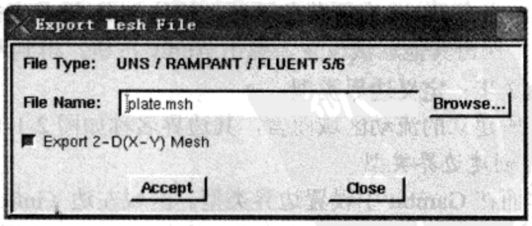


图 2-1-18　输出文件对话框

此时查看工作目录，可看到有 4 个文件，分别是 plate.dbs，plate.msh，plate.jou，plate.trn。dbs 文件是 Gambit 默认的储存几何体和网格数据的文件。

msh 文件是在 Gambit 划分网格和设置好边界条件之后，在 Export 中选择 msh 文件输出格式而得，该文件可以被 Fluent 求解器读取。

jou 文件是 Gambit 命令记录文件，可以通过运行 jou 文件来批处理 Gambit 命令。

trn 文件是记录 Gambit 命令显示窗（transcript）信息的文件。

第 4 步：在 Fluent 中对问题进行设置

1. 启动 Fluent-2ddp

（1）启动 Fluent，如图 2-1-19 所示。

（2）选择 2ddp 求解器，点击 Run 按钮。

2ddp 求解器是一个双精度求解器，常用于二维计算问题。双精度求解器是 64 位的，而单精度求解器是 32 位的，增加了数值求解的精度。

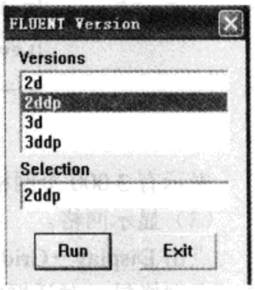


图 2-1-19 Fluent 启动窗口

2. 读入网格

点击 File→Read→Case...，将网格文件 plate.msh 读入，得到的反馈信息，如图 2-1-20 所示。

注意看一下节点数，不同类型的面数和网格数。目前有 3 000 个四边形网格，恰好是水平方向的 30 个乘以竖直方向的 100 个。

同时也看一下区域数，有四个区域，即为入流、出流、顶部和平板区域。

```
> Reading "D:\plate\plate.msh"...
    3131 nodes.
     100 mixed pressure-outlet faces, zone  3.
      30 mixed symmetry faces, zone  4.
      30 mixed wall faces, zone  5.
     100 mixed pressure-inlet faces, zone  6.
    5870 mixed interior faces, zone  8.
    3000 quadrilateral cells, zone  2.

Building...
     grid,
     materials,
     interface,
     domains,
     zones,
        default-interior
        inflow
        plate
        top
        outflow
        fluid
     shell conduction zones,
Done.
```

图 2-1-20 Fluent 反馈信息

3. 检查并显示网格

（1）首先检查一下网格有没有错误。

点击 Grid→Check。要特别注意信息反馈窗口内不能有任何错误警告，特别是注意负体积或负面积警告。

（2）再看一下网格数。

点击 Grid→Info→Size，工作窗口将显示网格信息，如图 2-1-21 所示。

Grid Size

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	3000	6130	3131	1

图 2-1-21　网格信息

表示有 3 000 个网格，6 130 个面，3 131 个节点等。

（3）显示网格。

点击 Display→Grid...，打开网格显示对话框。

在网格显示对话框中，保留默认设置，点击 Display 按钮，则打开的图形窗口中显示出网格，如图 2-1-22 所示。

4. 设置求解器

（1）确定求解器参数。

点击 Define→Models→Solver，打开求解器设置对话框，如图 2-1-23 所示。

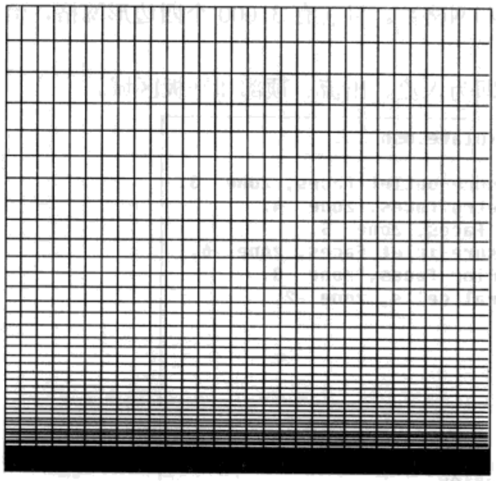


图 2-1-22　流域网格图

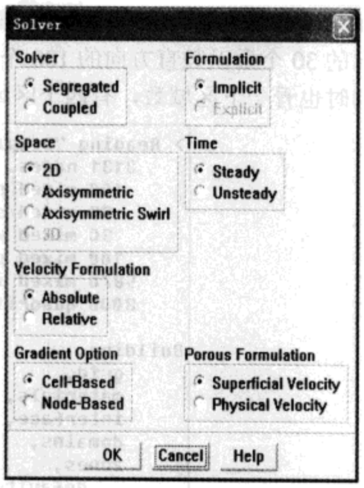


图 2-1-23　求解器设置对话框

① 在 Solver 项选择 Segregated。

② 在 Formulation 项选择 Implicit。

③ 在 Time 项选择 Steady。

④ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

（2）启动能量方程。

点击 Define→Models→Energy，打开能量方程对话框，如图 2-1-24 所示。

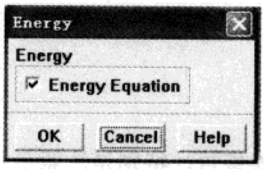


图 2-1-24　启动能量方程

本问题涉及温度的分布及温度对流体密度和流动的影响，因此必须求解能量方程。

注：当在材料属性设置中选取理想气体后，Fluent 也会自动启动能量方程。

（3）确定紊流模型。

鉴于本问题的雷诺数 $Re_L > 5\times10^5$，属于紊流流动，为此必须选取合适的紊流计算模型。点击 Define→Models→Viscous，打开紊流模型选择对话框，如图 2-1-25 所示。

① 在 Model 项选择 k-epsilon。

② 在 k-epsilon Model 项选择 Realizable。

对于边界层流动来说，Realizable k-epsilon 模型比 Standard k-epsilon 模型精度更高。

③ 在 Near-Wall Treatment 项选择 Enhanced Wall Treatment。

④ 在 Enhanced Wall Treatment Options 中，选择 Thermal Effects。

⑤ 在 Model Constants 项中的模型常数是被广泛认可的常数，不用改变。保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

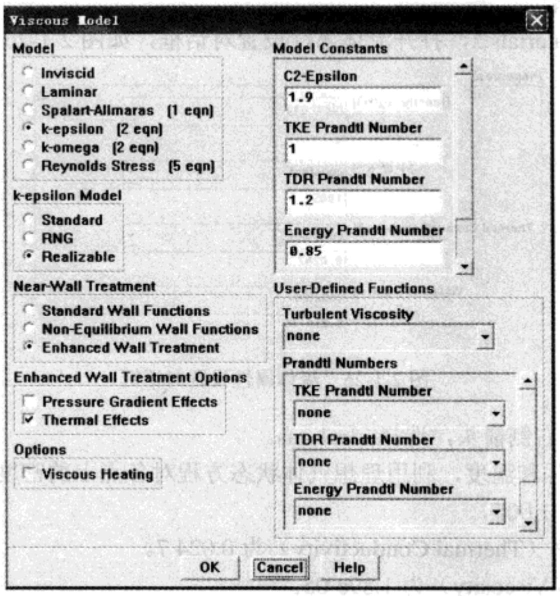


图 2-1-25 紊流模型选择对话框

注意：要处理边界层内的流动问题需考虑以下三种情况：

① 层流底层（$y^+<5$）。

② 过渡区域（$5<y^+<30$）。

③ 紊流区域（$y^+>30$）。

其中，y^+作为一个网格化的无量纲度量值，决定了近壁层被限定的范围。其定义为

$$y^+ = \frac{u^* y}{\mu/\rho} \qquad u^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$$

可以看出，y^+与雷诺数的定义形式一样。式中 y 为最贴近壁面网格的高度；τ_0 为壁面剪切应力，u^* 称为剪切应力速度。运用 Fluent 对该问题进行求解后，可以求得对应于不同位置网格

的 y^+ 值。

当网格的粗细度处于紊流区域（$y^+>30$）时，选择 Enhanced Wall Treatment 可用来提高边界层问题的计算精度。也就是说，当使用一个不太精细的网格时，它的效果非常显著。

当网格的粗细度处于过渡区域（$5<y^+<30$）时，选择 Enhanced Wall Treatment 也有助于提高计算精度，但效果有所下降。

当网格的粗细度处于层流底层（$5>y^+$）时，Fluent 本身可用来求解层流底层内的问题，Enhanced Wall Treatment 选项在提高计算精度方面作用不明显。

由于 y^+ 值需要经过计算后才能得到，故不能事先确定网格的精细程度，鉴于边界层的厚度明显小于流动区域的高度，且问题的解决取决于层流底层，因此把问题限定于紊流区域，使用 Enhanced Wall Treatment 选项不失为一个好选择。因为尽管对于当前的网格也许不是很必要（若满足 $5>y^+$ 时），但对于处理不太精细的网格，Enhanced Wall Treatment 选项仍是值得推荐的。

（4）定义流体属性。

点击 Define→Materials...，打开流体属性设置对话框，如图 2-1-26 所示。

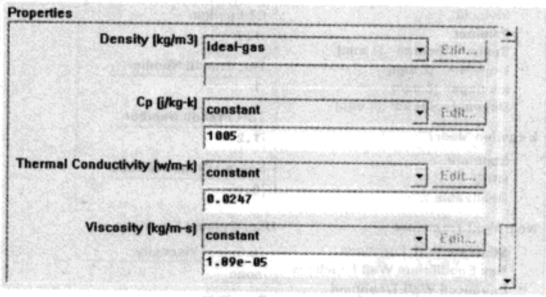


图 2-1-26　流体属性设置对话框

① 点击 Density 右侧箭头，选择 ideal-gas。

Fluent 将根据压强和温度，利用理想气体状态方程对各点上的密度进行计算。

② 将 Cp 设置为 1 005。

③ 改变热传导率（Thermal Conductivity）为 0.024 7。

④ 改变黏性项（Viscosity）为 1.89e-05。

⑤ 保留其他默认设置，点击 Change/Create 按钮，点击 Close 按钮。

注：仅仅点击 Close 按钮而不点击 Change/Create 按钮将回到默认设置。

（5）定义操作条件。

点击 Define→Operating Conditions...，打开操作条件对话框，如图 2-1-27 所示。

Fluent 内部采用的是表压强。当需要绝对压强时，是通过表压强加上操作压强得到的。操作压强为一个大气压(101 325 Pa)是默认值。

对于气体流动，一般不涉及重力问题，故不选 Gravity。

保留默认设置，点击 OK 按钮。

（6）定义边界条件。

点击 Define→Boundary Conditions...，打开边界条件设置对话框，如图 2-1-28 所示。在对话框的左边有我们已定义好的四个边界名称，另外还有两个区域是默认流场内部的设置，无需改变。

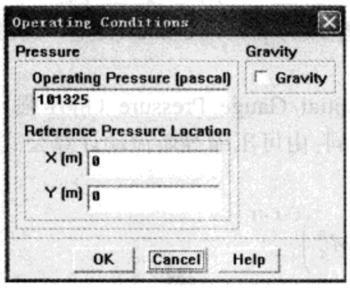


图 2-1-27 操作条件对话框

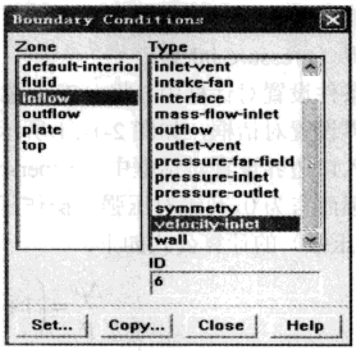


图 2-1-28 边界条件设置对话框

① 入口边界设置。

在 Zone 项选择 inflow；注意到其边界类型为 velocity-inlet；点击 Set...按钮；得到速度入口边界设置对话框，如图 2-1-29 所示。

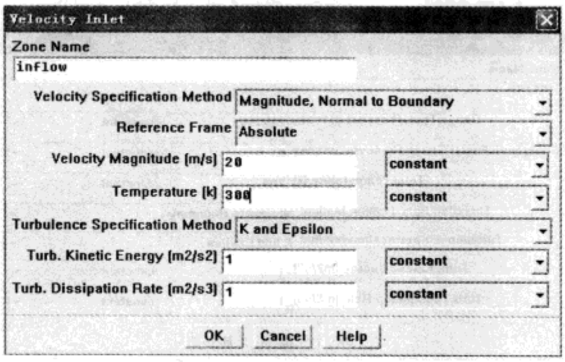


图 2-1-29 速度入口边界设置对话框

在 Velocity Specification Method 项选用 Magnitude, Normal to Boundary（确定速度大小，速度方向垂直于边界）。

在 Velocity Magnitude 项输入速度大小为 20。

在 Temperature 项输入流体温度 300。

保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

此时，在 Fluent 工作窗口给出警告，如图 2-1-30 所示。

```
Warning: Velocity inlet boundary conditions are not appropriate for
         compressible flow problems. Please change the boundary
         condition types used for this problem.
```

图 2-1-30 警告信息

上述警告提示，对于可压缩流动问题使用速度入口边界是不恰当的，需要改变边界类型。其原因是采用速度入口边界时，不要求确定入口边界的压强；而对于可压缩流体来说，压强将直接影响流体的密度，进而影响流速。这样设置的速度入口边界，由于入口压强的不确定

可能导致计算无法进行，即使进行了计算，其计算结果也不大可信。为此可将入口边界改为压力入口边界（pressure-inlet）。

在边界条件设置对话框中，将 inflow 边界类型改为 pressure-inlet 类型，点击 Set...，打开压力入口边界设置对话框，如图 2-1-31 所示。

在压力入口边界设置对话框中，Supersonic/Initial Gauge Pressure（静压强）项的数值相对于操作压强而言为 0，其绝对压强与操作压强相同；由可压缩等熵流动计算公式，Gauge Total Pressure（总压强）的计算公式如下：

$$\frac{\Delta p}{p}=\left(1+\frac{k-1}{2}M_a^2\right)^{k/(k-1)}$$

将 $M_a=V_0/\sqrt{kRT_0}=20/\sqrt{1.4\times287\times300}=0.0576$，$p=101\,325$ Pa 代入，得到 Gauge Total Pressure 与 Supersonic/Initial Gauge Pressure 数值之差为

$$\Delta p=235.56\ \text{Pa}$$

注：对于不可压缩流体，计算结果为 $\Delta p=\frac{1}{2}\rho_0V_0^2=235.36$ Pa。

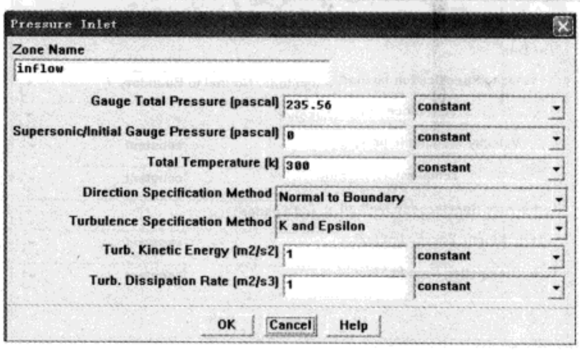


图 2-1-31 压力入口边界设置对话框

② 设置出流边界。

在边界条件设置对话框中的 Zone 项选择 outflow，注意到其类型为 Pressure_Outlet，点击 Set…按钮，得到压力出口边界设置对话框，如图 2-1-32 所示。

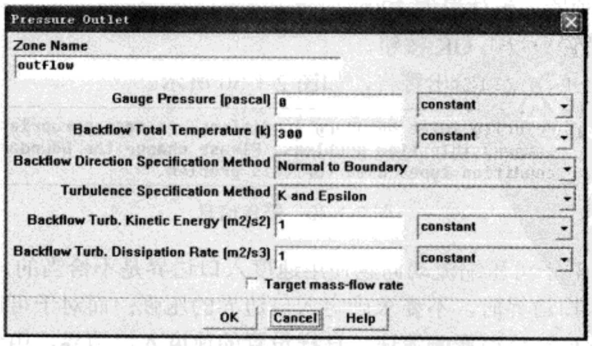


图 2-1-32 压力出口边界设置对话框

各项设置如图 2-1-32 所示，点击 OK 按钮。

注意到 Gauge Pressure 为 0，表示绝对压强为操作压强。出流边界的表压强=绝对压强−操作压强。由于不希望有任何回流，故没必要设置回流条件。

③ 设置平板的边界条件。

在 Zone 项选择 plate，确认其类型为 Wall，点击 Set…按钮，打开固壁边界设置对话框，如图 2-1-33 所示。

平板是一个等温的加热板，需设置其温度。

在 Thermal Conditions 项，选择 Temperature。

在 Temperature 右侧填入平板温度 400 K，数据如图 2-1-33 所示。

点击 OK 按钮。

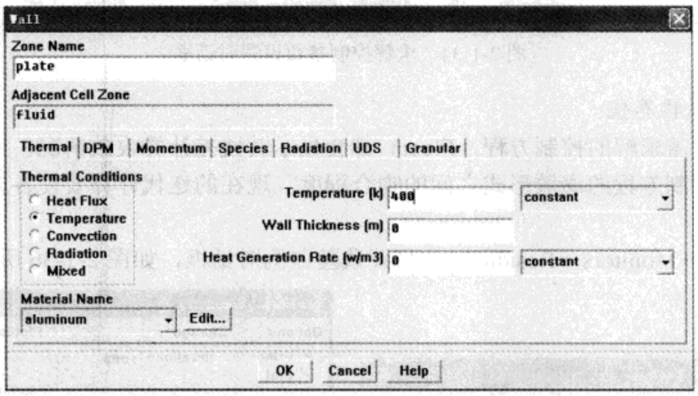


图 2-1-33 固壁边界设置对话框

④ 上边界的边界条件设置。

这是最后一个需要设置的边界，是流场的上部边界。在 Zones 项选择 top，确定其类型为 symmetry，点击 Set…按钮。此边界无需设置，点击 OK 按钮。

将流场的上部边界定义为压力出流边界似乎更合理，但由于此时顶部有回流，致使收敛变得比较困难，有时甚至不收敛。为此常将上部边界定义为 symmetry 类型，但此时应尽量使顶部边界远离平板固壁。

第 5 步：求解

1. 采用二阶离散方法进行计算

点击 Solve→Controls→Solution...，打开求解控制参数设置对话框，如图 2-1-34 所示。

（1）在 Discretization 项将 Density，Momentum，Turbulence Kinetic Energy，Turbulence Dissipation Rate 和 Energy 都改为 Second Order Upwind。

（2）保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

2. 设置流场初始值

点击 Solve→Initialize→Initialize...，打开求解初始化设置对话框，如图 2-1-35 所示。

（1）在 Compute From 下拉列表中选择 inflow，则初始值自动显示在窗口内。

（2）点击 Init 按钮，完成流场初始化；点击 Close 按钮。

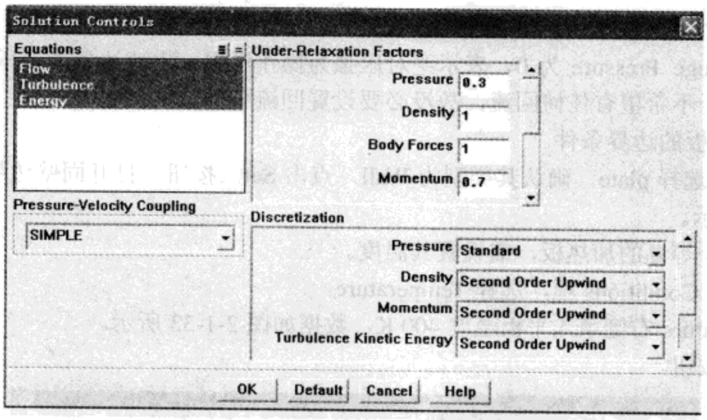


图 2-1-34 求解控制参数设置对话框

3. 设置收敛临界值

对每一个所需求解的控制方程，Fluent 都会显示其残差计算收敛情况。残差是用来度量当前的解与各控制方程的离散形式之间的吻合程度。现在的迭代计算要使各方程的残差降到 1e-06 以下。

点击 Solve→Monitors→Residual...，打开残差监测对话框，如图 2-1-36 所示。

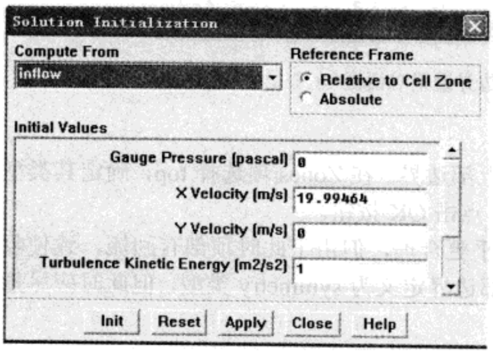


图 2-1-35 求解初始化设置对话框

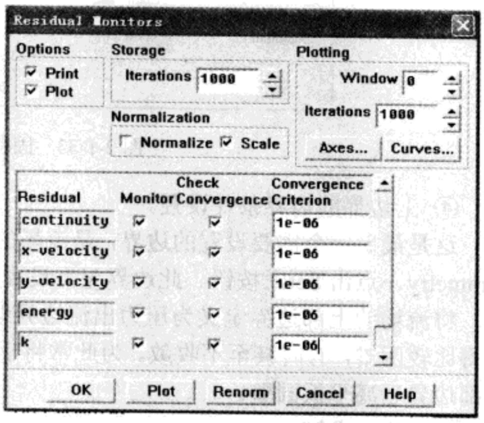


图 2-1-36 残差监测对话框

（1）在 Options 项选择 Print 和 Plot。

（2）将 Convergence Criterion 项下的所有数据都改为 1e-06。

（3）保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

4. 保存设置

点击 File→Write→Case...，选择文件名为 plate.cas，点击 OK 按钮。文件保存好后，可在任意时候通过读入此文件来继续工作。

注：输入 plate 即可，扩展名.cas 是系统自动加上的。

5. 迭代计算

点击 Solve→Iterate...，打开迭代计算对话框，如图 2-1-37 所示。进行 10 000 次迭代设置，点击 Iterate 按钮。迭代计算 1 955 次后，计算收敛，主窗口显示的残差各项数据已满足收敛条件，残差曲线如图 2-1-38 所示。

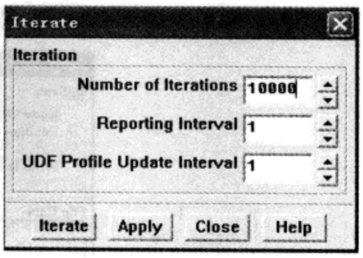


图 2-1-37　迭代计算对话框

6. 保存数据文件

点击 File→Write→Data...，输入 plate 后，点击 OK 按钮，将计算结果保存到 plate.dat 文件中。

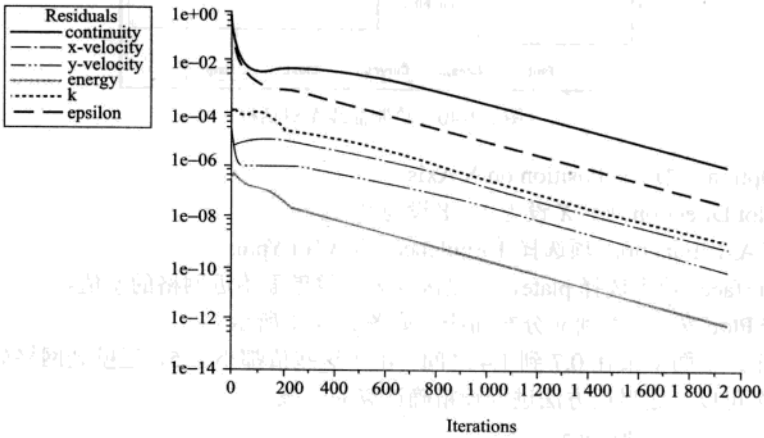


图 2-1-38　残差迭代收敛曲线

第 6 步：计算结果分析

1. y^+分析

紊流流动明显地受到壁面压力的影响。远离壁面处网格的情况对紊流模型的有效性影响很小，但在近壁面处则要求检验并确保其有效性。近壁模型与网格的情况密切相关，这需要用 y^+值来进行评估。

（1）设置计算 y^+所需的参考值。

点击 Report→Reference Values...，打开参考值设置对话框，如图 2-1-39 所示。

① 在 Compute From 项选择 inflow，说明以入口参数为参考值。

② 在 Temperature 项输入 300，在 Velocity 项输入 20，数据如图 2-1-39 所示。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

这些数值将用于壁面到网格中心的距离的无量纲化，并得到相应的 y^+值。

（2）绘制 y^+分布曲线。

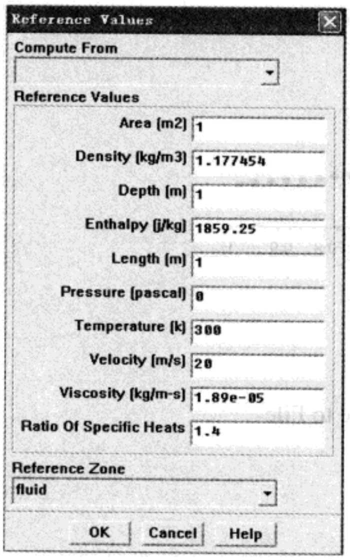


图 2-1-39　参考值设置对话框

点击 Plot → XY Plot...，打开绘图对话框，如图 2-1-40 所示。

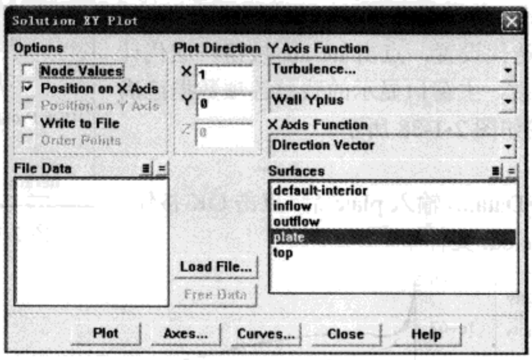


图 2-1-40　绘制曲线图对话框

① 在 Options 项选中 Position on X Axis。

② 在 Plot Direction 项，X 设为 1，Y 设为 0。

③ 在 Y Axis Function 项选择 Turbulence...和 Wall Yplus。

④ 在 Surfaces 项下选择 plate，这是因为要计算壁面附近网格的 y^+值。

⑤ 点击 Plot 按钮，得到 y^+分布曲线，如图 2-1-41 所示。

可以看出，壁面 y^+值在 0.7 到 1.4 之间。由于这些值都小于 5，近壁处网格处在层流底层内，这是一个可以用边界层方法进行较精确计算的区域。

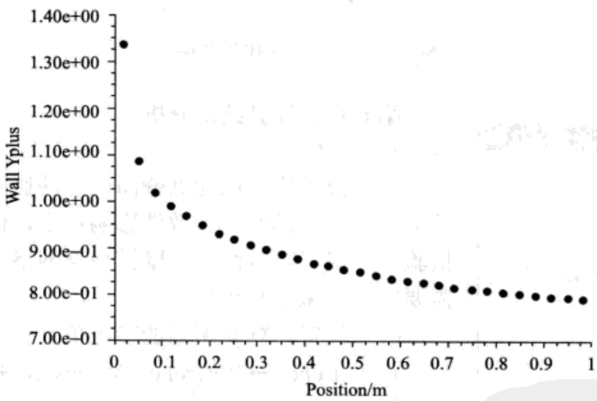


图 2-1-41　plate 上 y^+分布图

（3）保存曲线数据。

① 在 Solution XY Plot 对话框中，在 Options 项选择 Write to File。

② 点击 Write...按钮，在新窗口中输入文件名 yplus.xy。

③ 点击 OK 按钮。

检查一下，在工作目录里多了一个文件 yplus.xy。

2. 在 x =1 m 处（出口边界）的速度分布

点击 Plot → XY Plot...，打开绘图对话框，如图 2-1-42 所示。

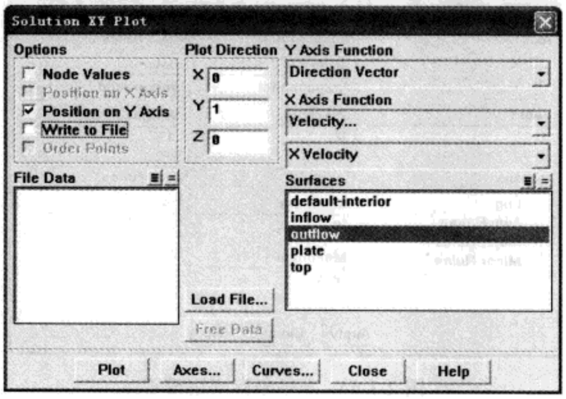


图 2-1-42 绘图对话框

（1）在 Options 项，将 Position on X Axis 换为 Position on Y Axis。

（2）在 Plot Direction 项中，X 项设为 0，Y 项设为 1。

（3）在 X Axis Function 项，选择 Velocity...和 X Velocity。

（4）在 Surfaces 项选择 outflow，不再选择 plate。

（5）点击 Axes...按钮，打开对话框，如图 2-1-43 所示，进行绘图坐标网格的设置。

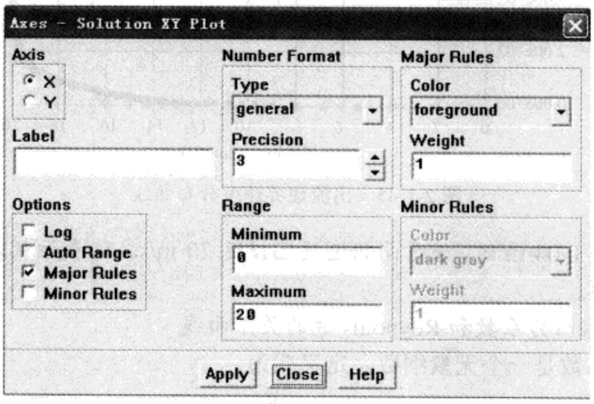


图 2-1- 43 X 轴坐标网格设置

① 在 Axis 项选择 X，在 Options 项选择 Major Rules（显示坐标线），在 Range 项填入速度范围，最小 Minimum=0，Maximum=20，点击 Apply 按钮。

② 在 Axis 项选择 Y，如图 2-1-44 所示。在 Options 项选择 Major Rules（显示坐标线），在 Range 项填入坐标范围，最小 Minimum = 0，Maximum = 0.1。

③ 点击 Apply 按钮，点击 Close 按钮。

（6）点击 Plot 得到速度分布曲线，如图 2-1-45 所示。

（7）参见图 2-1-42，在 Options 项选择 Write to File，将曲线数据保存到文件 outflow_profile.xy 中。

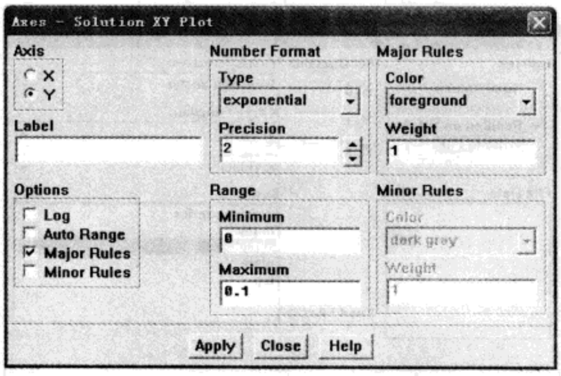


图 2-1-44　*Y* 轴坐标网格设置

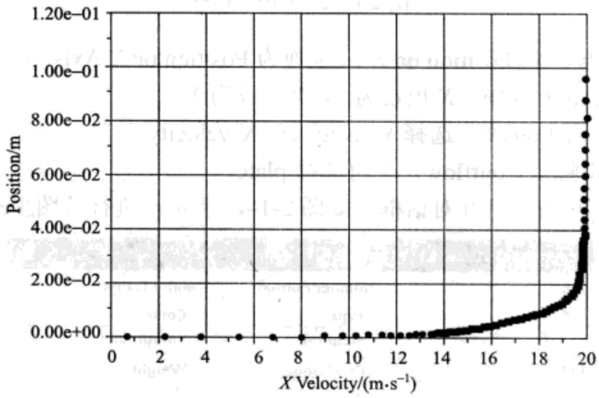


图 2-1-45　出流边界速度分布曲线

> **注意**：当 $y = 0.04$ m 时，x 方向的速度已接近 20 m/s。这表示相比平板的长度来说边界层的厚度相当地薄。

3. 绘制壁面摩擦阻力系数和 Reynolds 数的关系曲线

壁面摩擦阻力系数是一个无量纲数，定义式为

$$C_d = \frac{F_f}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

点击 Plot→XY Plot...，打开绘图对话框，如图 2-1-46 所示。

(1) 在 Options 项，选取 Position on X Axis。

(2) 在 Plot Direction 项，*X* 设置 1，*Y* 设置 0。

(3) 在 Y-Axis Function 项选择 Wall Fluxes...和 Skin Friction Coefficient。

(4) 在 Surfaces 项选择 plate。

(5) 点击 Axes...，打开坐标设置对话框，如图 2-1-47 所示。

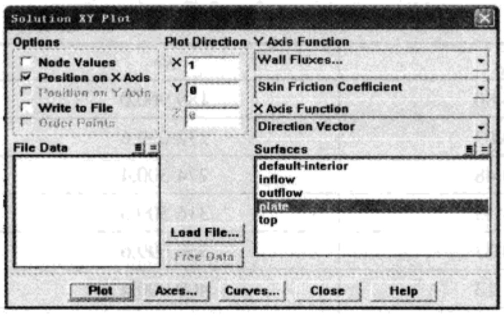


图 2-1-46 绘图对话框

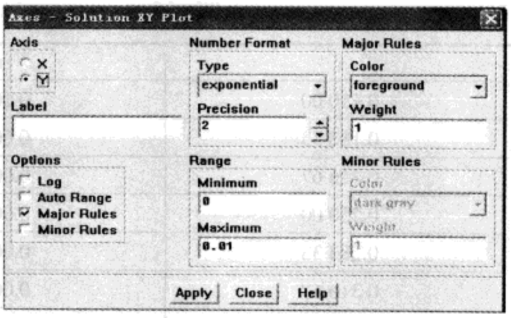


图 2-1-47 坐标设置对话框

（6）在 Axis 项选 *Y*；在 Options 项不选 Auto Range；在 Range 项确认 *y* 轴绘制的范围为 Minimum = 0 到 Maximum = 0.01；在 Options 项选 Major Rules 绘制坐标线。

（7）确认 *X* 轴绘制的范围为 0 到 1（操作同上）；点击 Close 按钮。

（8）点击 Plot 按钮，得到壁面摩擦阻力系数分布曲线，如图 2-1-48 所示。

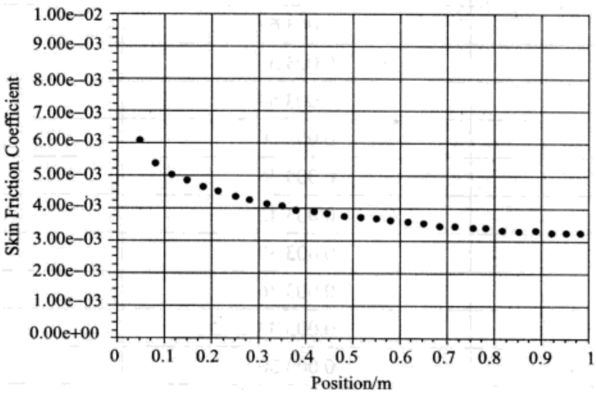


图 2-1-48 壁面摩擦阻力系数曲线

（9）选择 Write to File，点击 Write....按钮，保存数据到文件 friction.xy。

（10）用写字板或类似的应用软件打开文件 friction.xy，拷贝数据到 Excel 里。得到数据表格见表 2-1-1。

（11）雷诺数为 *x* 的函数，由于板长 $L = 1$ m，得到雷诺数的计算式为

$$Re_x = Re_L * x = 1\,266\,000x$$

表 2-1-1 数据表格

x	C_{fx}	Re
0.016 67	0.009 08	21 100.0
0.050 00	0.006 05	63 300.0
0.083 33	0.005 36	105 500.0
0.116 67	0.005 03	147 700.4

续表

x	C_{fx}	Re
0.150 00	0.004 80	189 900.0
0.183 33	0.004 63	232 099.6
0.216 67	0.004 48	274 300.4
0.250 00	0.004 35	316 500.0
0.283 33	0.004 23	358 699.6
0.316 67	0.004 13	400 900.4
0.350 00	0.004 03	443 100.0
0.383 33	0.003 95	485 299.6
0.416 67	0.003 87	527 500.4
0.450 00	0.003 80	569 700.0
0.483 33	0.003 74	611 899.6
0.516 67	0.003 69	654 100.4
0.550 00	0.003 63	696 300.0
0.583 33	0.003 58	738 499.6
0.616 67	0.003 54	780 700.4
0.650 00	0.003 50	822 900.0
0.683 33	0.003 46	865 099.6
0.716 67	0.003 42	907 300.4
0.750 00	0.003 39	949 500.0
0.783 33	0.003 36	991 699.6
0.816 67	0.003 33	1 033 900.4
0.850 00	0.003 30	1 076 100.0
0.883 33	0.003 28	1 118 299.6
0.916 67	0.003 25	1 160 500.4
0.950 00	0.003 23	1 202 700.0
0.983 33	0.003 19	1 244 899.6

表 2-1-1 中第一列的数据是 x 坐标，表明平板上的位置；第二列是对应 x 的摩擦阻力系数。第三列是对应 x 的雷诺数。

利用平板边界层的计算结果，紊流边界层的阻力系数可由下式计算

$$C_{fx} = 0.057\,8 / Re_x^{0.2}$$

将数值模拟计算的结果与理论计算结果相对比，最后得到阻力系数与雷诺数的关系曲线如图 2-1-49。

由于理论计算公式没有考虑温度的影响，并假设流体是不可压缩的，故计算有误差是显然的。

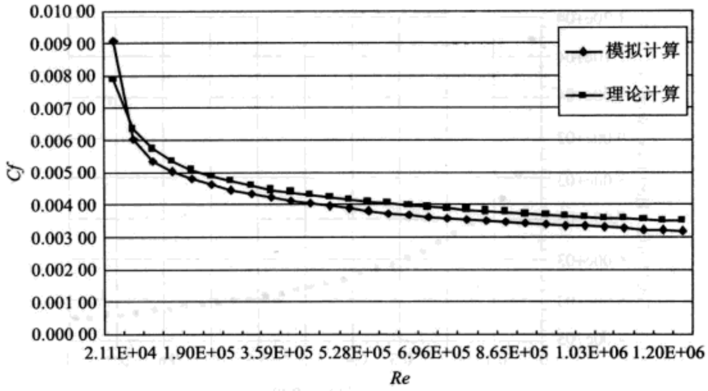


图 2-1-49 阻力系数曲线对比图

4. 绘制 Nusselt 数和 Reynolds 数的关系曲线

Nusselt 数是一个无量纲热传导系数，与对流与换热有关，其定义为

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k}$$

为了得到 Nusselt 数，首先绘制平板表面的热流密度分布曲线图。

点击 Plot→XY Plot...，打开对话框，如图 2-1-50 所示。

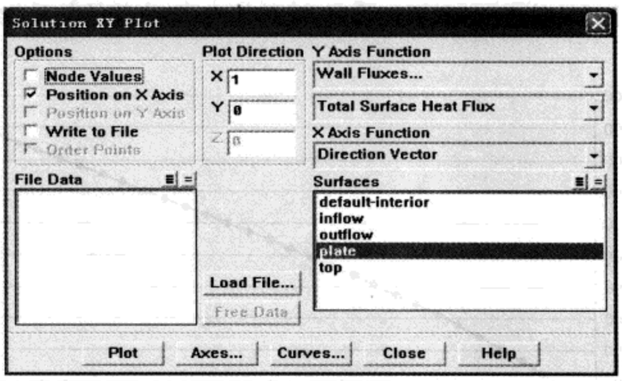


图 2-1-50 绘图对话框

（1）在 Options 项，选取 Position on X Axis。

（2）在 Plot Direction 项，*X* 设置 1，*Y* 设置 0。

（3）在 Y-Axis Function 项选择 Wall Fluxes 和 Total Surface Heat Flux。

（4）在 Surfaces 项选择 plate；确认 *y* 轴绘制的范围为 Auto Range（点击 Axes....按钮进行设置）。

（5）点击 Plot 按钮，得到表面热流密度分布，如图 2-1-51 所示。

（6）选择 Write to File，保存数据到文件 heatflux.xy，点击 Write....按钮。再用写字板或类似的应用软件打开文件 heatflux.xy，拷贝数据到 Excel 里。

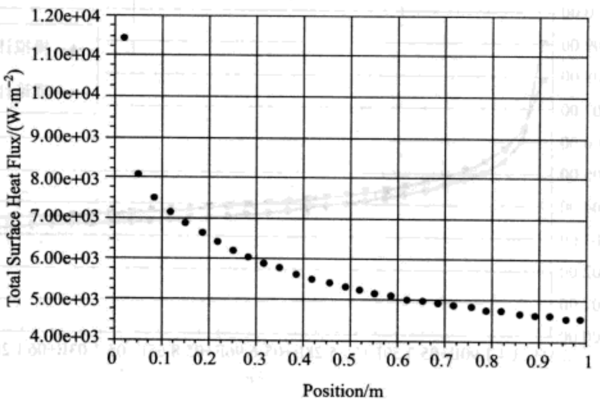


图 2-1-51　热流密度分布曲线图

对应平板位置 x 的表面热流密度 q'' 为单位面积传入流体的热量，h 为表面传热系数，可用来导出 Nusselt 数，计算公式如下：

$$q''_x = h_x(T_{fluid} - T_{plate})$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = \frac{q''_x}{T_{plate} - T_0}\frac{x}{\lambda} = \frac{q''_x}{100}\left(\frac{x}{0.024\,7}\right) = 0.404\,9 x q''_x$$

在 Excel 中用上式计算出 Nu 数后，绘制 Re 数与 Nu 数之间的关系曲线，如图 2-1-52 所示。

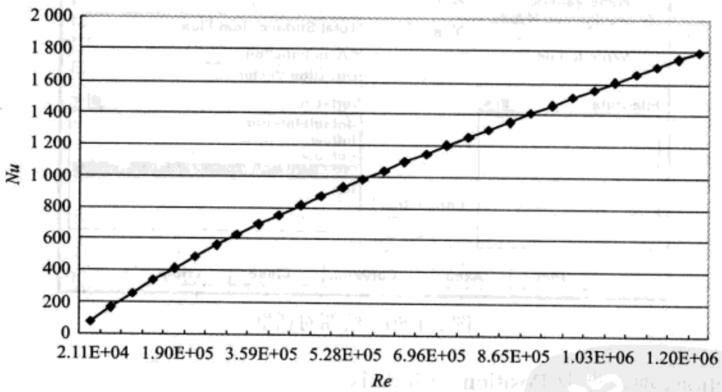


图 2-1-52　*Nu–Re* 曲线图

5. 与经验公式和试验结果进行对比

（1）雷诺公式：$Nu_x = 0.029\,6 Re_x^{0.8} Pr^{0.6}\left(\frac{T_{plate}}{T_0}\right)^{-0.4}$。

此式是在温度为 300 K 条件下给出的，并有如下假设：$Pr = 0.7$；$10^5 < Re < 10^7$；可压缩流体的紊流边界层；固壁为平板。

（2）Seban 公式：$Nu_x = 0.0236Re^{4/5}$。

Seban 进行了热平板的实验，并导出此式，实验条件如下：Pr=0.701，流体为空气；雷诺数范围$10^5 < Re < 4\times10^6$。

在 Excel 中用以上两个公式分别进行计算，算出 Nusselt 数，再与数值计算结果进行对比，绘制 Re 与 Nu 关系曲线图，得到 Nu 分布曲线对比，如图 2-1-53 所示。

明显看出，三种结果趋势相同，数值计算结果与 Seban 公式非常接近。对于紊流流动，由于计算必须引用紊流模型，从而不能精确地求解 Navier-Stokes 方程，这样的结果已经是很理想的了。对于层流，计算结果会更好一些。计算结果与实验结果之间的误差大约为 5%。另外，对于本问题 k-epsilon 模型是最合适的模型，利用 Fluent 所提供的其他紊流模型进行计算，结果也大致相当。

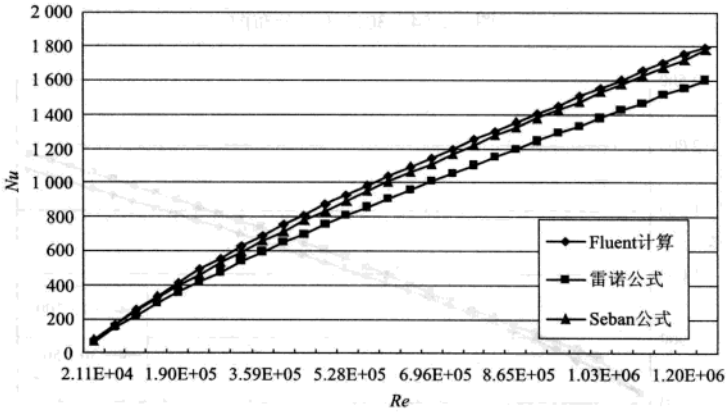


图 2-1-53 Nu 对比图

讨论 1：网格对计算结果的影响

必须说明，计算结果与网格是有依赖性的，因此还应该针对相同的问题、利用不同的网格进行计算，并比较结果。对于本问题，已经对 30×100 网格进行了计算；为便于比较，下面再对 30×50、30×150 的网格重新进行计算，并把结果与 30×100 网格的计算结果进行比较。为便于管理，先将 30×100 网格的计算结果复制到名为 30×100 的文件夹内。

1. 将计算区域划分为 30×50 的网格

（1）将 plate.dbs 文件更名为 plate50.dbs。

（2）用 Gambit 将 plate50.dbs 打开，并将其划分为 30×50 的网格，其中设入口边界和出口边界的 Successive Ratio 为 1.08，内部节点数为 50。

（3）输出 2d 网格到文件 plate50.msh。

（4）用 Fluent 读入网格文件 plate50.msh，并进行相似的计算。

经过 552 次迭代，残差达到收敛。绘制 y^+ 如图 2-1-54 所示。

y^+值的范围在 40 到 70 之间，这基本上是在过渡区（$5<y^+<30$）以外的紊流区域，应该是可以接受的。

再通过表面热流密度确定 $Nu(x)$，绘制 Nu 与 Re 关系曲线，如图 2-1-55 所示，并与 30×100 网格的计算结果进行比较。

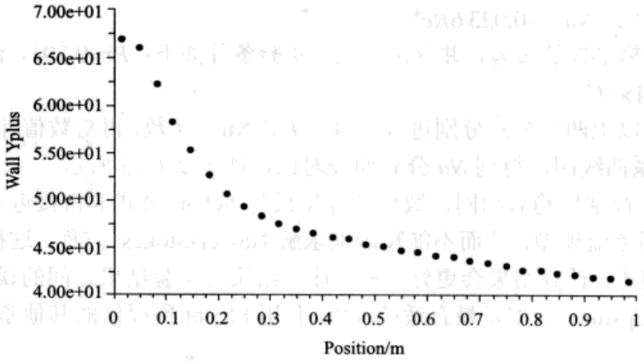


图 2-1-54　30×50 y^+分布图

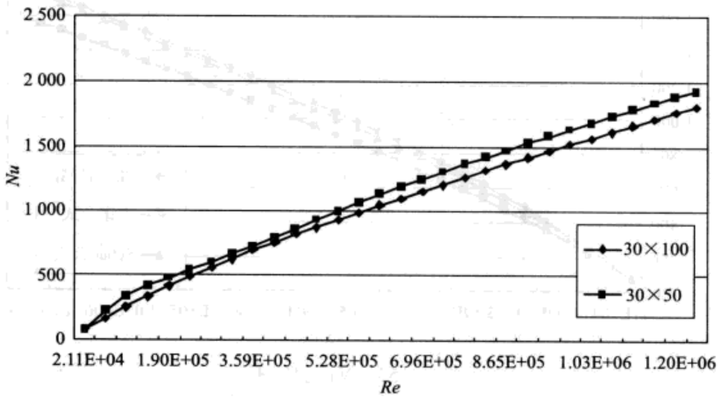


图 2-1-55　*Nu* 数对比图

可以看出，二者之间有较明显的差别，说明网格数过少，会产生数值上的误差。由 y^+分析可知，仅仅考虑对紊流层内的计算，其结果是比较粗糙的；若考虑到层流底层内的流动，必定会使计算结果更加精确。值得注意的是，对于高雷诺数的流动，即使不考虑层流底层而仅仅考虑紊流层，其结果也是大致可以接受的。

2. 将计算区域划分为 30×150 的网格

（1）将 plate.dbs 文件复制到文件夹 30×150 内，并更名为 plate150.dbs。

（2）用 Gambit 将 plate150.dbs 打开，并将其划分为 30×150 的网格，其中设入口边界和出口边界的 Successive Ratio 为 1.08，内部节点数为 150。

（3）输出 2d 网格到文件 plate150.msh。

（4）用 Fluent 读入网格文件 plate150.msh，并进行相似的设置与计算。计算经过 4 156 次迭代后收敛。残差收敛曲线如图 2-1-56 所示。

（5）绘制 y^+曲线如图 2-1-57 所示。y^+的范围在 0.016 到 0.03 之间，完全处于层流底层之内。

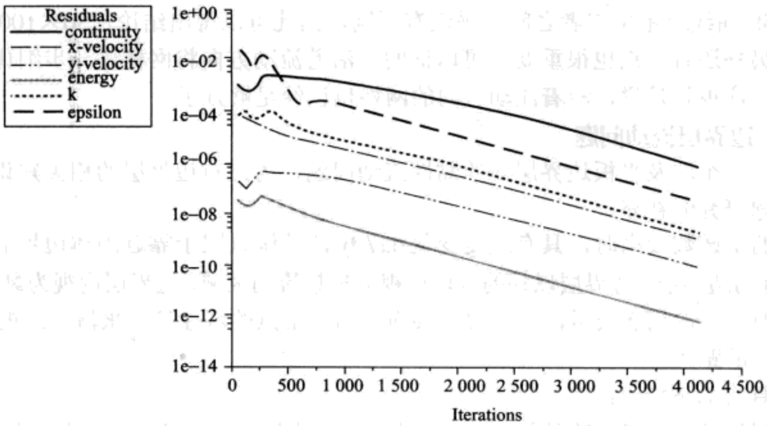


图 2-1-56 残差收敛曲线图

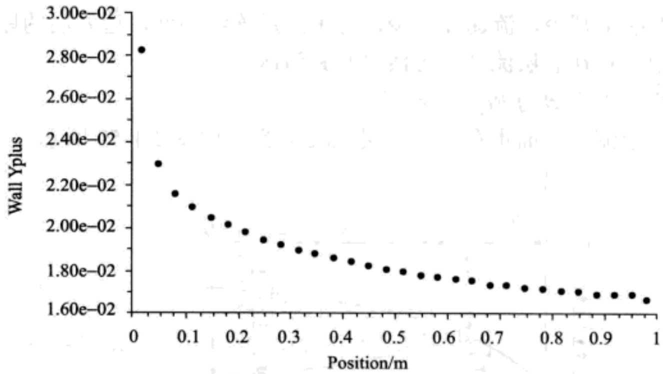


图 2-1-57 30×150 y^+分布图

（6）再通过表面热流密度确定 *Nu*(*x*)，绘制 *Nu* 与 *Re* 关系曲线图，并与 30×100 网格的计算结果进行比较，如图 2-1-58 所示。

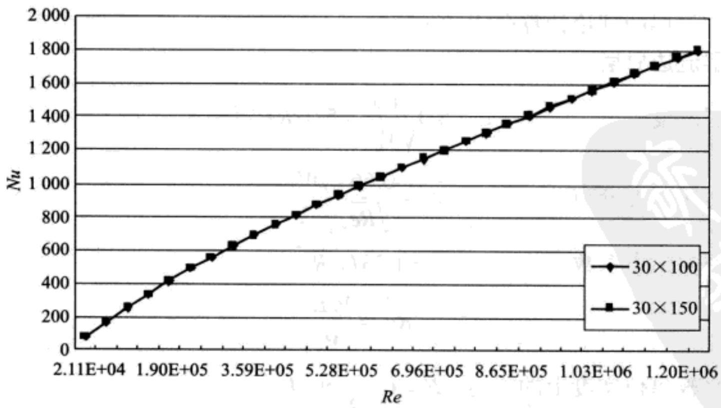


图 2-1-58 *Nu* 数对比图

图 2-1-58 曲线显示出二者之间几乎没有区别，由此可以得出结论，30×100 的网格密度是足够的。另外还有一点也很重要，可以证明，沿着流动方向将网格进一步细化的计算结果也没有改变。这也就是说，沿着流动方向的网格也已经足够好了。

讨论 2：边界层流动问题

本例题是一个涉及平板边界层内的黏性流动问题，为此对边界层的相关知识进行一下介绍，作为本题研究的补充。

当来流的雷诺数较高时，具有速度变化 du/dy 的范围只限于靠近固体边界的极薄的一层内，此薄层称为边界层。边界层以外的区域可视为理想流动区域，边界层内视为黏性流动区域。

边界层厚度一般用 δ 表示，它是边界层横断面上某点的流速等于来流流速的 99%时，此点到固体表面的距离。

边界层具有如下特点：

（1）边界层的厚度 δ 与物体的特征长度 l 相比是非常小的，$\delta \ll l$，即边界层极薄。

（2）边界层的厚度 δ 在平板上沿流动方向增加。因为随着平板长度的增加，摩擦损失亦增加，流体内部的能量减少，流速亦减少，为了满足连续条件，边界层的厚度增大。

（3）边界层中也存在着层流区、过渡区和紊流区。

（4）平板的临界雷诺数为 $Re_c \approx 5\times10^5$。

（5）过渡区和紊流区下面也存在一个层流底层 δ_0，如图 2-1-59 所示。

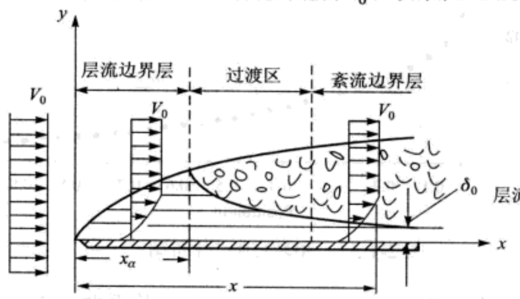


图 2-1-59　边界层流动示意图

关于平板边界层的理论计算公式如下：

一、平板层流边界层

（1）边界层厚度
$$\delta = 5.0\sqrt{\frac{\nu x}{V_0}} = 5.0xRe_x^{-1/2}$$

（2）壁面剪切应力分布
$$\tau_0 = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}\frac{\rho V_0^2}{2}$$

（3）平板摩擦阻力系数
$$C_f = 1.33/\sqrt{Re_l}\,,$$

式中
$$Re_l = \frac{V_0 L}{\nu}$$

长为 L 的平板单位宽度上的阻力
$$F = C_f\frac{1}{2}\rho V_0^2 L$$

注：以上三个式子是勃拉休斯根据边界层基本公式求得的，仅适用于层流边界层。

二、平板紊流边界层

（1）边界层厚度 $\delta = 0.371 x Re_x^{-0.2}$

（2）平板摩擦阻力系数 $C_f = 0.074 Re_L^{-0.2}$

三、平板混合边界层

（1）当雷诺数满足 $3\times10^5 < Re_L < 10^6$ 时，有

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{0.2}} - \frac{A}{Re_L}，对光滑平板\ A = 1700$$

（2）当雷诺数满足 $10^6 < Re_L < 10^7$ 时，有

$$C_f = \frac{0.455}{(\ln Re_L)^{2.58}} - \frac{A}{Re_L}，对光滑平板\ \ A = 1700$$

（3）当雷诺数满足 $Re_L > 10^7$ 时，有

$$C_f = \frac{0.455}{(\ln Re_L)^{2.58}}$$

练习 1：讨论改变流域大小的影响。将流域变为长为 L，高为 $0.3L$，网格沿平板方向等分 30 份，高度方向分为 50 份，比例为 1.05，将计算结果进行对比。

练习 2：假设入口速度为 2 m/s，假设流体不可压缩，其他条件不变，重新进行计算与分析。（注意此时为层流流动）

练习 3：利用练习 1 的网格，将顶部边界（top）分别设为对称边界和压力出流边界重新计算，观察残差收敛曲线的变化，并进行对比。

第二节　空气绕流机翼空气动力学分析

问题描述

空气绕流给定的机翼，如图 2-2-1 所示。假设来流速度为 $V_0 = 50\ \mathrm{m/s}$，攻角为 $\theta = 5^\circ$；流动设为定常流动。来流空气物理特性取标准海平面的值。

已知：空气物理数据如下：

环境压强：$p_0 = 101\,325\ \mathrm{Pa}$　　空气密度：$\rho_0 = 1.225\ \mathrm{kg/m^3}$

空气温度：$T_0 = 288\ \mathrm{K}$　　运动黏度：$\nu = 1.461\times10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$

问题：空气绕流机翼流场及所产生的升力、升力系数和阻力、阻力系数。

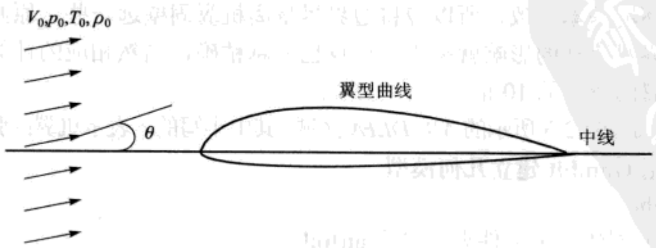


图 2-2-1　绕流翼型示意图

所研究翼型的气动力曲线如图 2-2-2 所示。由图中可看出，随着 *Re* 数的增大，升力系数 C_l 逐渐增大，并趋于一个稳定值，对攻角为 5° 来说，升力系数的稳定值约为 0.8。

本节涉及的内容如下：

1. 将翼型曲线坐标存储在数据文件中
2. 将翼型的坐标文件导入 Gambit 中进行建模
3. 对几何图形进行网格划分
4. 确定边界类型

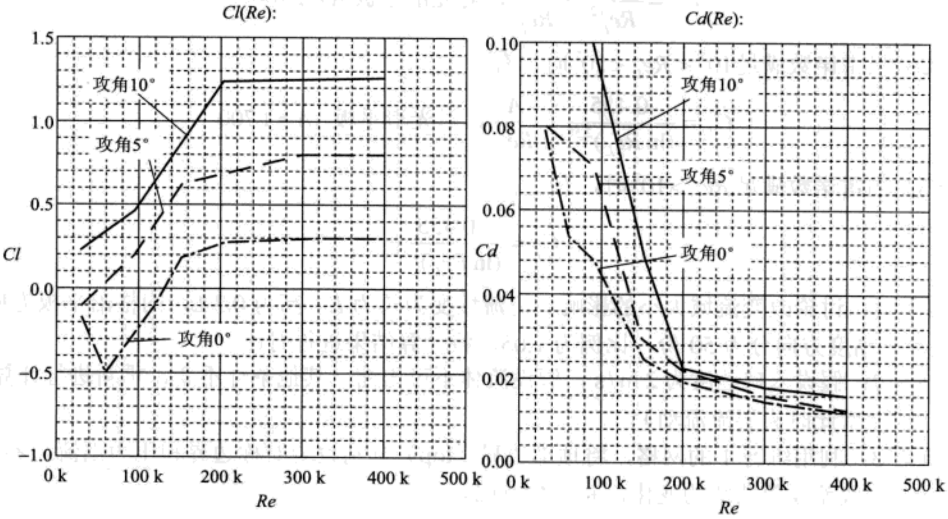


图 2-2-2　翼型升、阻力系数曲线图

5. 设置 Fluent 求解参数
6. 利用 Fluent 进行求解
7. 计算结果分析
8. 重新划分网格
9. 讨论压缩性的影响
10. 讨论黏性的影响，选择合适的紊流模型

分析：对于绕流机翼这样的外部绕流问题，需要定义一个远离机翼的边界，这个边界与机翼固壁之间构成流动区域，然后在机翼固壁与边界之间划分网格。由于希望在外边界上的边界条件与周围环境基本一致，所以应将边界尽量离机翼固壁远一些。原则上说，边界离机翼固壁越远，边界对流动的影响就越小，计算也就越精确，当然相应的计算量也就大一些，在本例中取为机翼的弦长的 10 倍。

设流动区域是如图 2-2-3 所示的 *ABCDEFA* 区域，其中小写的 *c* 表示机翼的弦长，本例中 $c = 1$。

第 1 步：利用 Gambit 建立几何模型

1. *启动* Gambit

（1）在 D 盘上创建一个文件夹，名为 airfoil。

（2）将光盘对应文件夹（在光盘第二章文件夹中的 airfoil 文件夹下的 base）里的翼型曲

线坐标文件 vertices.dat 复制到该文件夹里。

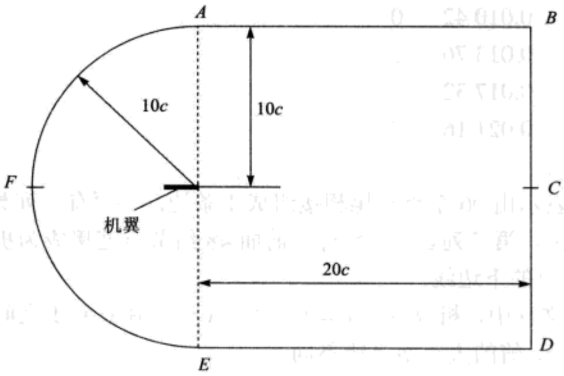


图 2-2-3 流动区域示意图

(3) 双击桌面上的 Gambit 图标，启动 Gambit，如图 2-2-4 所示。
(4) 在 Working Directory 项填入 D:\airfoil。
(5) 点击 Run 按钮，启动 Gambit。
(6) 点击 File→New，打开新建文件对话框，如图 2-2-5 所示。
(7) 在 ID：右侧框内填入文件名 airfoil。
(8) 点击 Accept 按钮；点击 Yes。

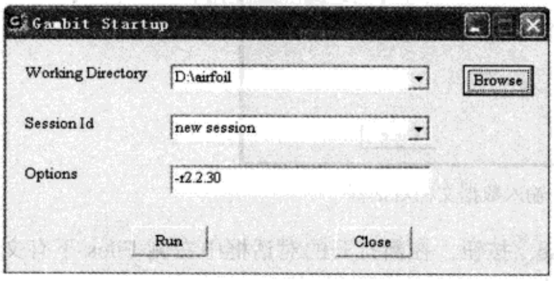


图 2-2-4 Gambit 启动对话框

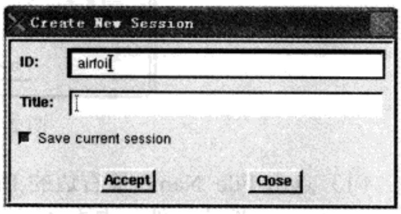


图 2-2-5 创建新文档对话框

2. 由翼型坐标数据建立翼型轮廓

为确定机翼的几何轮廓，先为 Gambit 建立一个含有机翼曲线格点坐标的文件，再利用 Gambit 读入文件内容并将这些格点连起来，创建一条边线，构成机翼的轮廓线。然后将这条边分割成上下两部分，以便控制边线上网格的疏密。

在当前目录下，含有机翼几何轮廓节点坐标的文件名为 vertices.dat，用记事本等工具可将文件打开，部分内容展示如下：

```
97      1
1.000 00    -0.000 87    0
0.998 93    -0.000 31    0
0.995 72     0.001 40    0
0.990 39     0.003 94    0
```

0.982 96	0.007 13	0
0.973 47	0.010 42	0
0.961 94	0.013 76	0
0.948 44	0.017 32	0
0.933 01	0.021 16	0

…………………

其中，第一行 97　1 表示由 96 个点首尾相接组成 1 条边。下面有三列数据，第一列表示 x 坐标，第二列表示 y 坐标，第三列表示 z 坐标。前面 48 组节点连接成为机翼的上边线；后面的 48 组节点连接成为机翼的下边线。

在上述节点坐标文件中，机翼弦长 $c = 1$，因此 x 变量在 0 到 1 之间。若使用不同的翼型文件，x 的范围依赖于 c 值的大小而有所不同。

点击 File→Import→ICEM Input…，打开文件输入对话框，如图 2-2-6 所示。

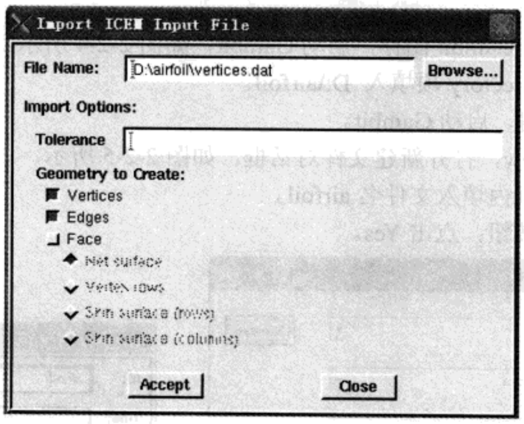


图 2-2-6　输入数据文档对话框

（1）点击 File Name 最右边的 Browse…按钮，在新打开的对话框中右侧 Files 下有文件 vertices.dat，点选此文件；点击 Accept 按钮。

（2）在 Geometry to Create 项，选择 Vertices（显示节点）和 Edges（自动联结成一条边），不选择 Face。

（3）点击 Accept 按钮。

则在 Gambit 工作窗口出现所创建的机翼轮廓曲线图，如图 2-2-7 所示。

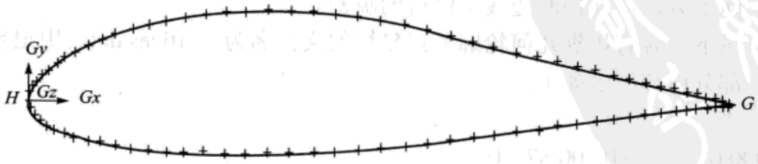


图 2-2-7　机翼轮廓曲线图

3. 将翼型轮廓分割为上、下两条边线

用 *H* 点将轮廓线分成上下两部分，形成机翼的上下表面。

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Split/Merge Edge ，打开线段分割对话框，如图 2-2-8 所示。

（1）点击 Edge 右侧的黄色区域。

（2）按住 Shift 键，点击机翼边线。

（3）在 Split With 项选择 Vertex（按住鼠标右键选择）。

（4）在 Gambit 工作窗口内按住鼠标右键向下拖，放大图形；按住鼠标中键移动图形；使机翼的前缘点展示清晰。

（5）点击 Vertex 右侧窗口；按住 Shift 键，点击 *H* 点（前缘点）。

（6）点击下面的 Apply 按钮。

在信息反馈窗口，可看到：Edge edge.1 was split, and edge edge.2 created。

4. 创建流动区域边界线

（1）创建区域边界点。

先建立坐标点，然后连接这些节点形成线，用这些线来构成流域的边界。

点击 Geometry Command Button →Vertex Command Button →Create Vertex ，打开节点设置对话框，如图 2-2-9 所示。

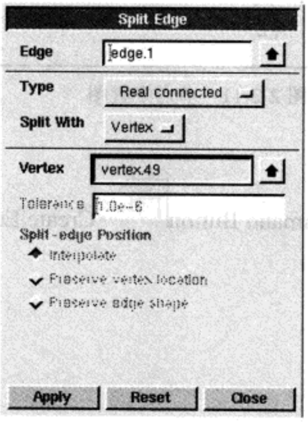


图 2-2-8 线段分割对话框

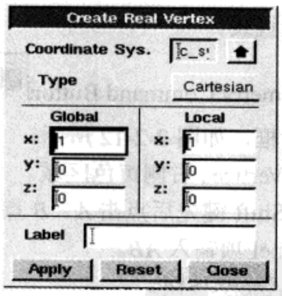


图 2-2-9 创建节点对话框

（2）创建圆的中心点 *O*，坐标为：$x=1$，$y=0$。

（3）创建圆弧的三个端点 *A*、*F* 和 *E*。

A 点坐标为：$x=1$，$y=10$

F 点坐标为：$x=-9$，$y=0$

E 点坐标为：$x=1$，$y=-10$

（4）创建 *B*、*C*、*D* 三点。将 *A*、*G*、*E* 三点向右复制，距离为 20。

点击 Geometry Command Button → Vertex Command Button → Move/Copy Vertex，打开节点移动/复制对话框，如图 2-2-10 所示。

① 点击 Vertices 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，分别点击 *A*、*G*（后缘点）、*E* 三点。

③ 选择 Copy 和 Translate 操作。

④ 在 Global 项，*x* 窗口内填入 20。

⑤ 点击 Apply 按钮。

点击 Fit to window，工作窗口如图 2-2-11 所示。

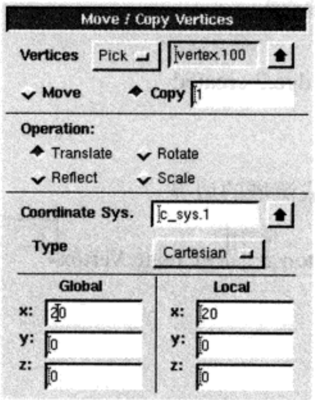


图 2-2-10　节点复制对话框

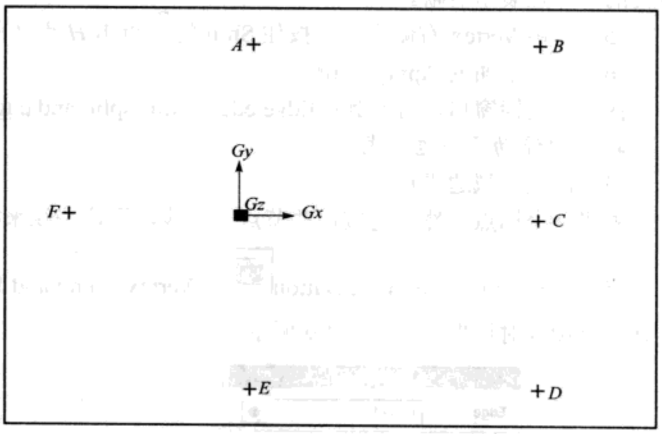


图 2-2-11　节点配置图

（5）创建直线。

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Create Edge，打开创建直线对话框，如图 2-2-12 所示。

① 点击 Vertices 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键先后点击 *A*、*B* 点。

③ 在 Label 项输入 *AB*。

④ 点击 Apply 按钮。

此时，在信息反馈窗口可看到：Created Edge: *AB*。

用同样的方法创建线段 *CB*、*CD*、*ED*、*GE*、*GA*、*GC* 和 *HF*，同时注意线段名字与线段方向是相关的。例 *CB* 意为线段方向是由 *C* 指向 *B*，在操作上就是先选 *C* 再选 *B* 点。

注意：使用缩放功能察看 *G* 点。（按住鼠标右键向下、向上拖动可缩放图形；按住鼠标中键拖动可移动图形）

（6）创建圆弧 *AF*。

点击鼠标右击 Create Edge Button，在弹出下拉图标列表中选择 Arc，弹出对话

框，如图 2-2-13 所示。

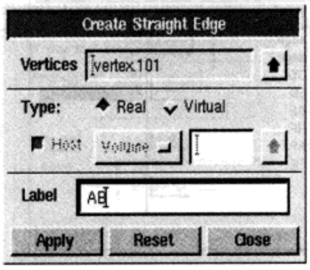


图 2-2-12　创建直线对话框

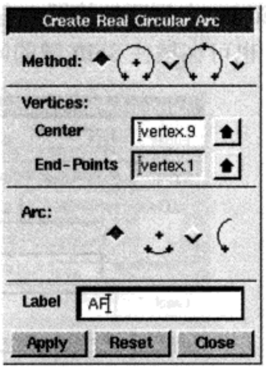


图 2-2-13　创建圆弧对话框

① 在创建圆弧对话框中，点击 Center 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击 *G* 点（*G* 点为圆弧中心）。

③ 点击 End-Points 右侧黄色区域。

④ 按住 Shift 键，点击 *A*、*F* 两点（这两点为圆弧的两个端点）。

⑤ 在 Label 右侧填入 *AF*（圆弧名）。

⑥ 点击 Apply 按钮，生成圆弧 *AF*。

用同样的方法创建圆弧 *EF*，最后结果如图 2-2-14 所示。

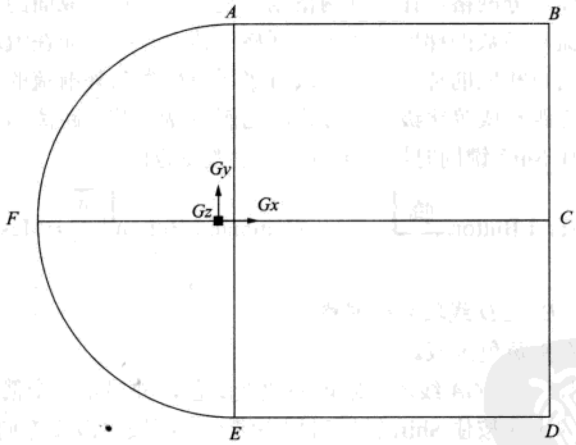


图 2-2-14　流域边界图

5. 创建面

面可由封闭的线围成，下面要创建四个面：*ABCGA*、*EDCGE*、*GAFH*+机翼上表面以及 *GEFH*+机翼下表面。然后对面再进行网格划分。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Form Face ，打开创建面对话框，如图 2-2-15 所示。

（1）创建 *ABCGA* 面。

① 点击 Edges 右侧下拉按钮，在弹出的对话框（图 2-2-16）中，选择 *AB*、*CB*、*GC*、*GA* 四条线段（也可在按住 Shift 键的同时点击这些线进行选择）。

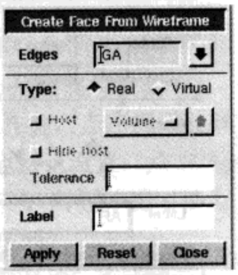


图 2-2-15　创建面对话框

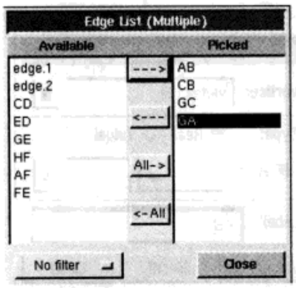


图 2-2-16　边线列表

② 点击 Apply 按钮。

用类似的方法，创建 *EDCGE* 面。

（2）创建由 *GAFH* 和机翼上边线所围成的面。

① 按下述次序选择边线：*GA*，*AF*，*HF*，*HG*（机翼上边线）。

② 点击 Apply 按钮。

用类似的方法创建由 GEFH 和机翼下边线所围成的面。

第 2 步：划分网格

下面分别对四个面划分网格。在进行网格划分之前，应对组成面的各个边线设置节点分布。由于在机翼附近流动参数的梯度比较大，网格应该密一些；而在流场外边界附近流动参数的梯度接近 0，网格可相应的稀疏一些，故可采用自机翼向外渐疏的节点分布。渐疏性的节点分布一般采用节点距离成等比级数的方式，比例为 *R*。节点距离增加的方向由线段的方向箭头表示，也可按住 Shift 键同时用中键点击线段改变方向。

点击 Mesh Command Button →Edge Command Button →Mesh Edges ，打开对话框，如图 2-2-17 所示。

1. 为 *GA*、*GE*、*CB*、*CD* 线段划分网格

（1）点击 Edges 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键，点击 *GA* 线段（线段将改变颜色，并显示一个箭头）。

（3）确定箭头指向上（按住 Shift 键同时用中键点击线段可改变方向）。

（4）在 Ratio 项输入比例 1.05。

（5）在 Spacing 项选择 Interval Count，输入 80 作为节点间隔数（线网格单元）。

（6）点击 Apply 按钮。

这样，将为线段 *AG* 创建比例为 1.05 的 80 个变步长线网格单元。

对 *CB*、*GE*、*CD* 进行同样的划分。

2. 为 *AB*、*GC*、*ED*、*HF* 线段划分网格

（1）点击 Edges 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键，点击 *AB* 线段。

（3）右击 Type 右边的按钮，选择 First Length，如图 2-2-18 所示。

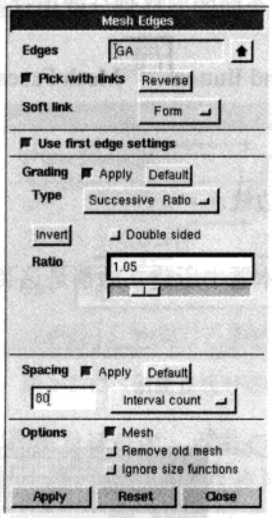


图 2-2-17 线网格划分对话框

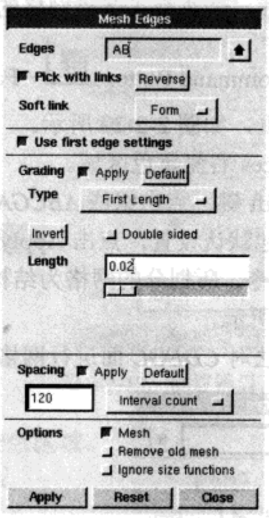


图 2-2-18 线网格划分对话框

（4）在 Length 右侧填入沿箭头方向第一小段的长度：0.02。

（5）在 Spacing 下的 Interval Count 项输入节点个数：120。

（6）点击 Apply 按钮。

这样，将 *AB* 段划分为首段长度为 0.02、节点数为 120 的网格。

对 *GC* 和 *ED* 进行同样的划分。

将 *HF* 段划分为首段长度为 0.02、节点数为 80 的网格。

3. 将机翼上下表面线段分为长度为 0.02 的等距离网格

这样划分可使机翼上下表面线段与 *GC* 以及 *HF* 之间的点距呈等距连续分布。

（1）点击图 2-2-17 中 Edges 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键，点击机翼上表面线段。

（3）在 Type 项，选择 Successive Ratio。

（4）在 Ratio 项确定为 1。

（5）在 Spacing 项选择 Interval Size，输入节点间距 0.02。

（6）点击下面的 Apply 按钮。

用同样的方法对机翼下表面线段进行网格划分。此时流动区域中翼型附近的节点网格划分，如图 2-2-19 所示。

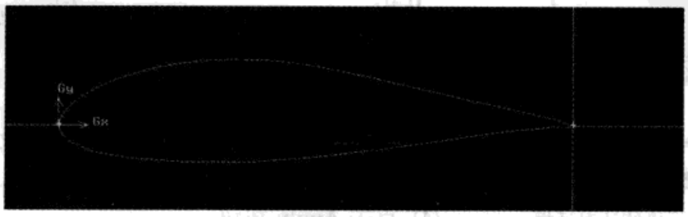


图 2-2-19 机翼边线网格图

4. 对 *ABCGA* 面进行网格划分

由于对各边线已经进行了节点网格的划分，对 4 个面的网格划分就由这些线网格所控制。

点击 Mesh Command Button→Face Command Button Mesh Faces，打开面网格划分设置对话框，如图 2-2-20 所示。

（1）点击 Faces 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键，点击组成 *ABCGA* 面的任一边线。

（3）保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

选用 Map 命令，所划分的网格为结构化网格，本题中所建立的都是这类网格。划分的面网格如图 2-2-21 所示。

用同样的方法对 *CDEGC* 面进行网格划分。

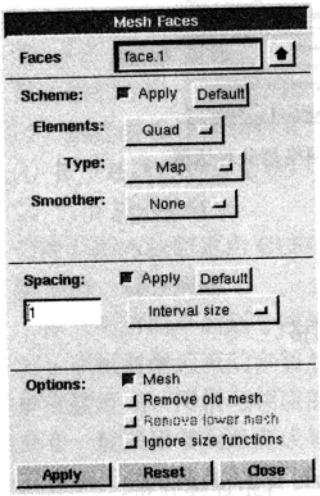


图 2-2-20　面网格划分对话框

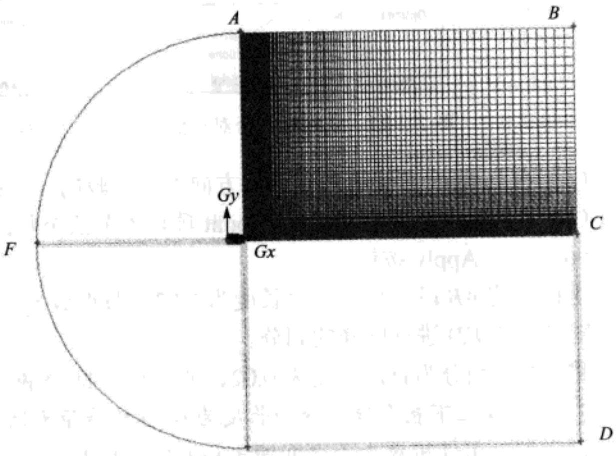


图 2-2-21　*ABCGA* 面的网格划分

5. 对 *GAFH* 和机翼上边线所围成的面进行网格划分

（1）确定机翼边线上的节点个数和单元个数。

AF 线段上节点的个数应和与其相对应的边线（机翼上边线）上节点个数相同，这是进行结构网格划分（使用 Map 命令）所必须的。

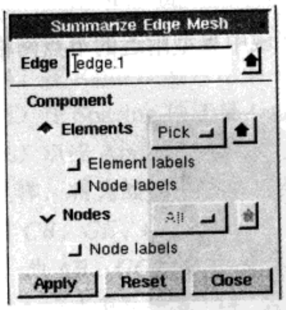


图 2-2-22　边线网格统计对话框

点击 Mesh Command Button→Edge Command Button→Summerarize Edge Mesh，弹出边线网格统计对话框，如图 2-2-22 所示。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击机翼上表面线段。

③ 在 Component 项下选择 Elements。

④ 点击 Apply 按钮。

则在信息反馈窗口出现节点信息如下：

```
Total nodes: 54
Total elements: 53
```

类似方法可得到机翼下表面线段上的节点数为 53，单元个数为 52。

（2）对边线 *AF* 进行节点划分。

根据上面的分析，应对 *AF* 线段划分为 53 个单元，*EF* 线段划分为 52 个单元。具体设置如下表：

边线	箭头方向	首段长度 First Length	内部单元个数 Interval Count
AF	从 *A* 指向 *F*	0.02	53
EF	从 *E* 指向 *F*	0.02	52

（3）对 *GAFH*+机翼上表面边线所构成的面进行网格划分。

根据前面的设置，在面网格划分设置对话框中（如图 2-2-20 所示），进行如下的操作。

① 点击 Faces 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击组成此面的任一条边线。

③ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

用类似的方法对 *GEFH*+机翼下表面边线所构成的面进行网格划分，最后得到网格如图 2-2-23 所示。

第 3 步：定义边界类型

下面将 *AF*+*EF* 命名为 inlet；将 *AB*+*ED* 命名为 open；将 *CB*+*CD* 命名为 outlet；将机翼上下边线命名为 body；再分别定义其边界类型。

1. 创建边线组

将 *AF* 和 *EF* 组成一个组的操作如下：

点击 Geometry Command Button→Group Command Button→Create Group，打开对话框，如图 2-2-24 所示。

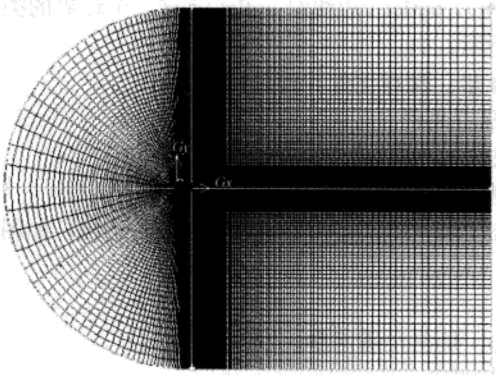


图 2-2-23　流域网格图

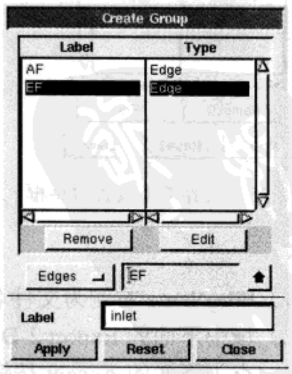


图 2-2-24　创建组对话框

（1）右击 Volumes 按钮，选择 Edges。

（2）点击 Edges 右侧黄色区域。

（3）按住 Shift 键点击 *AF* 和 *EF* 线段。

（4）在 Label 项输入名称 inlet。

（5）点击 Apply 按钮。

此时，在信息反馈窗口显示信息如下：

```
Command> group create "inlet" edge "AF" "EF"
Created group: inlet
```

用类似的方法，创建其他的组如下表：

组　名	包含的边线
inlet	*AF*、*EF*
open	*AB*、*ED*
outlet	*CB*、*CD*
body	机翼上、下边线

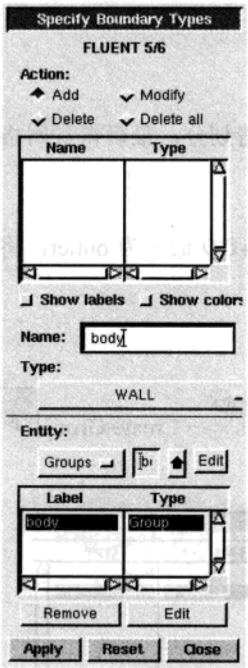


图 2-2-25　边界类型设置对话框

2. 定义边界类型

下面对这些组分别进行边界类型设置。

点击 Zones Command Button→Specify Boundary Types，打开边界类型设置对话框，如图 2-2-25 所示。

（1）在 Name 项输入边界名称 body。

（2）在 Type 项确定为 Wall。

（3）在 Entity 下，选择 Groups。

（4）点击 Groups 右侧黄色区域。

（5）按住 Shift 键，点击组成机翼的任意一条边线。

（6）点击 Apply 按钮。

用类似的方法，分别定义 inlet（边线组 inlet）、open（边线组 open）、outlet（边线组 outlet），这三个边界的类型如图 2-2-26 所示。

第 4 步：保存文件并输出网格

1. 保存文件

点击 File→Save…

2. 输出网格文件

点击 File→Export→Mesh…，打开对话框，如图 2-2-27 所示。

（1）File Name 右侧为文件名。

（2）选中下面的 Export 2-D(X-Y)Mesh，输出二维网格。

（3）点击下面的 Accept 按钮。

Name	Type
body	WALL
inlet	VELOCITY_INLET
open	VELOCITY_INLET
outlet	PRESSURE_OUTLET

图 2-2-26 所建立的边界及类型

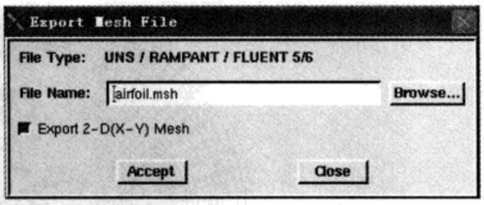


图 2-2-27 输出网格文件对话框

第 5 步：进行 Fluent 求解计算设置

1. 启动 Fluent-2ddp

选择 2ddp 求解器，点击 Run 按钮。

2. 读入网格文件

点击 File→Read→Case…，选择 d:\airfoil\airfoil.mesh 文件，点击 OK 按钮。窗口显示信息如图 2-2-28 所示。

➘ 注意：不能有任何错误警告。

```
> Reading "D:\airfoil\airfoil.msh"...
   27905 nodes.
     160 mixed pressure-outlet faces, zone  3.
     240 mixed velocity-inlet faces, zone  4.
     105 mixed velocity-inlet faces, zone  5.
     105 mixed wall faces, zone  6.
   54895 mixed interior faces, zone  8.
   27600 quadrilateral cells, zone  2.

Building...
     grid,
     materials,
     interface,
     domains,
     zones,
        default-interior
        body
        inlet
        open
        outlet
        fluid
     shell conduction zones,
Done.
```

图 2-2-28 反馈信息

3. 网格信息

点击 Grid→Info→Size…，打开 Fluent 窗口显示网格信息，如图 2-2-29 所示。共有 27 905 个网格节点，27 600 个网格单元。

```
Level    Cells    Faces    Nodes    Partitions
    0    27600    55505    27905             1

 1 cell zone, 5 face zones.
```

图 2-2-29 网格信息

4. 显示网格图

点击 Display→Grid，在弹出的对话框内，保留所有默认设置，点击 Display，得到网格图，如图 2-2-30 所示。

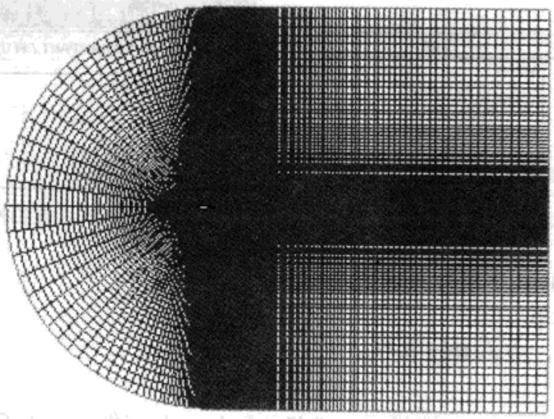


图 2-2-30　流动区域网格图

5. 求解器参数设置

点击 Define→Models→Solver…，打开 Solver 设置对话框，如图 2-2-31 所示。保留默认设置，点击 OK 按钮。

6. 确定紊流模型

点击 Define→Models→Viscous...，打开紊流模型设置对话框，如图 2-2-32 所示。选择理想流体无黏模型（Inviscid），点击 OK 按钮。

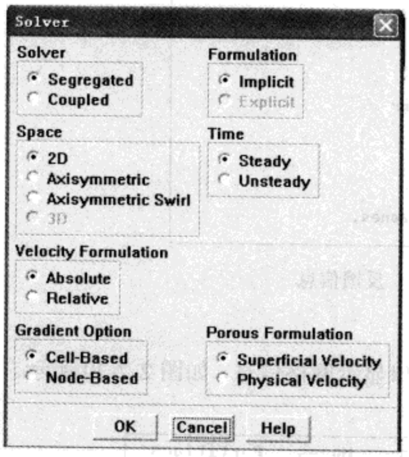


图 2-2-31　求解器设置对话框

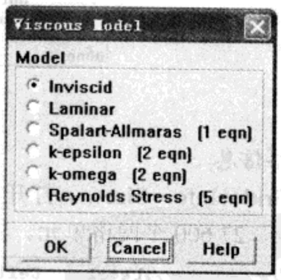


图 2-2-32　紊流模型选择对话框

7. 不选用能量方程

点击 Define→Models→Energy...，确认不选用能量方程。

注：一般来说，音速约为 340 m/s，本题中的来流速度为 50 m/s，马赫数约为 0.147。当来流马赫数小于 0.3 时，可以认为是不可压缩流动，故不使用能量方程。

8. 确定流体的物理属性

点击 Define→Materials...。

（1）确定流体为理想无黏的空气。

（2）密度为常值，等于 1.225 kg/m^3。

（3）点击 Change/Create。

（4）点击 Close 按钮。

9. 确定工作压强

点击 Define→Operating Conditions...，保留图 2-2-33 中的默认设置，点击 OK 按钮。

注：在本例中，压强使用表压强，所以设置工作压强为标准大气压 101 325 Pa.

10. 定义边界条件

下面设置 inlet、body、open 和 outlet 的边界类型与边界条件。

点击 Define→Boundary Conditions...，打开对话框，如图 2-2-34 所示。

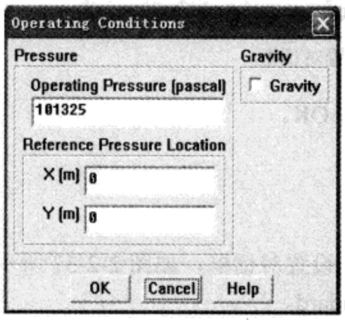


图 2-2-33 工作压强设置对话框

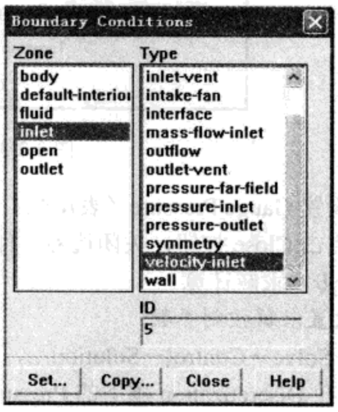


图 2-2-34 边界条件设置对话框

（1）在 Zone 项，点击 inlet。

（2）在 Type 项选择 Velocity-inlet。

（3）点击 Set...按钮，打开对话框，如图 2-2-35 所示。

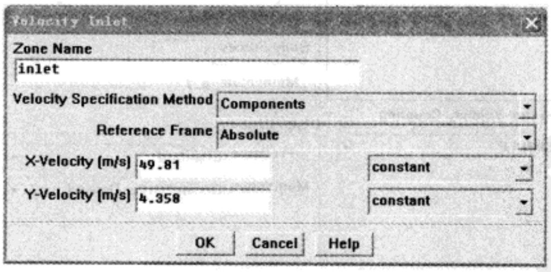


图 2-2-35 速度入流设置对话框

① 在 Velocity Specification Method 项，点击右端的下拉按钮，选择 Components。

② 在 X-Velocity 项输入 X 向分速度：49.81 m/s。

$$\begin{aligned} V_x &= V\cos 5^\circ = 50\times 0.996\,2 \\ &= 49.81(\mathrm{m/s}) \end{aligned}$$

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

③ 在 Y-Velocity 项输入 Y 向分速度：4.358 m/s。

$$V_y = V\sin 5^\circ = 50\times 0.0872 = 4.358(\mathrm{m/s})$$

④ 点击 OK 按钮。

注：来流速度为 50 m/s，攻角为 5°，故有上述速度分量设置。

（4）对 open 边界进行与边界 inlet 同样的设置。

（5）将 outlet 设为 pressure-outlet 类型，点击 Set…按钮，打开设置对话框如图 2-2-36 所示。

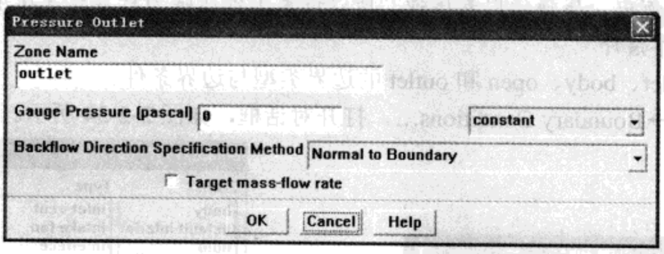


图 2-2-36　压力出流设置对话框

① 设置 Gauge Pressure（表压强）为 0 Pa；点击 OK。

② 点击 Close 按钮，关闭边界条件设置对话框。

第 6 步：求解计算

1. 设置求解控制参数

点击 Solve→Control→Solution…，打开求解控制设置对话框，如图 2-2-37 所示。

（1）在 Discretization 项下的 Pressure，选择 Standard。

（2）在 Momentum 项，选择 Second Order Upwind。

（3）点击 OK 按钮。

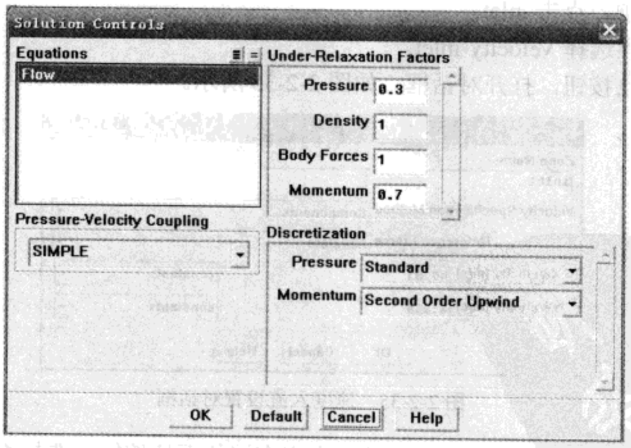


图 2-2-37　求解控制设置对话框

2. 求解初始化

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开流场初始化设置对话框，如图 2-2-38 所示。

（1）在 Compute From 项，点击下拉按钮，选择 inlet。
（2）点击下面的 Init 按钮。
（3）点击 Close 关闭对话框。

注：设置流场初始值仅是一个猜测值，一般可设为入口的流动参数值。

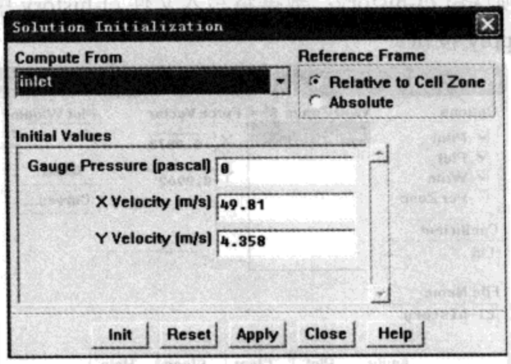


图 2-2-38　流场初始化设置对话框

3. *求解过程残差监视器设置*

点击 Solve→Monitors→Residual…，打开残差监测设置对话框，如图 2-2-39 所示。
（1）在 Options 项选择 Print 和 Plot。
（2）在 Convergence Criterion 项全部改为 1e-6。
（3）点击 OK 按钮。

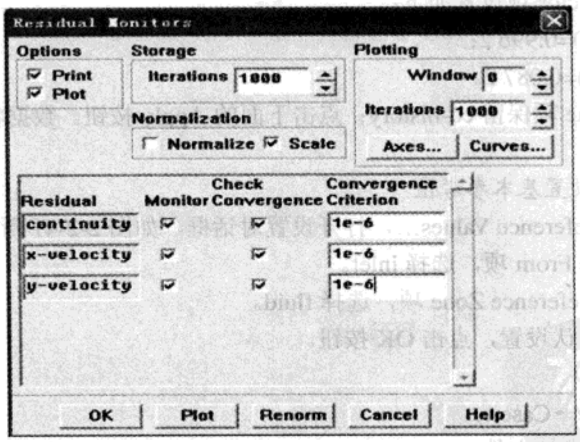


图 2-2-39　残差监测设置对话框

4. *求解过程升力监视器设置*

将求解过程中机翼在垂直于来流方向上的升力和阻力用曲线的形式显示出来。
点击 Solve→Monitors→Force…，打开升力监测设置对话框，如图 2-2-40 所示。
（1）在 Coefficient 项，选择 Lift。

（2）在 Options 项，选择 Print、Plot 和 Write。

（3）在 Wall Zones 项，选择 body。

（4）在 Force Vector 项，x 项输入−sin (5°)=−0.087 2；y 项输入 cos (5°)=0.996 2；这是垂直于来流的方向，也是升力方向。

（5）在 File Name 项保留 cl-history；数据将写入文件 cl-history 中。

（6）点击下面的 Apply 按钮。

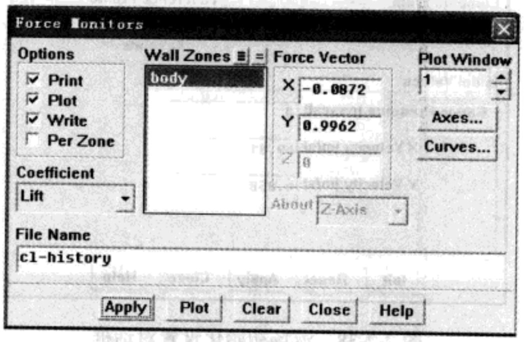


图 2-2-40　升力监测设置对话框

5. 求解过程阻力监视器设置

（1）在 Coefficient 项，选择 Drag。

（2）在 Wall Zones 项，选择 body。

（3）在 Options 项，选择 Print、Plot 和 Write。

（4）在 Force Vector 项设置如下：

x 项输入 cos (5°)=0.996 2；

y 项输入 sin (5°)=0.087 2。

（5）在 File Name 项保留 cd-history；点击下面的 Apply 按钮。数据将写入文件 cd-history 中。

6. 为迭代计算设置基本参考值

点击 Report→Reference Values…，打开设置对话框，如图 2-2-41 所示。

（1）在 Compute From 项，选择 inlet。

（2）在下面的 Reference Zone 项，选择 fluid。

（3）保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

7. 保存文件

点击 File→Write→Case…。

点击 OK，保存求解文件。

8. 迭代求解计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框，如图 2-2-42 所示。

（1）在 Number of Iterations 项填入 1 000。

（2）点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

经过 442 次迭代后，计算收敛；残差曲线、升力曲线和阻力曲线如下。

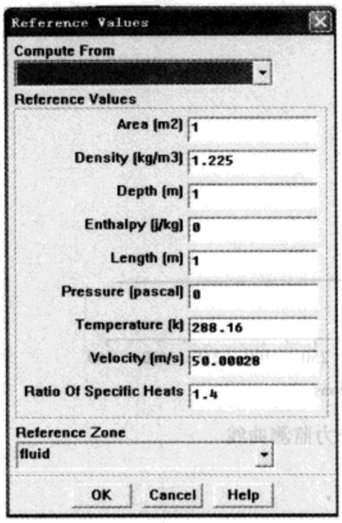


图 2-2-41 参考值设置对话框

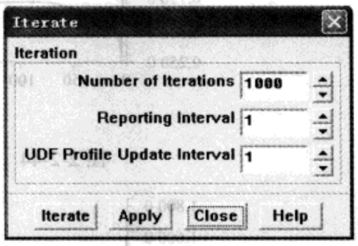


图 2-2-42 迭代设置对话框

① 残差监测曲线，如图 2-2-43 所示。

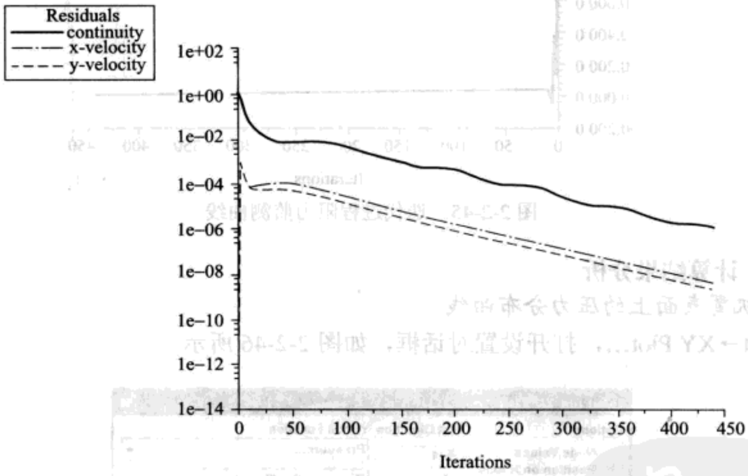


图 2-2-43 迭代过程残差监测曲线

② 升力监测曲线，如图 2-2-44 所示。

③ 阻力监测曲线，如图 2-2-45 所示。

分析：升力、阻力曲线已经变化很小，表明计算结果已经达到稳定状态。

（3）保存文件。

点击 File→Write→Case & Data…，保存文件。

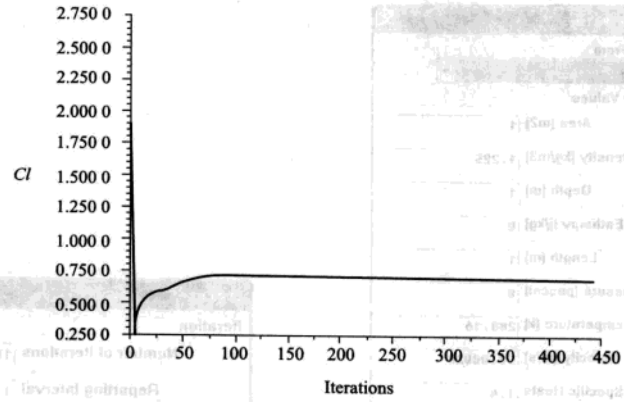


图 2-2-44　迭代过程升力监测曲线

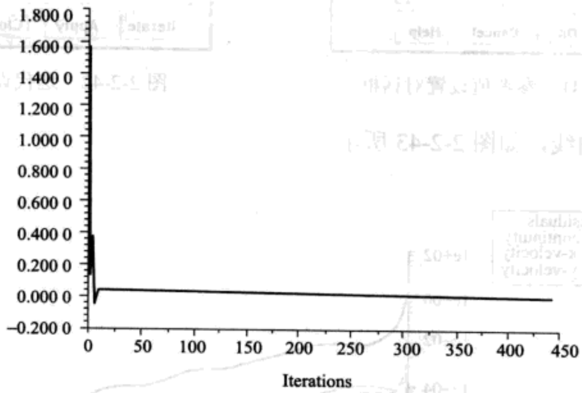


图 2-2-45　迭代过程阻力监测曲线

第 7 步：计算结果分析

1. 绘制机翼表面上的压力分布曲线

点击 Plot→XY Plot…，打开设置对话框，如图 2-2-46 所示。

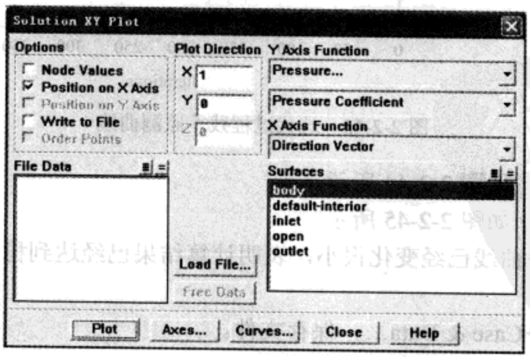


图 2-2-46　绘制曲线设置对话框

（1）在 Options 项，选择 Position on X Axis，不选择 Node Values。

（2）在 Plot Direction 项，X 处填 1，Y 处填 0。

（3）在 Y Axis Function 项选择 Pressure…和下面的 Pressure Coefficient。

（4）在 Surfaces 项，选择 body。

（5）点击 Plot 按钮，得到机翼上、下表面的压力分布曲线，如图 2-2-47 所示。

分析：机翼头部附近数据点比较稀疏，说明头部网格不够密，可能会引起较大的计算误差。

2. 求出机翼的升、阻力系数

点击 Report→Forces…，打开升、阻力报告对话框，如图 2-2-48 所示。

（1）阻力及阻力系数。

① 在 Options 项选择 Forces。

② 在 Wall Zones 项选择 body。

③ 在 Force Vector 项，$x = 0.996\ 2$，$y = 0.087\ 2$（沿流动方向的矢量分量）。

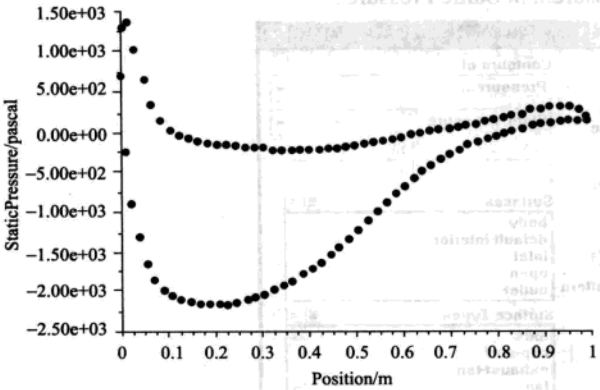


图 2-2-47 机翼表面的压力分布图

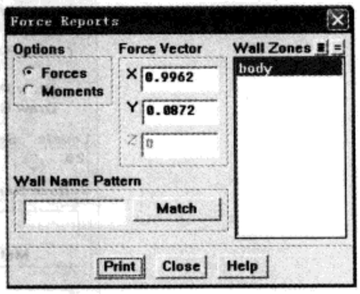


图 2-2-48 升、阻力报告对话框

④ 点击 Print 按钮，则在信息反馈窗口内显示机翼的阻力及阻力系数，如图 2-2-49 所示。

pressure force n	viscous force n	total force n	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
34.917 364	0	34.917 364	0.022 802 922	0	0.022 802 922

图 2-2-49 机翼阻力报告

（2）升力及升力系数。

① 在 Options 项选择 Forces。

② 在 Wall Zones 项选择 body。

③ 在 Force Vector 项，$x = -0.087\ 2$，$y = 0.996\ 2$（垂直于流动方向的矢量分量）。

④ 点击 Print，则在信息反馈窗口内显示机翼的升力及升力系数，如图 2-2-50 所示。

分析：查阅资料可知，在较大雷诺数条件下，本例所使用的机翼的升力系数基本上为一个常数，约为 0.8。从现在的计算结果看，误差约为 12.5%，引起误差的原因很多，例如网格

的划分问题，计算模型的选取问题，未考可压缩性和黏性影响等，总之计算方案还需要改进。

pressure force	viscous force	total force	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
n	n	n			
1 076.347 6	0	1 076.347 6	0.702 913 04	0	0.702 913 04

图 2-2-50　机翼升力报告

➘ 注：升力系数的定义为 $C_l=\dfrac{F_l}{\frac{1}{2}\rho V^2 L}$，阻力系数的定义为 $C_d=\dfrac{F_d}{\frac{1}{2}\rho V^2 L}$。

（本题中，L 等于弦长 c=1）

3. 绘制流场静压强分布云图

点击 Display→Contour…，打开云图设置对话框，如图 2-2-51 所示。

（1）在 Options 项，选择 Filled。

（2）在 Contours of 下，选择 Pressure...和 Static Pressure。

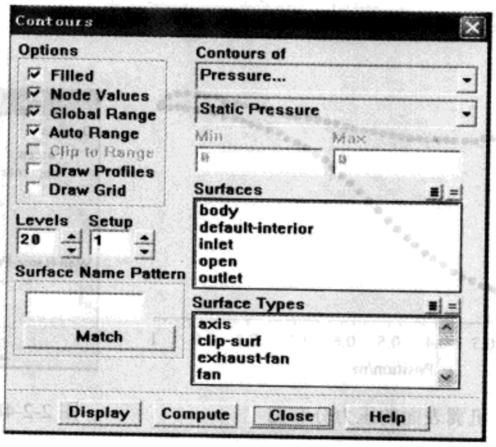


图 2-2-51　云图设置对话框

（3）在 Levels 项设置为 20。

（4）保留其他默认设置，点击下面的 Display 按钮。

可得到在机翼附近的压强分布云图（等压线）如图 2-2-52 所示。

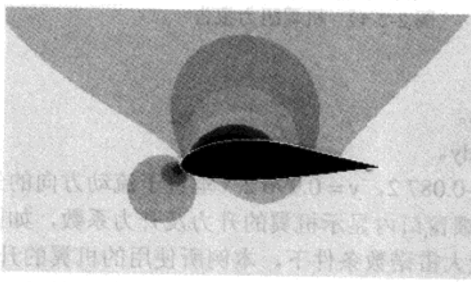


图 2-2-52　机翼附近的压强云图

分析：机翼上表面处于低压区，下表面比上表面压强高，上下表面的压力差构成了机翼的升力。同时也观察到，在机翼头部的压力梯度较大，网格应加密一些。

4. 翼型附近速度分布云图

（1）在 Contours of 下，选择 Velocity…和 Velocity Magnitude。

（2）点击下面的 Display 按钮。

得到速度分布云图，如图 2-2-53 所示。

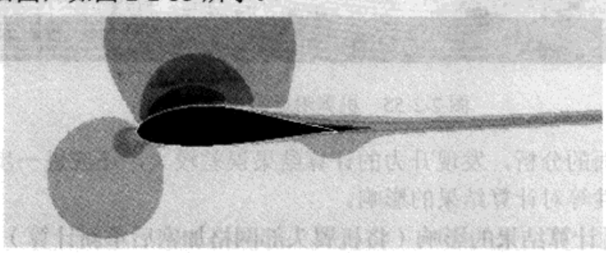


图 2-2-53　机翼附近的速度云图

比较上面两幅图可明显看出，压强高的地方速度小，而压强低的地方速度大；说明计算结果符合流体流动的基本规律。另外还可明显看出，机翼上表面压强低而下表面压强高，由此构成机翼的升力。

5. 速度分布矢量图

点击 Display→Vectors…，打开速度矢量图设置对话框，如图 2-2-54 所示。

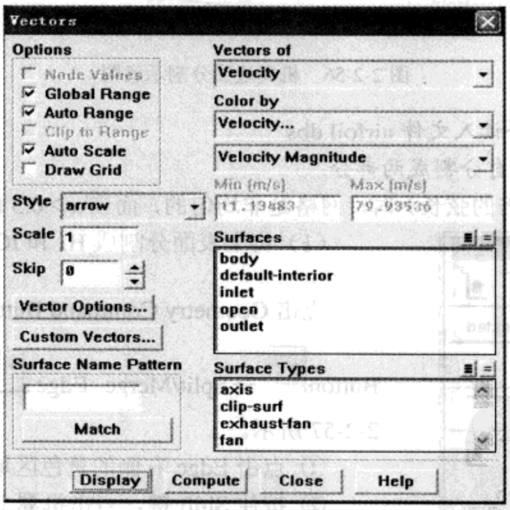


图 2-2-54　速度矢量图设置对话框

（1）在 Vectors of 项选择 Velocity。

（2）在 Color by 项选择 Velocity…和 Velocity Magnitude。

（3）保留其他默认设置，点击 Display 按钮。

得到机翼附近速度矢量图，如图 2-2-55 所示。

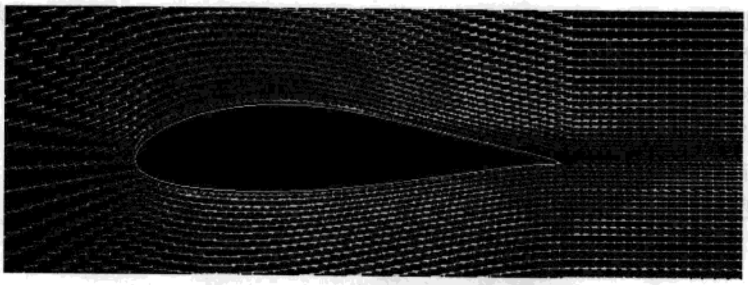


图 2-2-55　机翼附近的速度矢量图

分析：根据上面的分析，发现升力的计算结果误差较大，还应进一步改进计算方案，并讨论网格及流体黏性等对计算结果的影响。

讨论 1：网格对计算结果的影响（将机翼头部网格加密后重新计算）

网格的划分对计算结果是有一定影响的，在上面所划分的网格中可以看出，在机翼头部附近网格划分得比较稀疏，有加密的必要。下面我们将机翼上、下边线分别用 *I* 点和 *J* 点分割（见图 2-2-56），将 *HI* 和 *HJ* 头部附近线段的网格进行加密，并重新进行计算。

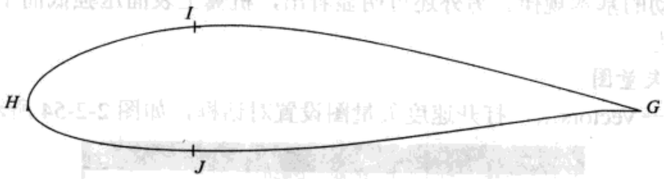


图 2-2-56　机翼边线分割示意图

1. 启动 Gambit，并读入文件 airfoil.dbs

2. 把上、下表面各自分割成两部分

当 $x<0.3$（$x<0.3$ 倍的弦长）时，网格是非均匀的，而当 $x>0.3$ 时，网格是均匀等分的。

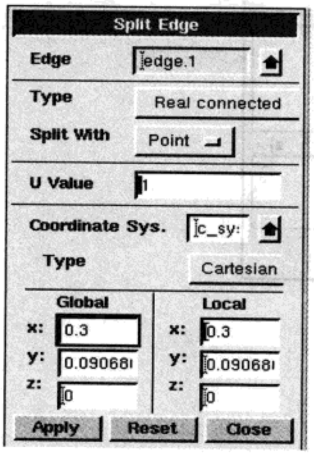


图 2-2-57　线分割对话框

（1）将上表面分割成 HI 和 IG 两部分。

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Split/Merge Edge ，打开对话框，如图 2-2-57 所示。

① 点击 Edge 右侧的黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击机翼上边线。

③ 在 Global 的 *x* 右侧，填入 0.3。

④ 点击下面的 Apply 按钮。

注：若 *c* 不等于 1，则应填入的数值是 $x = 0.3c$。

（2）方法同上，将下边线 *HG* 分割成 *HJ* 和 *JG* 两部分；分割点坐标 $x = 0.3$。

3. 对 *GAFH*+机翼上边线所构成的面进行网格划分

（1）对于边线 *HI* 和 *HJ*，使用下表所示参数进行节点网格划分。

边线	箭头方向	最后一个小段长度 Last Length	内部节点数 Interval Count
HI	从 *H* 指向 *I*	0.02*c*	30
HJ	从 *H* 指向 *J*	0.02*c*	30

点击 Mesh Command Button→Edge Command Button→Mesh Edges，打开设置对话框，如图 2-2-58 所示。

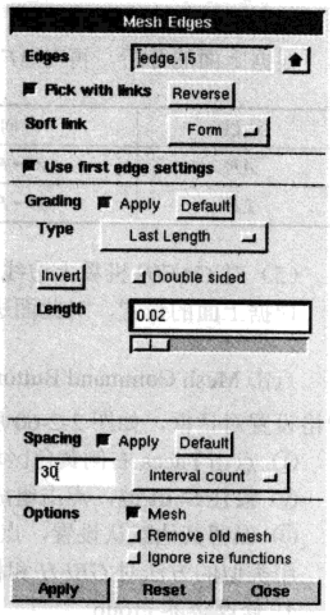


图 2-2-58　线网格划分对话框

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击线段 *HI*。

③ 在 Spacing 项，右击 Interval Size 按钮，选择 Interval count，在其左侧输入节点个数 30。

④ 在 Type 项，右击 Successive Ratio 按钮，选择 Last Length。

⑤ 在 Length 项填入最后两个节点距离 0.02。

⑥ 点击下面的 Apply 按钮。

用相同的方法对线段 *HJ* 进行节点划分。

（2）对于边线 *IG* 和 *JG*，等分为长度 0.02 的网格节点。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击线段 *IG*。

③ 在 Spacing 项，选择 Interval Size，输入节点间距 0.02。

④ 在 Type 项，选择 Successive Ratio。

⑤ 在 Ratio 项确定为 1；点击下面的 Apply 按钮。

边线	箭头方向	线段比例 Successive Ratio	内部节点间距 Interval Size
IG 和 *JG*	由左向右	1	0.02

用相同的方法对线段 *JG* 进行节点划分。

（3）确定机翼边线上的节点个数和单元个数。

AF 线段上节点的个数应和与其相对应的边线（机翼上边线）上节点个数相同，*HI* 和 *HJ* 上单元个数都为 30；为确定在 *IG* 上的节点个数，进行如下操作：

点击 Mesh Command Button→Edge Command Button→Summerarize Edge

Mesh，弹出对话框，如图 2-2-59 所示。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击 *IG* 线段。

③ 在 Component 项下选择 Elements。

④ 点击 Apply。

则在信息反馈窗口出现节点信息如下：

```
Total nodes: 37
Total elements: 36
```

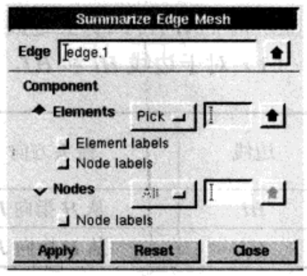


图 2-2-59　网格信息对话框

类似方法可得到线段 *JG* 上的节点数为 36，单元个数为 35。

（4）对边线 *AF* 和 *EF* 进行节点划分。

根据上面的分析，再对 *AF* 和 *EF* 线段划分网格节点，设置如下表：

边线	方向	First Length	Interval Count
AF	*A*→*F*	0.02	66
EF	*E*→*F*	0.02	65

（5）对 *GAFH*+机翼上边线所构成的面进行网格划分。

根据上面的设置，对此面进行网格划分的操作如下：

点击 Mesh Command Button→Face Command Button→Mesh Faces，打开面网格设置对话框，如图 2-2-60 所示。

① 点击 Faces 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击组成面的任意一条边线。

③ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

用类似的方法对 *GEFH* 和机翼下边线所组成的面进行网格划分。

4. 修改边界 group

由于对机翼轮廓线的重新划分，使构成 body 组的线段发生了变化，需要修正。

点击 Geometry Command Button→Group Command Butten→Modify Groups，打开设置对话框，如图 2-2-61 所示。

（1）点击 Group 右侧箭头，在弹出的列表中选择 body。

（2）点击 Edges 右侧黄色区域。

（3）按住 Shift 键点击机翼其他两条线段。

（4）点击 Apply 按钮和 Close 按钮。

5. 输出网格文件，网格文件名为 airfoil_jiami.mesh

6. 启动 Fluent-2ddp，读入网格文件 airfoil_jiami.mesh，重新进行计算

假设流体为不可压缩的理想流体，设置同前，将文件存为 airfoild_jiami.cas。经过 430 次

迭代后，计算收敛。

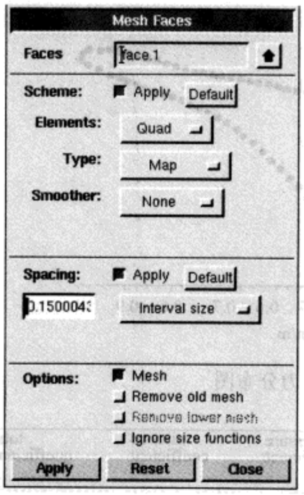


图 2-2-60　面网格设置对话框

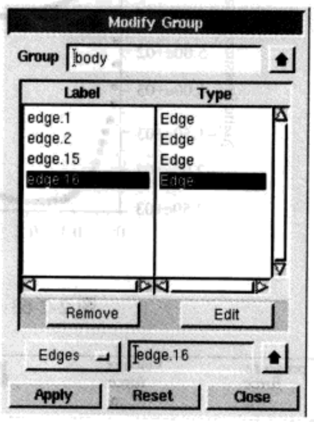


图 2-2-61　边线组设置对话框

（1）残差收敛曲线如图 2-2-62 所示。

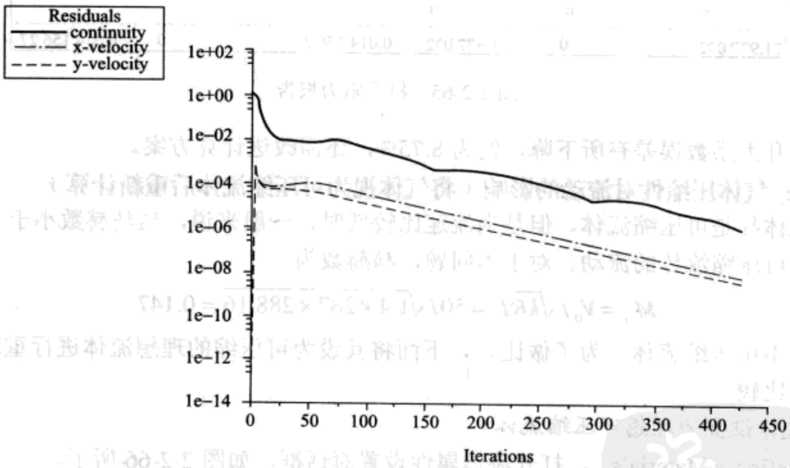


图 2-2-62　残差收敛曲线图

（2）机翼表面压力分布曲线如图 2-2-63 所示。

7. 机翼升力及其升力系数

机翼升力报告如图 2-2-64 所示。

8. 机翼阻力及其阻力系数

机翼阻力报告如图 2-2-65 所示。

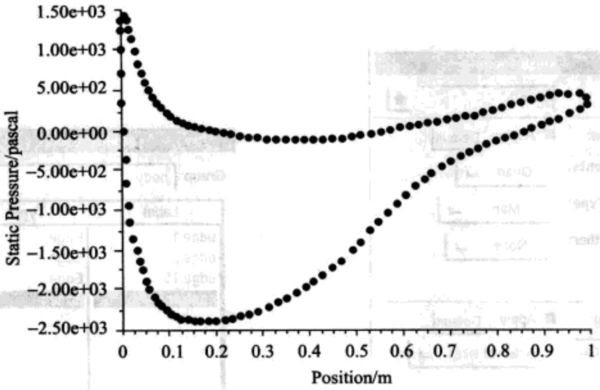


图 2-2-63　机翼表面压力分布图

pressure force n	viscous force n	total force n	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
1 344.944 9	0	1 344.944 9	0.871 790 92	0	0.871 790 92

图 2-2-64　机翼升力报告

pressure force n	viscous force n	total force n	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
21.977 032	0	21.677 032	0.014 156 27	0	0.014 156 27

图 2-2-65　机翼阻力报告

分析：升力系数误差有所下降，约为 8.75%，还需改进计算方案。

讨论 2：气体压缩性对流动的影响（将气体视为可压缩流体后重新计算）

实际气体都是可压缩流体，但是当流速比较低时，一般来说，当马赫数小于 0.3 时，可将其视为不可压缩流体的流动。对于本问题，马赫数为

$$M_a = V_0/\sqrt{kRT} = 50/\sqrt{1.4\times287\times288.16} = 0.147$$

故可以设为不可压缩流体。为了做比较，下面将其设为可压缩的理想流体进行重新计算，并将结果进行比较。

1. 将气体设置为理想可压缩流体

点击 Define→Materials...，打开流体属性设置对话框，如图 2-2-66 所示。

（1）点击 Density 右侧下拉箭头。

（2）在下拉列表中选择 ideal-gas。

（3）点击 Change/Create，点击 Close 按钮。

➘ 注：由于设置流体为可压缩的理想流体，能量方程自动启动。

2. 改变 inlet、open 边界为压力远场边界

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界类型设置对话框，如图 2-2-67 所示。

（1）在 Zone 项，点击 inlet。

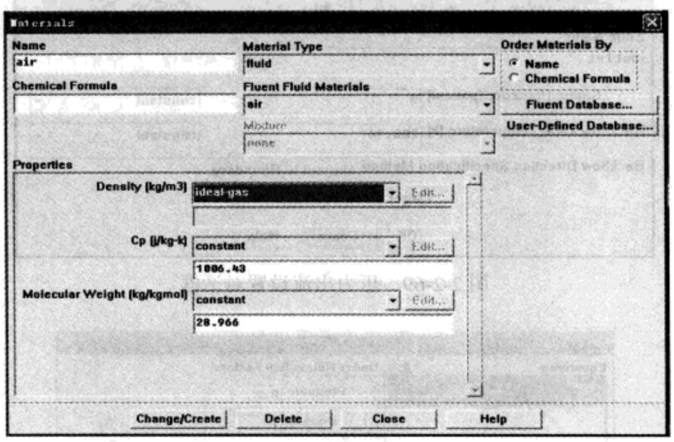


图 2-2-66　流体属性设置对话框

（2）在 Type 项选择 pressure-far-field。

（3）点击 Set...按钮，打开设置对话框如图 2-2-68。

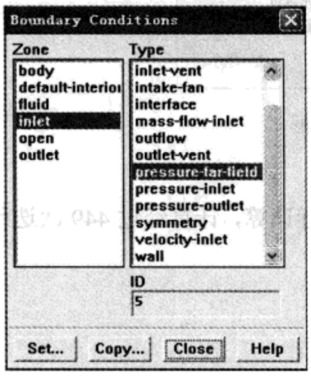


图 2-2-67　边界类型设置对话框

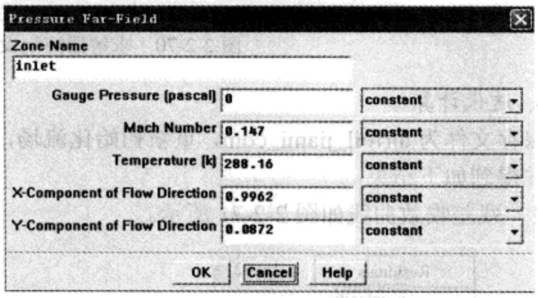


图 2-2-68　压力远场设置对话框

（4）在 Mach Number 项填入马赫数 0.147。

（5）在 Temperature 项填入 288.16（绝对温标）。

（6）在 X-Component of Flow Direction 项填入 0.996 2（攻角为 5°）。

（7）在 Y-Component of Flow Direction 项填入 0.087 2。

（8）点击 OK 按钮。

用类似的方法和设置改变 open 边界类型并进行设置。

3. Outlet 边界设置

对于 outlet 边界，其类型不变，设置如图 2-2-69 所示。

4. 求解器控制参数设置

求解器控制参数设置如图 2-2-70 所示。

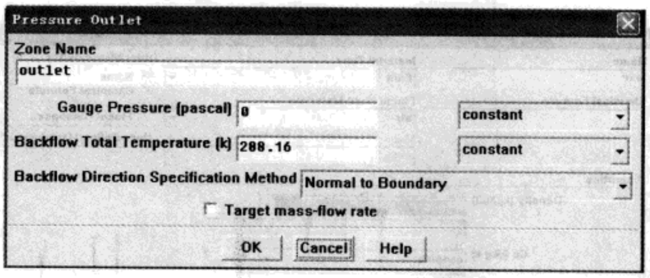


图 2-2-69　压力出流设置对话框

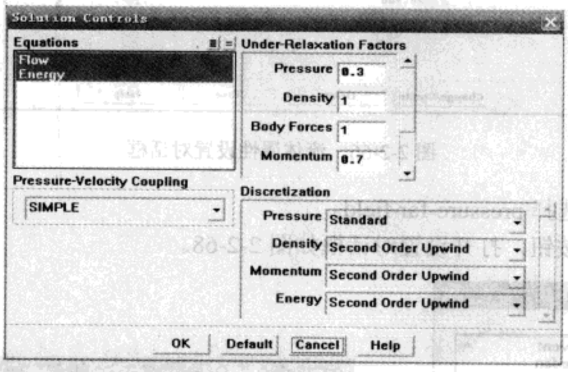


图 2-2-70　求解器控制设置对话框

5. 迭代计算

保存文件为 airfoil_jiami_com，重新初始化流场，并进行计算，计算经过 449 次迭代后收敛，并得到如下结果。

（1）残差收敛曲线如图 2-2-71 所示。

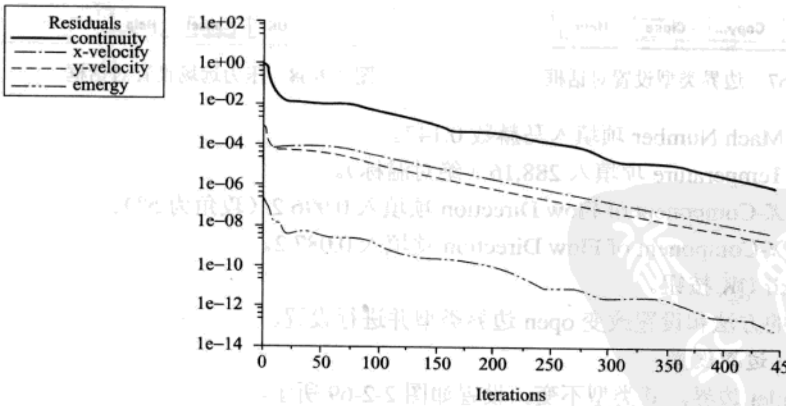


图 2-2-71　残差收敛曲线

（2）机翼升力及其升力系数如图 2-2-72 所示。

pressure force n	viscous force n	total force n	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
1 337.833 8	0	1 337.833 8	0.873 532 68	0	0.873 532 68

图 2-2-72 机翼升力报告

（3）机翼表面压力分布曲线如图 2-2-73 所示。

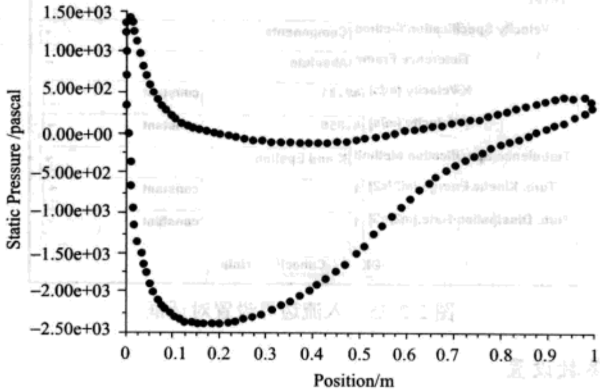


图 2-2-73 机翼表面压力分布图

（4）保存 Case 和 Data 文件。

6. 分析与结论

计算结果与不可压缩流体假设的计算结果相似，没有得到改善。这表明对于马赫数较低时的流动，将流体设为不可压缩流体所引起的误差很小。

讨论 3：黏性对计算结果的影响（将气体视为黏性不可压流体重新计算）

流体应该是有黏性的，为了计算简单，常将流体视为理想的无黏性流体，这样的假设是否会出现较大的误差？为此将流体视为不可压缩的黏性流体，紊流模型采用 k-ε模型，利用加密后的网格重新进行计算。

1. 启动 Fluent-2ddp，读入文件 airfoild_jiami.cas

2. 选取紊流模型

点击 Define→Models→Viscous...，打开黏性模型设置对话框，选择 k-epsilon(2 equ)，保留其他默认设置，点击 OK。

注：此时流体的物理属性已显示有黏性，读者可打开流体属性对话框看一下（如图 2-2-74 所示），假设其中的设置与本题所给的黏度是一致的。

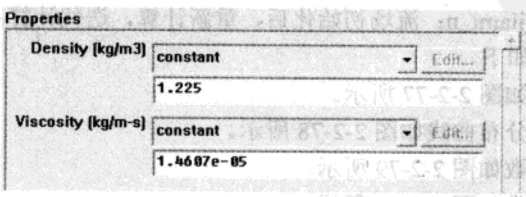


图 2-2-74 流体属性设置对话框

3. 边界设置

inlet 和 open 边界条件设置如图 2-2-75 所示。

（1）在 Velocity Specification Method 项选择 Components（速度分量）。

（2）填入速度分量，保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

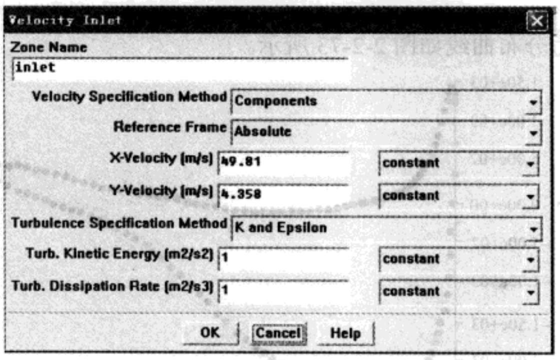


图 2-2-75　入流边界设置对话框

4. 求解器控制参数设置

求解器控制参数设置如图 2-2-76 所示。

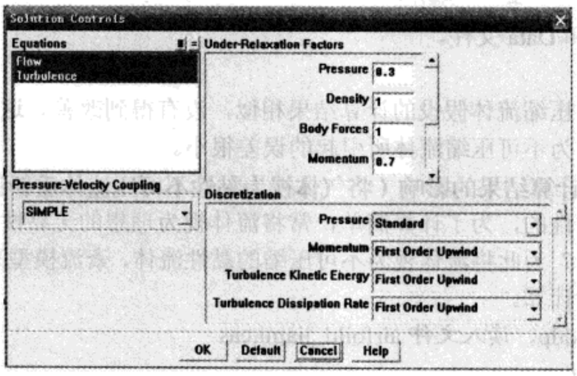


图 2-2-76　求解器控制设置对话框

5. 收敛临界值设置

残差收敛监测器设置中，收敛临界值全部设为 1e-6。

6. 保存文件

保存文件为 airfoil_jiami_n；流场初始化后，重新计算，迭代计算 447 次后残差收敛如图 2-2-77 所示，计算结果如下。

（1）残差收敛曲线如图 2-2-77 所示。

（2）机翼表面压力分布曲线如图 2-2-78 所示。

（3）升力及升力系数如图 2-2-79 所示。

（4）阻力及阻力系数如图 2-2-80 所示。

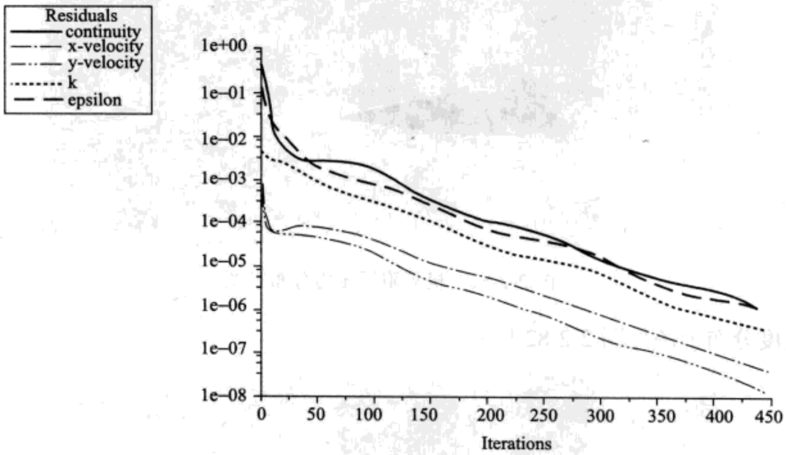


图 2-2-77 残差收敛曲线

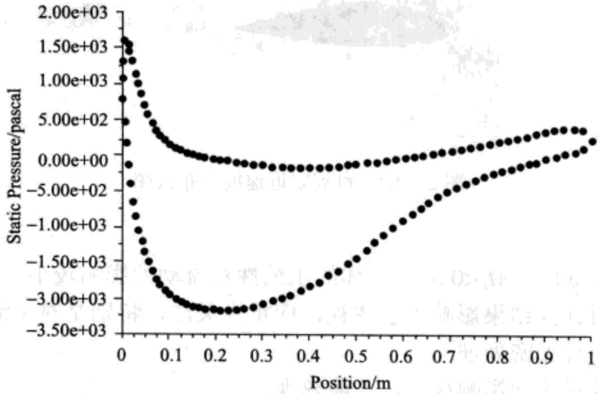


图 2-2-78 机翼表面压力分布图

pressure force n	viscous force n	total force n	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
1 230.281	−0.230 468 7	1 230.050 6	0.803 439 88	0.000 150 084 9	0.803 289 37

图 2-2-79 机翼升力报告

分析：升力系数的误差约为 0.4%左右，计算结果相当理想。

pressure force n	viscous force n	total force n	pressure coefficient	viscous coefficient	total coefficient
90.874 235	13.749 954	104.624 19	0.059 345 777	0.008 979 461 4	0.068 325 239

图 2-2-80 机翼阻力报告

（5）压力分布云图如图 2-2-81 所示。

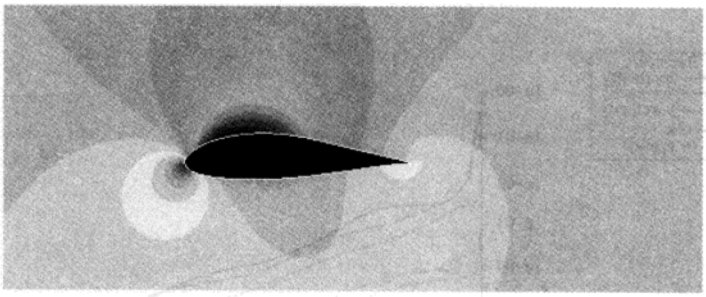


图 2-2-81　机翼附近压力分布云图

（6）速度分布云图如图 2-2-82 所示。

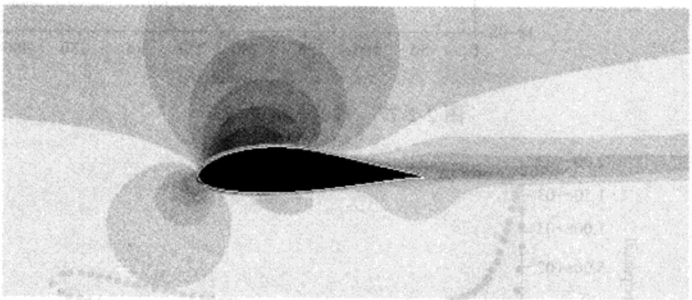


图 2-2-82　机翼附近速度分布云图

7. 若干结论

（1）当马赫数较低时（M_a<0.3），流体的压缩性对流动的影响较小。

（2）网格密度对计算结果影响不容忽视，应重点关注，特别是对于流动参数梯度较大的区域，网格一定要进行加密处理。

（3）流体的黏性对流动影响很大，不能忽视。

（4）对于机翼这类问题，选用本题的算法和紊流模型是比较恰当的。

8. 关于紊流模型的讨论

Fluent 提供的流动模型有无黏模型（理想流体）Inviscid；层流模型 Laminar；一方程模型 Spalart-Allmaras；二方程模型 k-epsilon 和 k-omega；还有雷诺应力模型 Reynolds Stress 以及大涡模型 LES。

（1）Inviscid 模型：不考虑流体的黏性效应，是一种理想化的模型，计算速度快，但误差较大。

（2）Laminar 模型：若流动保持为层流流动，则应选此模型。对于圆形管道，临界雷诺数 $Re=\dfrac{VD}{v}=2\,000$；对于平板流动，临界雷诺数约为 10^6。

（3）Spalart-Allmaras 模型：该模型是相对简单的一方程模型，用一个模型输运方程求解动态涡黏性。这一模型通常解决涉及到固壁湍流的问题，且求解速度较快。

（4）k–ε模型：该模型是二方程的模型，包含湍流动能 k 与湍流耗散率 ε 两个未知量以及

相对应的输运微分方程。Fluent 提供了三种 k–ε模型，分别为：

Standard k–ε模型　　标准的 k–ε模型，适用于完全紊流的流动。

RNG k–ε模型　　重整化群 k–ε模型，适用于复杂涡流的高雷诺数流动。

Realizable k–ε模型　　可实现的 k–ε模型，适用面比较广泛。

（5）k–ω模型：设ω=ε/k，则可将 k–ε模型中的二个方程结合起来，获得ω的方程。Fluent 提供了两种 k–ω模型，分别为：Standard k–ω模型；SST（切应力）k–ω模型。

（6）雷诺应力模型（RSM）。

（7）大涡模拟（LES）模型。

必须认识到，没有哪一个紊流模型是万能的，也没有哪一个紊流模型能够适用于所有的流动问题。紊流模型的选取依赖于对流动物理现象的理解、对流动问题仿真计算的实践经验、对计算精确度的要求、所提供的计算资源和用于仿真计算的时间。为了选取最适合问题的紊流模型，需要理解各类模型的使用条件和功能。

Spalart-Allmaras 模型是相对简单的单方程模型，只需求解湍流黏性的输运方程。该模型对于求解有壁面影响流动及有逆压力梯度的边界层问题有很好模拟效果，在透平机械湍流模拟方面也有较好结果。从计算的角度看，Spalart-Allmaras 模型在 Fluent 中是最经济的湍流模型。

标准 k–ε模型比 Spalart-Allmaras 模型耗费更多的计算机资源。而 RNG k–ε模型比标准 k–ε模型多消耗 10%～15%的 CPU 时间。k–ω模型也是两个方程的模型，计算时间与 k–ε模型相同。

二方程模型中，无论是标准 k–ε模型、RNG k–ε模型还是 Realizable k–ε模型，都有类似的形式，即都有 k 和ε的输运方程；都包含了由于平均速度梯度引起的湍动能、由于浮力影响引起的湍动能和可压缩湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响。三者的区别在于：

（1）计算湍流黏性的方法不同。

（2）控制湍流扩散的湍流 Prandtl 数不同。

（3）ε方程中的产生项和 G_k 关系不同。

标准的 k–ε模型是一个半经验的模型，其基本方程有两个，一个是湍动能 k 的传输方程，另一个是扩散率ε的传输方程。其中 k 方程是由精确的方程导出的，而ε方程则是由物理推论得出的，在数学上有一定的误差。在 k–ε模型的推导过程中，假定流动是完全紊流的，所以标准的 k–ε模型仅适用于完全紊流流动。

RNG k–ε模型是对瞬时的 Navier-Stokes 方程用 RNG 数学方法推导出来的模型，适用于高雷诺数流动问题。

Realizable k–ε模型的湍动能 k 的输运方程与标准 k–ε模型和 RNG k–ε模型有相同的形式，只是模型参数不同。该模型适合的流动类型比较广泛，包括有旋均匀剪切流，自由流（射流和混合层），腔道流动和边界层流动，特别是对圆口射流和平板射流模拟中，能给出较好的射流扩张角。

大涡模拟（LES），湍流中包含了不同时间与长度尺度的涡旋，旋涡最大长度尺度通常为平均流动的特征长度尺度，而最小尺度为 Komogrov 尺度。LES 的基本假设：

（1）动量、能量、质量及其他标量主要由大涡输运。

（2）流动的几何和边界条件决定了大涡的特性，而流动特性主要在大涡中体现。

（3）小尺度涡旋受几何和边界条件影响较小，并且各向同性。

目前，大涡模拟在不可压缩流体流动问题得到较多的应用，但在可压缩问题中的应用还较少。在 Fluent 中，大涡模拟只能针对不可压流体的流动。

练习 1：假设流体为可压缩黏性流体，攻角为 5°。紊流模型采用 k–ε模型，利用未加密网格重新计算；将计算结果与前面理想流体的计算结果进行比较，讨论两者的相同与不同点，理解网格的重要性。

练习 2：假设流体为不可压缩黏性流体，攻角为 5°。紊流模型采用 Spalart-Allmaras 模型，利用加密网格重新计算；将计算结果与前面的计算结果进行比较，讨论不同紊流模型对计算结果的影响。

研究题：采用合理的算法，选取恰当的紊流模型，计算攻角自 0° 到 10° 的阻力系数和升力系数，绘制机翼升、阻力系数曲线图。

第三节 船舶行驶阻力特性数值模拟——VOF 模型的应用

问题描述

如图 2-3-1 所示的假想船，设船体高 $H = 2\ \text{m}$，船底长 $L = 10\ \text{m}$，船艏与水平线夹角 $\alpha = 45°$；船头装有长为 $a = 1\ \text{m}$ 的压浪板，压浪板与水线的夹角为 $\beta = 30°$。若船体单位宽度上重为 $G = \text{mg} = 17.5\times10^3\times9.81\ \text{kg}$ 并以速度 $V = 18\ \text{km/h} = 5\ \text{m/s}$ 均速行驶在平静的河水里，试研究此船舶的行驶过程和行驶阻力。

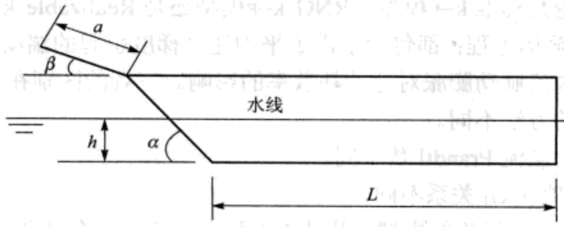


图 2-3-1 船舶结构示意图

水的物理参数：密度 $\rho = 1\,000\ \text{kg/m}^3$，动力黏度 $\mu = 0.001\ \text{Pa}\cdot\text{s}$

空气的物理参数：密度 $\rho = 1.225\ \text{kg/m}^3$，动力黏度 $\mu = 1.789\,4\times10^{-5}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$

分析

（1）这应该是一个三维流动问题，为探讨此类问题的解决方法在此采用了两维的模型进行计算，计算方法和计算过程可借鉴到三维模型的计算中。

（2）这是一个紊流流动问题，由于船体结构比较复杂，所引起的紊流流动是必然的。

（3）这是一个气、液两相流动问题，船体上部为空气，船体下部为水，船舶航行过程中必然引起水与空气之间的相互作用，并产生波浪。

（4）在仿真计算过程中，气液交界面（自由表面）的变化是一个逐渐趋于稳定状态的过程，故应采用非稳定的计算方法。

（5）当船舶行驶时，由于流体动能的作用，对船体产生动升力，必然会引起船体的上下运动，并影响船体的行驶阻力。

（6）船舶行驶过程中，船体所受到的力除了各种阻力外，在铅直方向有水的静浮力 F_f 和

动升力 F_d，二者之和应等于船舶质量 G。假设静浮力 F_f 为船舶质量的 60%，即 $F_f=\lambda G$, $\lambda=0.6$，则由于浮力等于船舶所排开水的质量，故有

$$\lambda G=\rho g\left(Lh+\frac{1}{2}h^2\right)$$

$$\Rightarrow h=\sqrt{L^2+\frac{2\lambda G}{\rho g}}-L=\sqrt{10^2+\frac{1.2\times 17\,500\ g}{1\,000\ g}}-10=1.0\ \text{m}$$

得到初始水线为 $h=1.0\ \text{m}$。假设船舶行驶过程中的静浮力不变，若计算结果得到船体动升力为 $F_d=(1-\lambda)G=0.4G$，则船泊处于平衡状态，计算结束。

（7）流动区域的设置。

① 设水线下水深为 L，水下边界为固壁。

② 水线上面流域为 2 L 高，初始为空气。

③ 船舶前面流域沿流动方向长为 3 L。

④ 船舶后部流域沿流动方向距离为 5 L。

⑤ 船舶附近有一个小区域，以便于对船体附近网格的加密，也便于改变水线后的建模。

流动区域设计如图 2-3-2 所示。

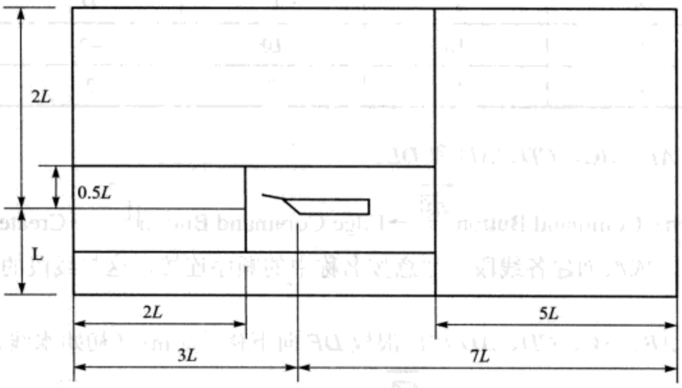


图 2-3-2 流域示意图

在船体附近创建一个相对较小的流域，其本意一是便于船体附近网格的加密，因为流动参数在这一区域的梯度较大；二是便于调整船体的升高或降低，当然，当水较深时也可通过调整水线位置来调整船体的升高或降低，本例就是如此。

另外，值得说明的是本例中没有考虑船体的纵倾角，即假设船体保持水平状态；另外也没考虑船舶的动力系统问题。

第 1 步：启动 Gambit

（1）在 D 盘根目录下建立名为 ship_2d 的文件夹。

（2）将 ship_2d 作为工作目录，点击 run 按钮，启动 Gambit。

（3）File→New，在 ID 框内输入文件名 ship_2d，点击 Accept 按钮。

第 2 步：创建船体附近小流域

船体关键点位置如图 2-3-3 中的 A、B、C、D 和 E 点所示，船体附近小流域如图中的 F、G、H 和 I 点所示。

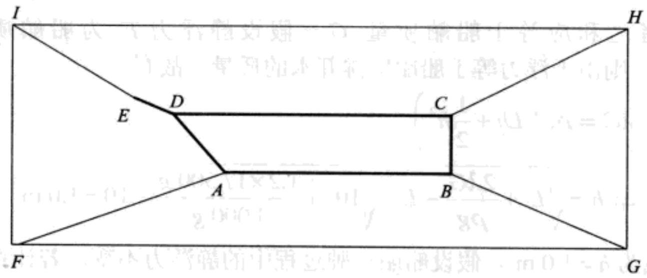


图 2-3-3 船体附近小流域示意图

1. 创建船体和压浪板

（1）创建关键点 *A*、*B*、*C*、*D*、*E*。

点击 Geometry Command Button→Vertex Command Button→Create Vertex，打开节点设置对话框，并按下表创建这五个点。

坐标	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
x	0	10	10	−2	−2.866
y	0	0	2	2	2.5

（2）创建线 *AB*、*BC*、*CD*、*AD* 和 *DE*。

点击 Geometry Command Button→Edge Command Button→Create Edge，打开线段设置对话框，依次创建各线段，注意按名称中的顺序连接，这与线段的方向有关，在创建网格时有用。

（3）将船体 *AB*、*BC*、*CD*、*AD* 和压浪板 *DE* 向下移动 1 m；（初始水线为 1 m）。

点击 Geometry Command Button→Edge Command Button→Move/Copy Align Edges，打开线段移动对话框，采用 Move 和 Translate 命令移动这五条线段。

2. 创建船体附近流域

操作同前，可参见图 2-3-3。

（1）创建关键点 *F*、*G*、*H*、*I*。

坐标	*F*	*G*	*H*	*I*
x	−10	20	20	−10
y	−5	−5	5	5

（2）创建边线 *FG*、*IH*、*IF*、*HG* 以及 *AF*、*BG*、*CH* 和 *EI*。

操作同前，注意线段方向。

（3）创建面。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Form Face ，打开面设置对话框，创建如下的四个面。

① Face.1：由 *ABGFA* 组成。

② Face.2：由 *BCHGB* 组成。

③ Face.3：由 *CDEIHC* 组成。

④ Face.4：由 *ADEIFA* 组成。

3. 创建网格

（1）创建线网格点分布。

点击 Mesh Command Button →Edge Command Button →Mesh Edges ，打开线段网格节点设置对话框，按如下说明设置各线段的网格节点。

① 船体边线 *AB*、*AD*、*CD* 和 *DE* 上的节点为均匀分布，各单元长度均为 0.1。

② 船体边线 *BC* 上的节点为均匀分布，共 40 个单元。

③ *AF*、*BG*、*CH* 划分为首单元长 0.1 的 50 个单元。

④ *EI* 划分为首单元长 0.1 的 40 个单元。

此时所创建的线网格如图 2-3-4。

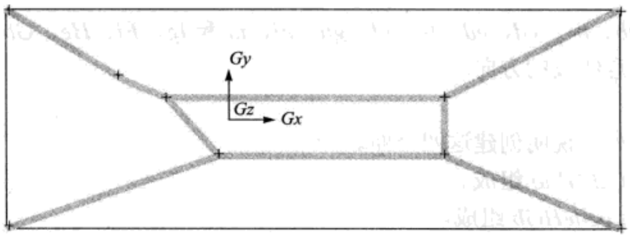


图 2-3-4　船体附近小流域线网格

（2）创建面网格。

点击 Mesh Command Button →Face Command Button →Mesh Faces ，打开面网格设置对话框。用 Map 方式分别创建 face.1、face.2、face.3 和 face.4 四个面的面网格，结果如图 2-3-5 所示。



图 2-3-5　船体附近小流域面网格

第 3 步：创建外围流域

1. 创建关键点 *a*、*b*、*c*、*d*、*e*、*f*、*g*、*h* 和 *i*

操作同前，参见图 2-3-6，各点的坐标位置如下表。

坐标	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*
x	–30	20	70	70	20	–30	–30	–30	–30
y	–10	–10	–10	20	20	20	5	0	–5

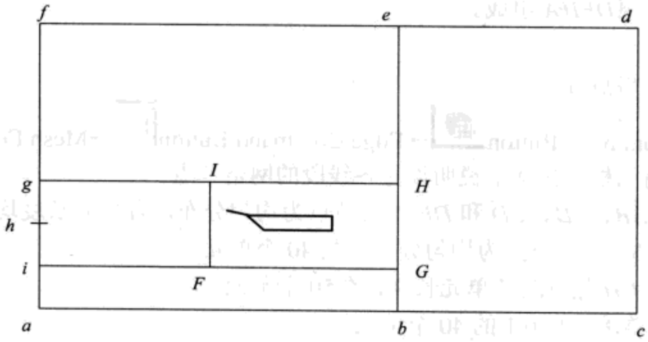


图 2-3-6　外围流域示意图

2. 连接边线 *ab*、*bc*、*cd*、*ed*、*fe*、*gf*、*gh*、*hi*、*ia* 和 *Ig*、*Fi*、*He*、*Gb*

操作同前，注意线段的方向。

3. 创建面

操作同前，按如下说明创建这四个面。

（1）face.5：由 *abGFia* 组成。

（2）face.6：由 *bcdeHGb* 组成。

（3）face.7：由 *HefgIH* 组成。

（4）face.8：由 *ghiFIg* 组成。

最后形成的流动区域如图 2-3-7 所示。

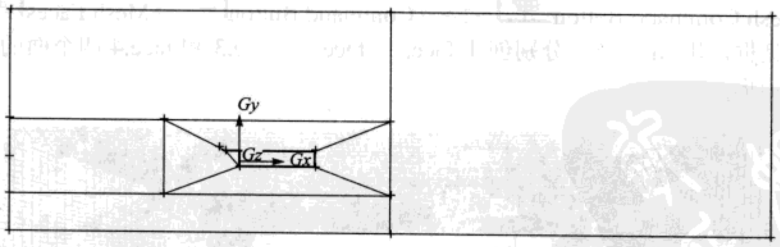


图 2-3-7　计算流域分块情况示意图

4. 创建网格

（1）创建线网格节点分布。

① *Ig* 和 *Fi* 线上的网格节点为等比分布，比例为 1.01，单元个数为 50。

② *bc* 和 *ed* 线上的网格节点为等比分布，比例为 1.025，单元个数为 60。

③ *He* 和 *gf* 线上的网格节点为等比分布，比例为 1.01，单元个数为 40。

④ *ia* 和 *Gb* 线上的网格节点为等比分布，比例为 1.03，单元个数为 15。

⑤ 其他未设置节点的线段均为等距分布，节点个数由相对边线上的节点个数控制，这是用 Map 进行网格划分时自动完成的。

操作见前，特别注意线段的方向，若方向不对，可按住 Shift 键并用鼠标中键点击该线段，可改变线段方向。

（2）创建面网格。

用 Map 方式分别创建 face.5、face.6、face.7 和 face.8 四个面的面网格，最后网格划分如图 2-3-8 所示。

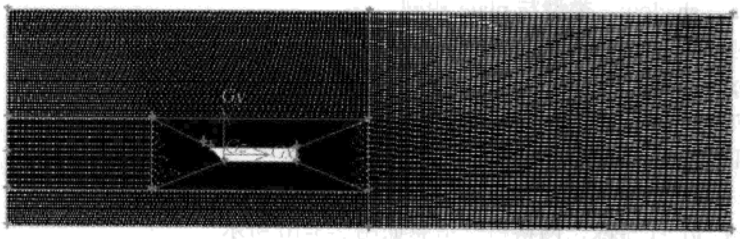


图 2-3-8　计算流域网格图

第 4 步：确定边界类型

点击 Zones Command Button →Specify Boundary Types，打开边界类型设置对话框，按如下说明进行各边界的类型设置。

（1）确定由线段 *fg*、*gh* 组成空气速度入口边界，取名 inlet_air；从这个边界流入的仅有空气，流速等于船舶航速。

（2）确定由 *hi*、*ia* 组成水速度入口边界，取名 inlet_water；从这个边界流入的仅有水，流速等于船舶航速。

（3）确定由 *cd* 构成自由出流边界，取名 outlet；对于出流情况未知的情况，常采用 outflow 类型。若采用 Pressure_outlet 类型，还必须以水线为界将此边界分为上下两部分，上部分出流为空气，下部分出流为水；要求出流边界远离船体，并且水区域部分还需用 UDF 程序确定其压强分布，很不方便。

（4）确定由 *ab*、*bc* 组成底部固壁边界，取名 bottom；从相对运动来说，假设船不动而水和空气流动，此时河床也应相对船体有相对运动，所以这应该是一个移动边界。

（5）确定由 *fe*、*ed* 组成区域的上部对称边界，取名 top；此边界设置成 symmetry 类型是无奈之举。按说此边界应该设置为压力边界，这更贴近实际情况，但这常常使计算过程中的连续项不收敛，因为从这个边界的流出与回流很难控制，并引起收敛问题。设置成对称边界类型相当于此边界的内外无质量和动量的交换，有利于计算的收敛。当上部边界离固壁较远时，这种处理方法是可行的。

（6）确定由 *AB*、*BC*、*CD*、*AD* 组成固壁船体，取名 ship。

（7）确定由 *DE* 构成固壁压浪板，取名 plate。

部分边界名称和类型如图 2-3-9 所示。

Name	Type
inlet_air	VELOCITY_INLET
inlet_water	VELOCITY_INLET
outlet	OUTFLOW
bottom	WALL
top	SYMMETRY

图 2-3-9　边界类型设置图

（8）输出网格文件为 ship_2d.msh。

点击 File→Export→Mesh…，输出网格时，Gambit 对话窗口会显示如下信息：

```
A default (unspecified) continuum entity was created.
Mesh was successfully written to ship_2d.msh.
```

意为创建了一个没有定义的边界。当用 Fluent 读入该网格文件时会看到程序自动生成一个名为 plate-shadow 类型为 Wall 的边界。这是因为压浪板 plate 是一个没有厚度的板，它应该有两个面，一个面是 face.3 的边界 plate，还应有一个面是 face.4 的边界，Gambit 自动生成此边界并命名为 plate-shadow，类型与 plate 相同。

（9）保存文件，退出 Gambit。点击 File→Save 和 File→Exit。

第 5 步：求解计算

1. 启动 Fluent-2d

2. 读入网格文件 ship_2d.msh

（1）点击 File→Read→Case…，选定网格文件 d:\ship_2d\ship_2d.msh。

（2）点击 Grid→Check，网格检查信息如图 2-3-10 所示。

```
Domain Extents:
  x-coordinate: min (m) = -3.000000e+001, max (m) = 7.000000e+001
  y-coordinate: min (m) = -1.000000e+001, max (m) = 2.000000e+001
Volume statistics:
  minimum volume (m3): 2.873741e-003
  maximum volume (m3): 5.017853e-001
    total volume (m3): 2.978000e+003
Face area statistics:
  minimum face area (m2): 3.713918e-002
  maximum face area (m2): 1.580013e+000
Checking number of nodes per cell.
Checking number of faces per cell.
Checking thread pointers.
Checking number of cells per face.
Checking face cells.
Checking bridge faces.
Checking right-handed cells.
Checking face handedness.
Checking element type consistency.
Checking boundary types:
Checking face pairs.
Checking periodic boundaries.
Checking node count.
Checking nosolve cell count.
Checking nosolve face count.
Checking face children.
Checking cell children.
Checking storage.
Done.
```

图 2-3-10　网格检查反馈信息

第 2、3 行显示流域的范围 x 范围是从−30 m 到 70 m，y 的范围是从−10 m 到 20 m。

第 5 行显示最小网格体积（面积）为 0.002 87。

第 6 行显示最大网格体积（面积）为 0.501 79。

第 7 行显示的是流域总体积（面积）为 2 978。

第 9 行显示网格最小面积（边长）为 0.037 14。

第 10 行显示网格最大面积（边长）为 1.58。

网格检查最重要的是看最后一行，一定是 Done，不能有任何错误警告信息，否则还需重新进行网格划分。

（3）查看网格信息。点击 Grid→Info→size，显示网格信息如下：

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	30550	61563	31012	1

显示有 30 550 个网格单元，61 563 个面（线），31 012 个网格节点。

3. 设置求解器参数

（1）选择 VOF 两相流计算模型。

点击 Define→Models→Multiphase…，打开多相流动设置对话框，如图 2-3-11 所示。

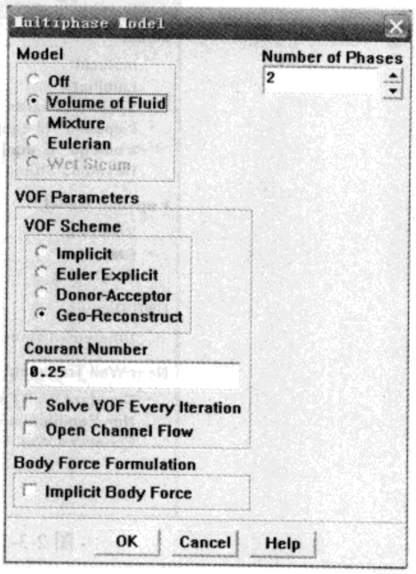


图 2-3-11 多相流动设置对话框

① 在 Model 项选择 Volume of Fluid。

② 在 Number of Phases 项确认为 2（两相流动）。

③ 在 VOF Parameters 项确认选择 Geo-Reconstruct（几何重构）。

④ 在 Courant Number 项保留 0.25。

⑤ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：① VOF 方法称为体积函数法，用来处理没有相互穿插的多相流问题，适合于分层流动或带有自由表面的流动。在处理两相流中，VOF 定义一个第一相（基本相）和一个第二相，通过计算每一个时间间隔内，各个网格单元中的体积函数，从而确定该网格中另外一项的比例，然后通过界面几何重构或者一些其他的方法来确定此单元网格中两相交界面的位置，从这个意义上说，VOF 是属于界面跟踪方法。

② Courant number 实际上是指时间步长和空间步长的相对关系，与速度 V、时间步长 dt、空间步长 dx 的关系是

$$Cr = V\frac{dt}{dx}$$

在 Fluent 中，可用 Courant number 来调节计算的稳定性与收敛性。一般来说，Courant number 小则收敛速度慢，但计算稳定性好；Courant number 大则收敛速度快，但计算稳定性较差。在计算过程中，最好是先把 Courant number 设置一个较小的值，并注意残差的收敛情况，如果收敛速度较慢而且比较稳定的话，可以适当的增大 Courant number 的值。

对于 VOF 模型，系统默认为 0.25，这对本例情况是可以接受的。

（2）选择 k-epsilon 紊流模型。

点击 Define→Models→Viscous…，打开紊流模型选择与设置对话框，如图 2-3-12 所示。

① 在 Model 项选择 k-epsilon [2 eqn]。

② 在 k-epsilon Model 项选择 RNG。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

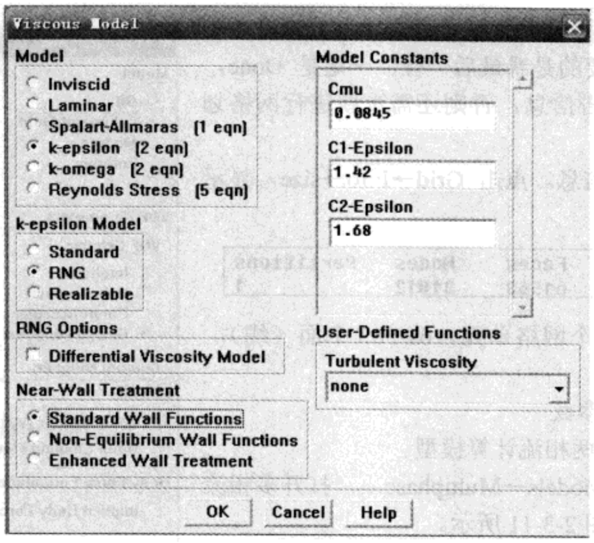


图 2-3-12　紊流模型选择与设置对话框

4. 选定空气和水

点击 Define→Materials…，打开流体属性对话框，点击右侧 Fluent Database…，打开材料选择对话框，如图 2-3-13 所示。

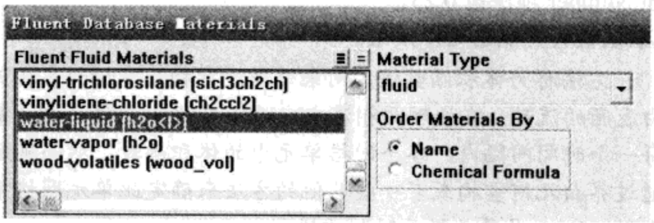


图 2-3-13　材料选择对话框

① 在 Fluent Fluid Materials 下拉列表中选择 water-liquid。

② 点击下面的 Copy 按钮，点击 Close 按钮。

③ 在图 2-3-14 中，将 Density（密度）项改为 1 000。

④ 将 Viscosity（黏度）项改为 0.001。

⑤ 点击 Change/Create 按钮；点击 Close 按钮。

5. 设置基本相和第二相

点击 Define→Phases…，打开流体相设置对话框，如图 2-3-15 所示。

（1）设置水为基本相，取名为 water。

① 在 Phase 项选择 phase-1，Type 项选择 primary-phase（基本相）。

② 点击 Set…按钮，打开基本相设置对话框如图 2-3-16。

③ 在 Name 项，将 phases-1 改为 water。

④ 在 Phase Material 下拉列表中选择 water-liquid。

⑤ 点击 OK 按钮。

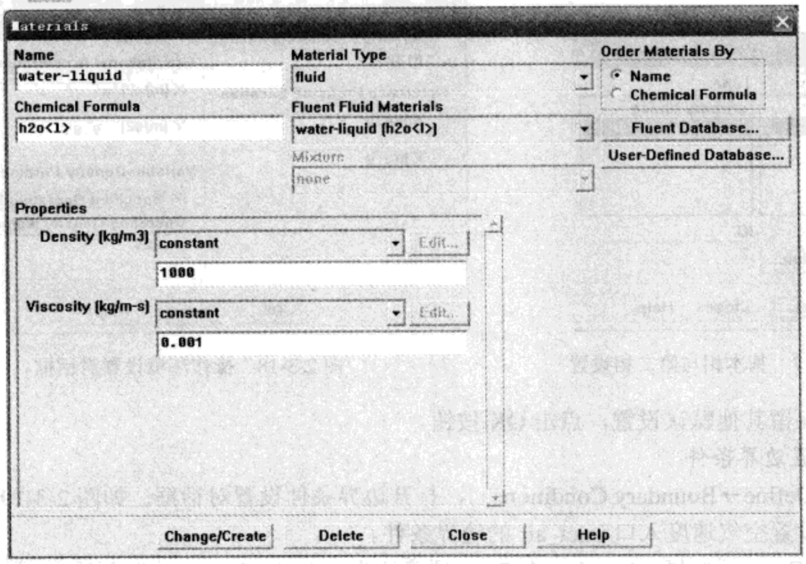


图 2-3-14 材料属性设置对话框

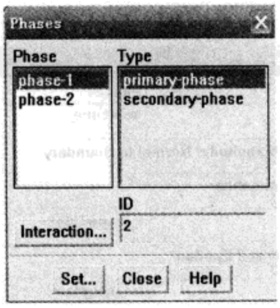


图 2-3-15 相设置对话框

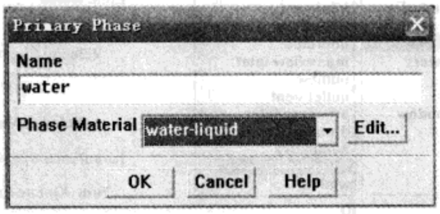


图 2-3-16 基本相设置对话框

（2）设置空气为第二相，取名为 air。

过程同上，将 phase-2 改名为 air，选择名为 air 的流体。最后流体相的设置结果如图 2-3-17 所示。

6. 设置操作环境

点击 Define→Operating Conditions…，打开操作环境设置对话框，如图 2-3-18 所示。

（1）在 Pressure 的 Operation Pressure（环境压强）项，保留大气压强 101 325 Pa。

（2）选中 Gravity（重力）项；在 *Y* 项填入重力加速度−9.81（取负值是因为重力方向向下）。

（3）在 Variable-Density Parameters 项选中 Specified Operating Density，设置操作环境密度。

（4）在 Operating Density 项保留默认设置。

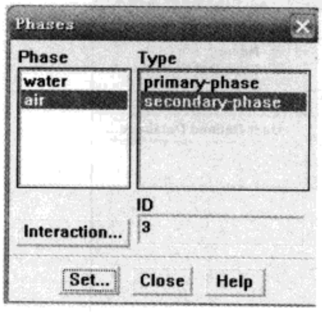


图 2-3-17　基本相与第二相设置

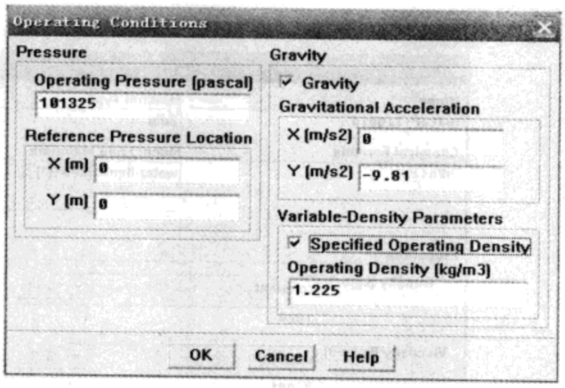


图 2-3-18　操作环境设置对话框

（5）保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

7. 设置边界条件

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界条件设置对话框，如图 2-3-19 所示。

（1）设置空气速度入口 inlet_air 的边界条件。

① 在 Zone 项选择 inlet_air，在 Type 项确认为 Velocity-inlet（速度入流），在 Phase 项选择 mixture（混合相），点击 Set…；打开混相速度入流设置对话框如图 2-3-20。

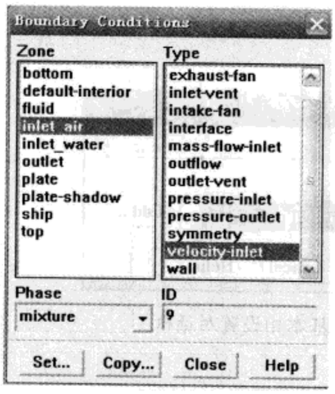


图 2-3-19　边界条件设置对话框

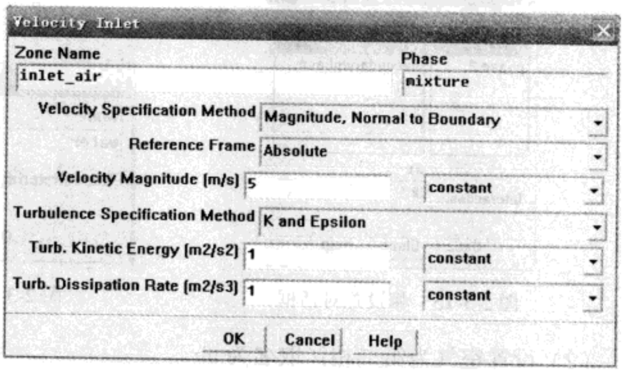


图 2-3-20　混相速度边界设置对话框

② 在 Velocity Magnitude 项填入 5（流速为 5 m/s）；点击 OK 按钮。

③ 在图 2-3-19 中，在 Phase 项选择 air（空气相），点击 Set…按钮；打开空气体积分数设置对话框，如图 2-3-21 所示。

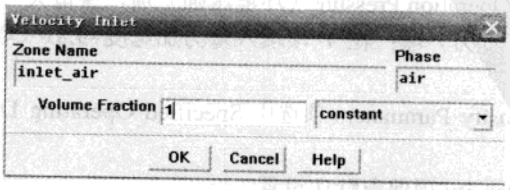


图 2-3-21　体积分数设置对话框

④ 在 Volume Fraction 项将 0 改为 1（全部为空气）；点击 OK 按钮。

（2）设置水速度入口 inlet_water 的边界条件。

① 在 Zone 项选择 inlet_water，在 Type 项确认为 velocity-inlet（速度入流），在 Phase 项选择 mixture（混合相），点击 Set…。

② 在打开的混相速度入流设置对话框中，在 Velocity Magnitude 项填入 5（流速为 5 m/s）；点击 OK 按钮。

③ 在 Phase 项选择 air（空气相），点击 Set…按钮；在打开的空气体积分数设置对话框中确认 Volume Fraction 项为 0（全部为水）；点击 OK 按钮。

（3）确认 outlet 边界为 outflow（自由出流）。

（4）确认 top 边界为 symmetry 类型（对称边界）。

（5）在 Zone 项选择 bottom，确认为 wall 类型，点击 Set…按钮，打开固壁边界设置对话框如图 2-3-22。

① 选择 Momentum 选项卡。

② 在 Wall Motion 项选择 Moving Wall。

③ 在 Motion 项选择 Absolute 和 Translational。

④ 在 Speed 项填入 5。

⑤ 确认 Direction 项 $x=1$，$y=0$（沿 x 方向）。

⑥ 保留其他默认设置，点击 OK。

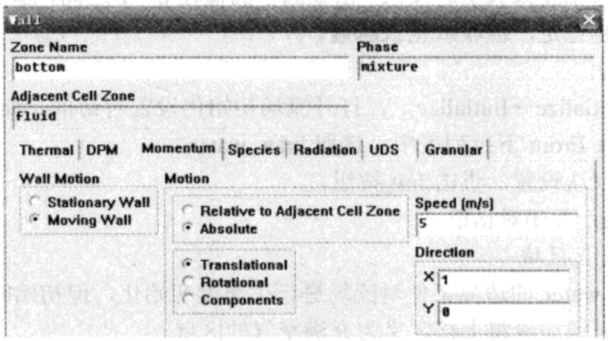


图 2-3-22 固壁边界设置对话框

8. 设置求解控制参数

点击 Solve→Controls→Solution…，打开求解控制对话框，如图 2-3-23 所示。

（1）在 Pressure-Velocity Coupling 项选择 PISO 算法。

（2）在 Discretization 项中，Pressure 项选取 Body Force Weighted 算法。

（3）保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：① 对于非定常问题压力与速度耦合算法，Fluent 推荐 PISO（Pressure-Implicit with Splitting of Operators）算法。采用 PISO 算法时，取较大的时间步长及松弛因子时，仍然能保持稳定的收敛效果。Simple 系列算法则较多地被用于求解稳态流场。

② 如果计算收敛性不好，可适当降低 Under-Relaxation Factors（欠松弛因子），以改善计算过程的收敛性。

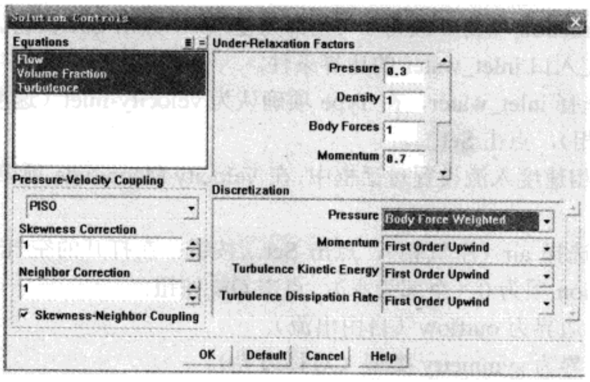


图 2-3-23 求解控制设置对话框

由于流体力学中要求解非线性的方程，在求解过程中，控制变量的变化是很必要的，这是通过松弛因子来实现的。用来控制变量在每次迭代中的变化，也就是说，变量的新值为原值加上变化量乘以松弛因子。

松弛因子可控制收敛的速度和改善收敛的状况，取值 1，相当于不用松弛因子；取值大于 1，为超松弛因子，可加快收敛速度；取值小于 1，为欠松弛因子，可改善计算过程的收敛性。一般来讲，在收敛不好的时候，采用一个较小的欠松弛因子。Fluent 里面用的是欠松弛，主要防止两次迭代值相差太大引起发散。松弛因子的值在 0～1 之间，越小表示两次迭代值之间变化越小，也就越稳定，但收敛也就越慢。

9. *流场初始化*

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开流场初始化设置对话框，如图 2-3-24 所示。

（1）在 Compute From 下拉列表中，选取 inlet_water。

（2）保留其他默认设置，点击 Init 按钮。

（3）点击 Close，关闭对话框。

10. *定义初始空气区域*

上面利用 inlet_water 的边界条件对流场进行了速度初始化，但初始时流体相的分布还应进行初始化，也就是说还应将上部定义为充满空气的区域。

点击 Adapt→Region…，打开流域定义对话框，如图 2-3-25 所示。

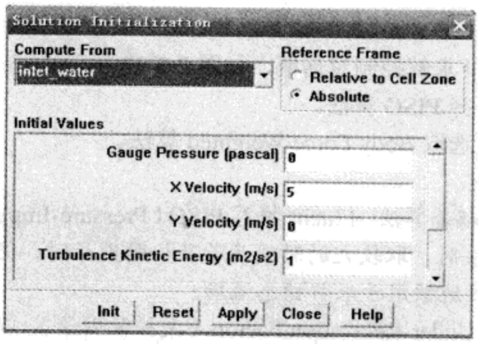


图 2-3-24 初始化设置对话框

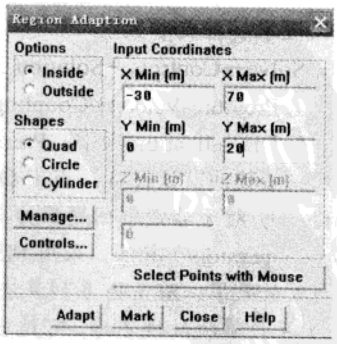


图 2-3-25 区域设置对话框

（1）在 Input Coordinates 项，输入区域范围如下：
XMin = −30（m），XMax = 70（m）；
YMin = 0（m），YMax = 20（m）；
（2）保留其他默认设置，点击 Mart 按钮；点击 Close。
此时在 Fluent 工作窗口内显示信息：18883 cells marked for refinement。
（3）点击 Solve→Initialize→patch…，打开对话框，如图 2-3-26 所示。
① 在 Registers to Patch 下选择 Hexahedron-r0。
② 在 Phase 下拉列表中选择 air。
③ 在 Variable 项选择 Volume Fraction。
④ 在 Value 项将 0 改为 1。
⑤ 点击 Patch；点击 Close 按钮。
（4）检查初始水气分布情况。
点击 Display→Contours…，打开绘制云图对话框，如图 2-3-27 所示。

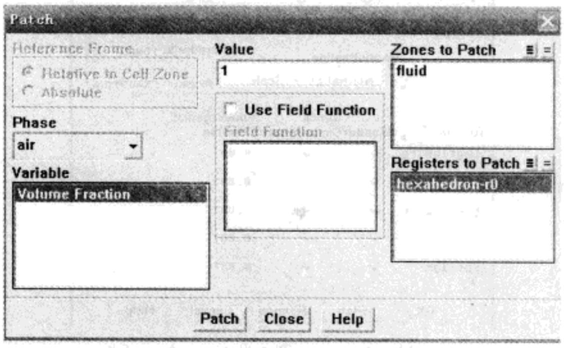


图 2-3-26　流域属性设置对话框

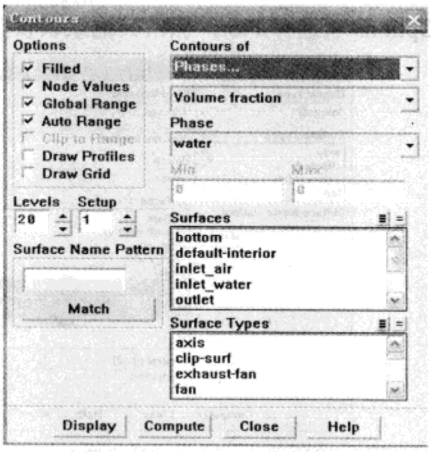


图 2-3-27　绘制云图设置对话框

① 在 Options 项选择 Filled。
② 在 Contours of 下拉列表中选择 Phases…和 Volume fraction。
③ Phase 项确认为 water。
④ 保留其他默认设置，点击 Display 按钮，得到初始水气分布云图如图 2-3-28 所示。
图中蓝色表示空气，红色表示水。

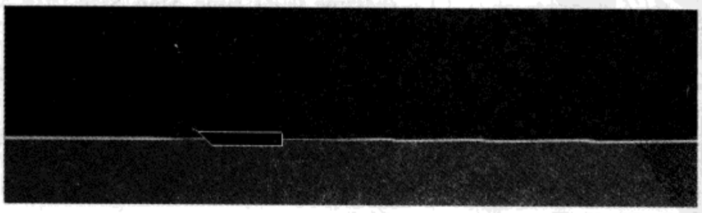


图 2-3-28　初始水气分布云图

11. 查看船体的初始湿面积

点击 Report→Surface Integrals…，打开表面统计对话框，如图 2-3-29 所示。

（1）在 Report Type 下拉列表中选择 Integral。

（2）在 Field Variable 下拉列表中选择 Phases…。

（3）在 Phase 下拉列表中选择 water。

（4）在 Surfaces 项选择 ship、plate 和 plate-shadow。

（5）点击 Compute 按钮，在 Integral 下显示计算值 12.413 23。

分析：考虑到软件默认船体宽为 1 m，故初始时刻船体的湿面积计算方法如下：

$$A_0=(L+h+\sqrt{2}h)\times1=10+(1+\sqrt{2})\times1=12.414\ \mathrm{m}^2$$

Fluent 统计出的数据 12.413 23 与此有一点误差，这是由于网格计算和舍入误差引起的，可以忽略。

12. 设置残差监视器

点击 Solve→Monitors→Residual…，打开残差监测设置对话框，如图 2-3-30 所示，在 Options 项选择 Plot，保留其他默认设置，点击 OK。

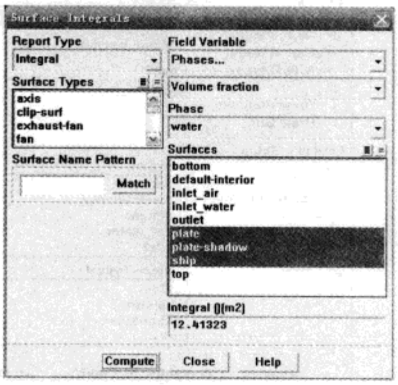


图 2-3-29　表面统计设置对话框

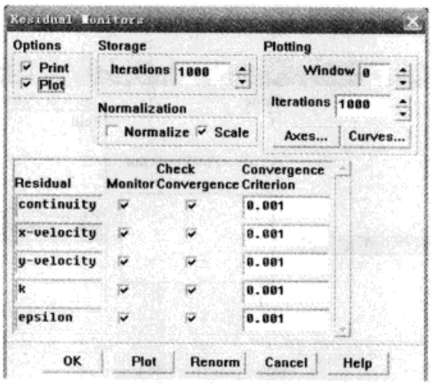


图 2-3-30　残差监测设置对话框

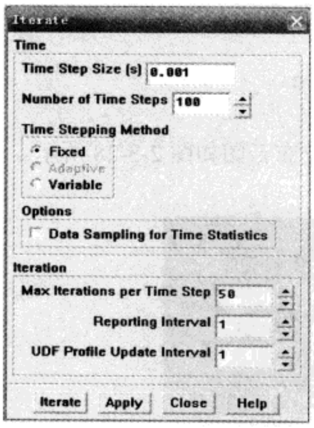


图 2-3-31　迭代计算设置对话框

13. 求解计算

首先进行 100 个时间间隔的迭代计算，每个时间间隔为 0.001 秒，共 0.1 秒的时间。

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框，如图 2-3-31 所示。

（1）在 Time 项的 Time Step Size 项填入 0.001（时间间隔为 0.001 秒）。

（2）在 Time 项的 Number of Time Steps 项填入 100（100 个时间间隔）。

（3）在 Iteration 项的 Max Iterations per Time Step 设置为 50（每个时间间隔内最多迭代 50 次，若在 50 次以内残差收敛，则在收敛后马上进入下一个时间间隔的计算）。

（4）保留其他默认设置，点击 Iterate 按钮，开始进行计算。

100 个时间间隔的残差监测曲线如图 2-3-32 所示。

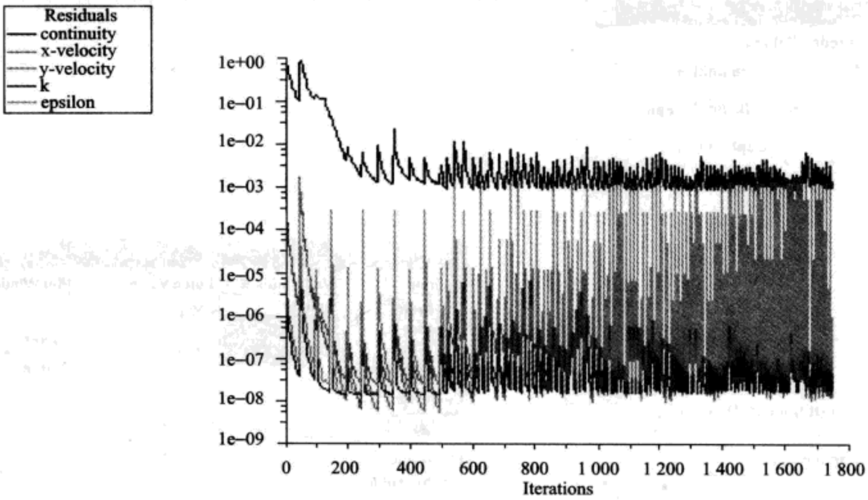


图 2-3-32　残差监测曲线

（5）保存 Case 和 Data 文件，文件名为 ship_2d_5m。

点击 File→Write→Case&Data…。

（6）点击 File→Write→Autosave…，打开自动保存数据对话框，如图 2-3-33 所示。

① 保持 Autosave Case File Frequency 项为 0。

② 在 Autosave Data File Frequency 项填入 500。

③ 保留其他默认设置，点击 OK。

每隔 500 个时间间隔（0.5 s）保存一次数据文件。

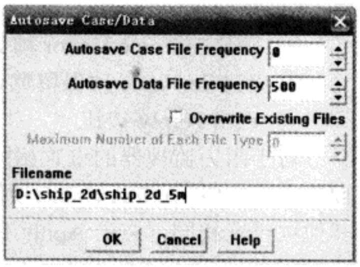


图 2-3-33　自动保存对话框

14. 设置升、阻力监视器

（1）设置参考参数。

点击 Report→Reference Values…，打开参考值设置对话框，如图 2-3-34 所示。

① 在 Compute From 下拉列表中，选择 inlet_water。

② 确认 Reference Values 下 Density 为 1 000；Velocity 为 5。

③ 点击 OK 按钮。

➘ 注：这一步操作是为升、阻力系数设置流体密度、流速等参数。

（2）取消残差监视器

在残差监视器设置对话框中的 Options 项，不选 Plot；点击 OK 按钮。

（3）启动升、阻力监视器。

点击 Solve→Monitors→Force…，打开受力监测设置对话框，如图 2-3-35 所示。

① 在 Coefficient 下拉列表中选择 Lift（升力）。

② 在 Options 项选择 Print，Plot 和 Write。

③ 在 Wall Zones 项选择 ship，plate 和 plate-shadow。

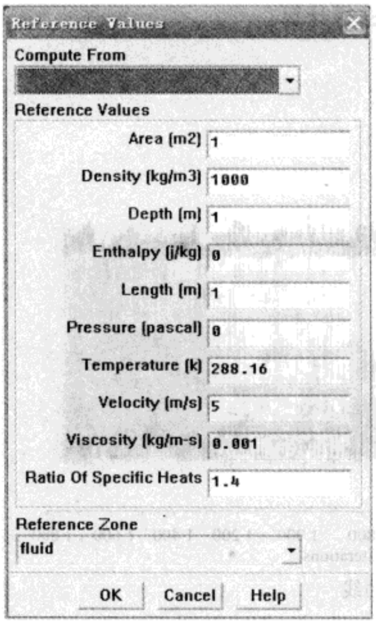


图 2-3-34　参考值设置对话框

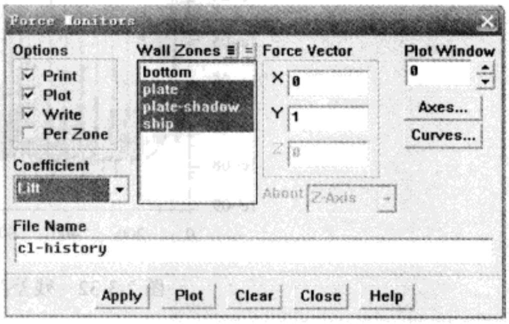


图 2-3-35　受力监测设置对话框

④ 确认在 Force Vector 项 X=0，Y=1。

⑤ 在 File Name 项保留默认存储文件名 cl-history。

⑥ 点击 Apply 按钮。

对于阻力监视器的设置相同，在 Coefficient 下拉列表中选择 Drag；确认在 Force Vector 项 X=1，Y=0；在 File Name 项保留默认存储文件名 cd-history；确认在 Plot Window 下为 1；其他项设置相同，点击 Apply 按钮，点击 Close 按钮，关闭对话框。

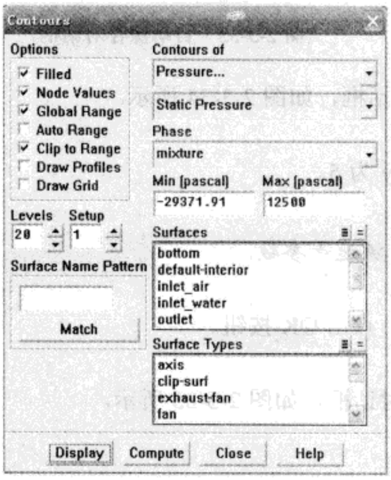


图 2-3-36　参数分布图设置对话框

15. 继续再进行 400 个时间间隔的计算

计算的时间为 $t = 500 \times 0.001 = 0.5\text{ s}$，计算结果如下。

（1）船体附近的压强分布。

点击 Display→Contours…，打开绘制参数分布图设置对话框，如图 2-3-36 所示。

① 在 Contours of 项选择 Pressure… 和 Static Pressure。

② 在 Options 下选择 Filled，不选 Auto Range。

③ 在 Min 项输入–29 371.91；在 Max 项输入 12 500。

④ 保留其他默认设置，点击 Display 按钮。

注：船体驻点处压强约为 $p = \dfrac{1}{2}\rho V^2 = 0.5 \times 1\,000 \times 25 = 12\,500\text{ Pa}$。

船体附近的压力分布云图如图 2-3-37 所示。

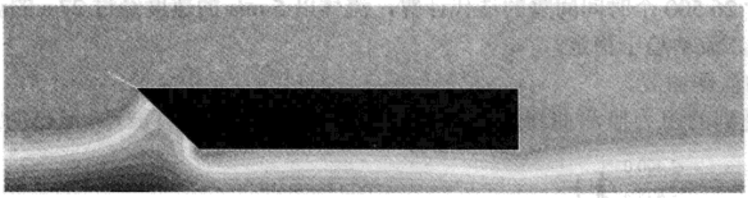


图 2-3-37　船体附近压力分布云图

（2）船体附近的水气分布。

在 Contours of 项选择 Phases…和 Volume Fraction；在 Phase 项选择 water；点击 Display 按钮，得到水气分布云图如图 2-3-38 所示。

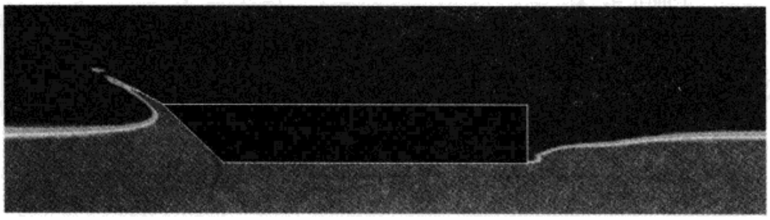


图 2-3-38　船体附近水气分布云图

（3）船体附近的速度矢量图。

点击 Display→Vectors…，打开速度矢量绘制对话框如图 2-3-39 所示。

① 在 Style 项选择 arrow。

② 在 Scale 项输入 5（放大 5 倍）。

③ 在 Skip 项输入 2。

④ 保留其他默认设置，点击 Display 按钮。

速度矢量图如图 2-3-40 所示。

注意到在压浪板处，水流有沿板向上的流动，说明流动还没有达到稳定状态，需要继续迭代计算。

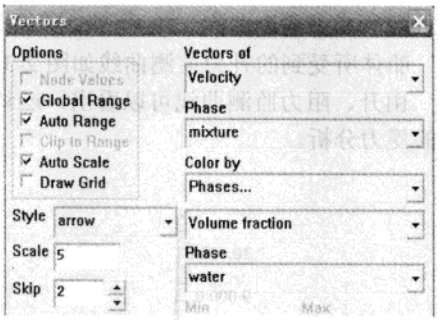


图 2-3-39　速度矢量图设置对话框

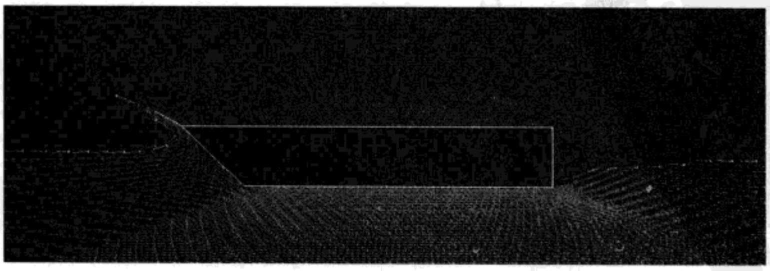


图 2-3-40　船体附近速度矢量图

16. 继续进行迭代计算

继续进行 26 500 个时间间隔的迭代计算，流体以 5 m/s 的速度经过 27 s 的流动，流过了 135 m 的距离，流动趋于稳定。

（1）阻力监测曲线。

船体所受到的阻力监测曲线如图 2-3-41 所示。船体阻力稍有波动，但已明显趋于稳定。

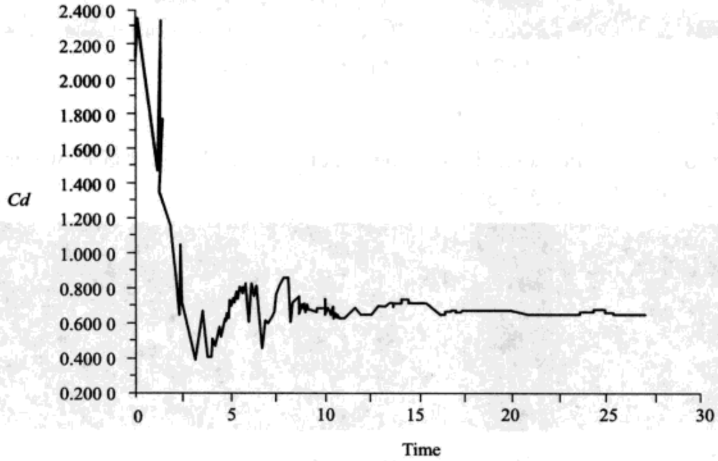


图 2-3-41　船体阻力监测曲线图

（2）升力监测曲线。

船体所受到的升力监测曲线如图 2-3-42 所示。

由升、阻力监测曲线可以看出，船体的受力趋于稳定状态，利用此计算结果可以进行船体的受力分析。

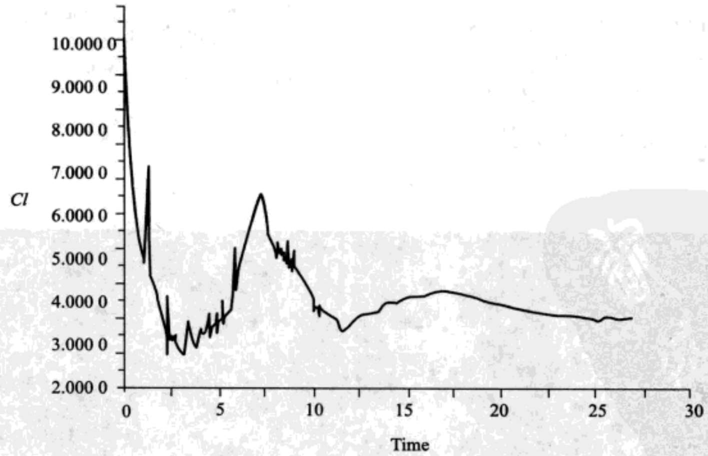


图 2-3-42　船体升力监测曲线图

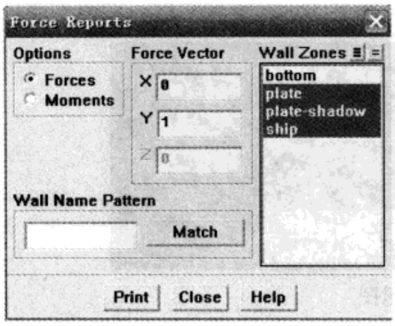


图 2-3-43　升力报告对话框

（3）升力报告。

点击 Report→Forces…，打开升力报告对话框，如图 2-3-43 所示。

① 在 Options 项选择 Forces。

② 在 Force Vector 项，$x=0$，$y=1$（沿 y 方向）。

③ 在 Wall Zones 项选择 plate，plate-shadow 和 ship。

④ 点击 Print 按钮，结果如图 2-3-44 所示。

图 2-3-44 显示，压差升力为 45 757.472 N，黏性升力为–44.949 54 N，船体的总升力为 45 712.522 N。

Force vector:(010)

zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	–6 826.111 8	–0.006 280 607 5	–6 826.118 1
plate-shadow	6 842.274 9	–0.089 755 312	6 842.185 1
ship	45 741.309	–44.853 504	45 696.455
net	45 757.472	–44.949 54	45 712.522

图 2-3-44　船体升力信息

（4）分布云图。

① 水气分布云图如图 2-3-45 所示。

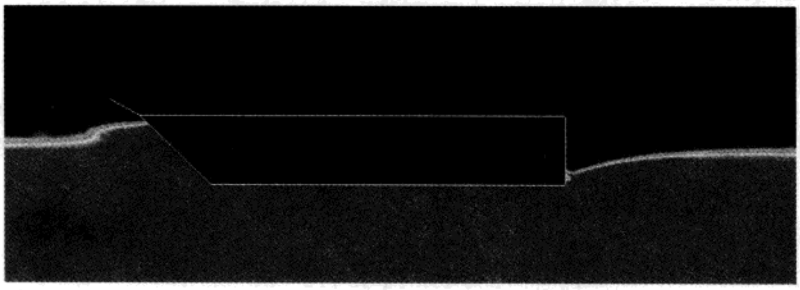


图 2-3-45　船体附近水气分布云图

② 压力分布云图如图 2-3-46 所示。

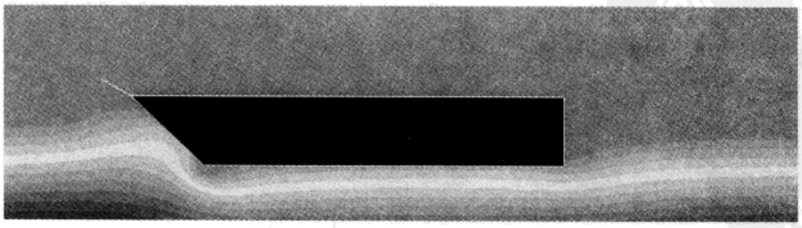


图 2-3-46　船体附近压力分布云图

③ 速度矢量图如图 2-3-47 所示。

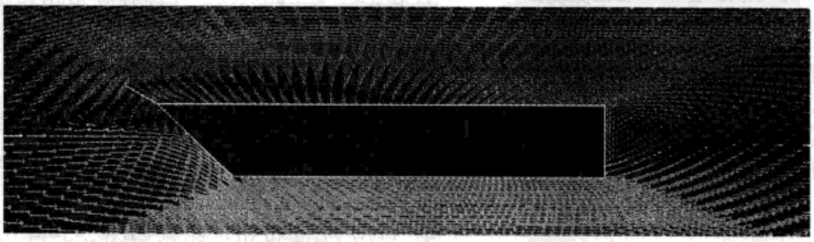


图 2-3-47　船体附近速度矢量图

从以上流动参数分布云图以及速度矢量图可以明显看出，流动已经基本达到稳定状态。以上的计算为首次（水线为 1.0 m）的计算结果，在当前文件夹下建立名为 1.0 的文件夹，将以上的计算结果保存在此文件夹内，再将.dbs 文件复制到当前文件夹 ship_2d 下，用于重新建模。

第 6 步：第一次调整水线

1. 问题分析

在行驶过程中，船体所受到的力既有水对其的浮力，又有水流和气流对其产生的阻力和动升力。水对船体产生的动升力又会使船舶产生向上的运动，同时由于自由表面的变化，又会使浮力发生变化，故水线还需进行调整。

水线调整的原则：船体的浮力+动升力=船体的质量。

（1）初始情况船体湿面积约为 $A = 12.41\ \text{m}^2$，静水浮力为

$F_f = \lambda G = 0.6G = 0.6 \times 17.5 \times 9.81 \times 10^3 = 10.5 \times 9.81 \times 10^3\ \text{N}$。

（2）流动达到稳定状态时刻的情况。

此时的动升力为 $F_d = 45.712\,5\ \text{kN}$，船体湿面积约为 $A = 12.775\ \text{m}^2$。

分析：船体的湿面积几乎没有改变，从 Fluent 软件统计数据看，约增加了 2.9%，几乎可以忽略，即船体的静浮力基本没变，但此时增加了动升力。由船体受力平衡的原则，应有

$$F_f + F_d = G$$

但此时

$$F_f + F_d = 10\,500 \times 9.81 + 45\,712 = 148\,717\ \text{N}$$
$$G = 17\,500 \times 9.81 = 171\,675\ \text{N}$$
$$\Delta F = G - (F_f + F_d) = 22\,958\text{N} = 22.958\ \text{kN}$$

由于 $F_f + F_d < G$，必然使船体有所下降，或水线有所上升。

船体排水体积 V_p 与水线 h 的关系如下：

$$V_p = Lh + \frac{1}{2}h^2$$

水线 h 上升 Δh 将使排水体积增大 ΔV_p，则有

$$\Delta V_p = (L + h)\Delta h + \frac{1}{2}(\Delta h)^2$$

若将相差力 ΔF 的 60%转换为浮力的增大，即 $\rho g\Delta V_p=\lambda\Delta F=0.6\Delta F$ ，则应有

$$\Delta h=\sqrt{(L+h)^2+\frac{2\lambda\Delta F}{\rho g}}\pm(L+h)=$$
$$\sqrt{(L+h)^2+\frac{2\lambda\Delta F}{\rho g}}-(L+h)=0.127\ \text{m}$$

即水线应上升 0.127 m。

当 $\Delta F>0$ 时，式中 $\pm$ 取“+”，当 $\Delta F<0$ 时，式中 $\pm$ 取“−”。

水线上升 0.127 m 后，水线变为 $h=1.127$ m，船体的排水体积增大了

$$\Delta V_p=(L+h)\Delta h+\frac{1}{2}(\Delta h)^2=1.405\ \text{m}^3$$

变为

$$V_p=Lh+\frac{1}{2}h^2+\Delta V_p=11.905\ \text{m}^3$$

水对船体的静浮力为 $\rho gV_p=116.789$ kN 。另外，由于船重为 17.5×9.81 kN ，故所需要的动升力为

$$F_d=G-F_f=17.5\times9.81-116.789=54.886\ \text{kN}$$

若计算结果得到的动升力恰好等于所需的值，则船体处于平衡状态，计算结束，否则还需要进一步调整。

2. *根据水线调整量重新建模*

（1）启动 Gambit，读入 ship_2d 下的文件 ship_2d.dbs。

（2）删除 face.8 的网格和面。

（3）用 Copy 命令将 *h* 点向上移动 0.127 m，新创建的点命名为 *h'*。

（4）连接线段 *gh'* 和 *h'i*。

（5）重新创建面 face.8。

（6）用 Map 方法对 face.8 创建网格。

（7）重新定义 inlet_air（包括 *gh'* 线段）和 inlet_water（包括 *h'i* 线段）边界。

（8）输出网格文件 d:\ship_2d\ship_2d.msh 并保存 dbs 等文件。

3. *启动 Fluent-2d，重新计算*

（1）读入网格文件 d:\ship_2d\ship_2d.msh。

（2）空气的初始空间定义如图 2-3-48 所示。

注意：此时的 Y Min 较前面的设置有变化。

点击 Mark 按钮后 Fluent 工作窗口显示：18749 cells marked for refinement。

（3）求解参数等设置与前面相同。

（4）流场初始化及空气区域初始化后，检查一下船体的湿面积为 $A=12.715\ \text{m}^2$ 。

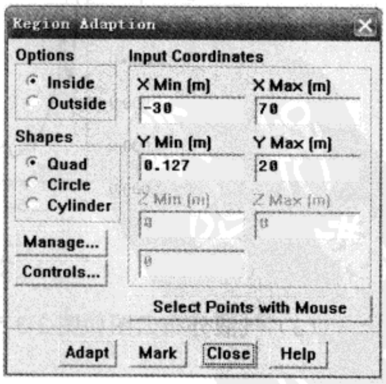


图 2-3-48 区域设置对话框

（5）重新进行 24 s 时间的计算。

流动时间 24 s 相当于 24 000 个时间间隔为 0.001 的迭代计算过程，设每个时间间隔内的最大迭代次数为 50 次。

4. 计算结果

经过较为漫长的计算过程，注意到升、阻力曲线已经渐趋稳定，变化已经不大，计算结果大致可以认可了。计算过程的升、阻力监测曲线如下。

（1）阻力监测曲线如图 2-3-49 所示。

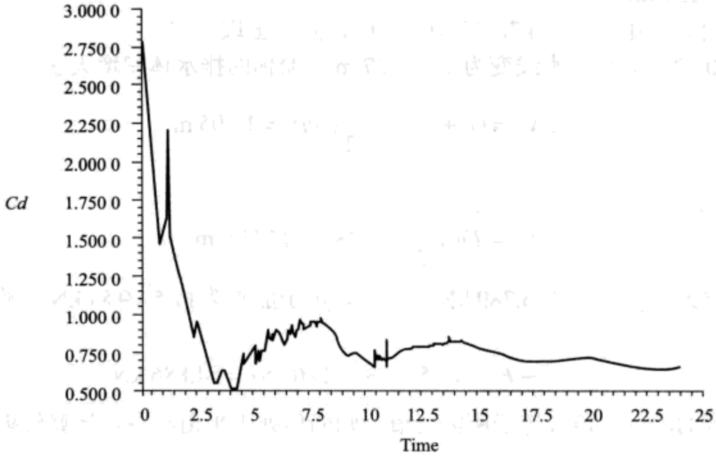


图 2-3-49　船体阻力监测曲线

（2）升力监测曲线如图 2-3-50 所示。

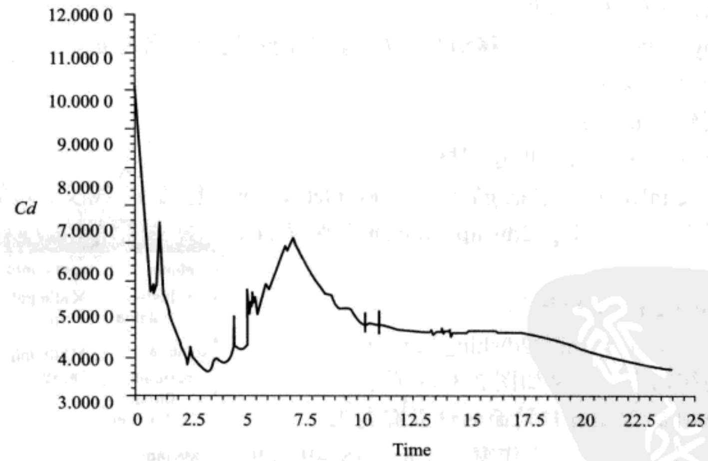


图 2-3-50　船体升力监测曲线

（3）气液分布云图如图 2-3-51 所示。

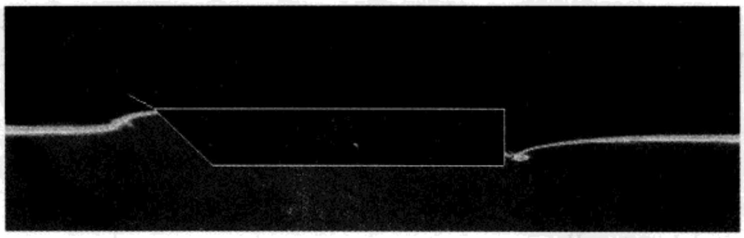


图 2-3-51　船体附近气液分布云图

（4）压力分布云图如图 2-3-52 所示。

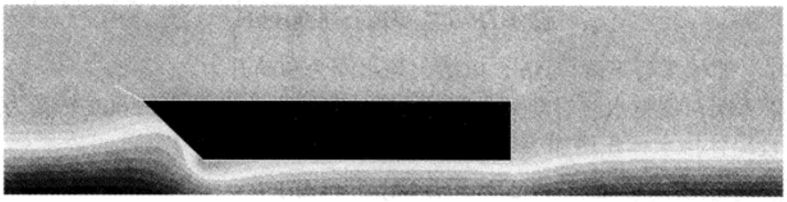


图 2-3-52　船体附近压力分布云图

（5）速度矢量图如图 2-3-53 所示。

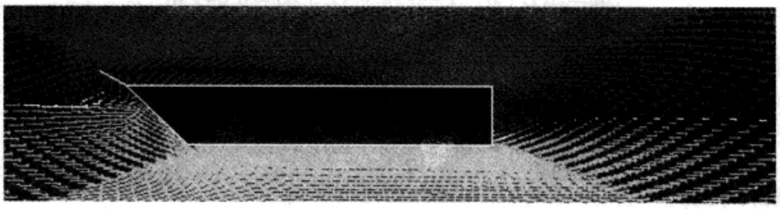


图 2-3-53　船体附近速度矢量图

（6）升力计算值如图 2-3-54 所示。

Force vector:(010)

zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	−6 423.777 8	−0.007 412 581 7	−6 423.785 2
plate-shadow	6 434.462 4	−0.004 257 356 3	6 434.466 7
ship	46 022.539	−48 270 039	45 974.569
net	46 033.224	−48.273 194	45 984.95

图 2-3-54　船体动升力报告

5. 计算结果分析

（1）第一次调整水线后，初始湿面积 $12.715\ m^2$；流动达到稳定状态时船体的湿面积约为 $A = 13.09\ m^2$，比初始湿面积 $12.715\ m^2$ 多了 $0.375\ m^2$，约占 2.9%,可以忽略，即船体的静浮力基本没变。

（2）调整水线后，水线为 $h = 1.127\ m$，增加了 $\Delta h = 0.127\ m$，船体静浮力增加了 13.784 kN；同时船体的动升力为 $F_d = 45.985\ kN$，比调整水线前的动升力 45.712 kN 仅增大了 0.273 kN。

说明调整水线后船体升力增加的来源以静浮力为主，提升水线对船体动升力的增加作用较小。

（3）船体的动升力为 $F_d = 45.985\ \text{kN}$，比希望值 $54.886\ \text{kN}$ 少了 $8.901\ \text{kN}$，还需进一步调整水线。

以上的计算为第一次调整水线后的计算结果，在当前文件夹下建立名为 1.127 的文件夹，将以上的计算结果保存在此文件夹内，再将 dbs 文件复制到当前文件夹 ship_2d 下，用于改变水线后的重新建模。

第 7 步：第二次调整水线

分析：第一次调整水线后，水线为 $h = 1.127\ \text{m}$，静水浮力为 $F_f = 116.789\ \text{kN}$，需要 $54.886\ \text{kN}$ 的动升力。现在计算得动升力为 $F_d = 45.985\ \text{kN}$，比预计少了

$$\Delta F = G - (F_f + F_d) = 8.901\ \text{kN}$$

水线需要上移（船体需要下降）Δh，以增大静水浮力和动升力。

计算结果表明，调整水线对动升力影响较小，可将缺少动升力的 60%转换为静浮力，即设 $\lambda = 0.6$。设船体排水体积增加

$$\Delta V_p = (L + h)\Delta h + (\Delta h)^2$$

则应有 $\lambda \Delta F = \rho g \Delta V_p$，得到

$$\Delta h = \sqrt{(L+h)^2 + \frac{2\lambda \Delta F}{\rho g}} - (L+h) = 0.049\ \text{m}$$

即水线需再上升 0.049 m。

水线再上升 0.049 m 后，水线变为 $h + \Delta h = 1.176\ \text{m}$，船体的排水体积变为

$$V_p = L(h + \Delta h) + \frac{1}{2}(h + \Delta h)^2 = 12.45\ \text{m}^3$$

水对船体的静浮力为

$$F_f = \rho g V_p = 122.149\ \text{kN}$$

船体所需动升力为

$$F_d = G - F_f = 49.526\ \text{kN}$$

若动升力恰好等于 $49.526\ \text{kN}$，则船体达到平衡状态。

1. *启动 Gambit，调整水线，重新建模*

（1）删除 face.8 的网格和面。

（2）用 Copy 命令将 *h* 点（位于−30，0，0）上移 0.176，创建新的点 *h*'。

（3）创建 *gh*'和 *h*'*i* 线段。

（4）创建面 face.8。

（5）对 face.8 重新划分网格。

（6）重新定义入口边界 inlet_air 和 inlet_water。

（7）输出网格文件 d:\ship_2d\ship_2d.msh，保存 dbs 文件。

2. *启动 Fluent-2d，重新计算*

（1）读入网格文件 d:\ship_2d\ship_2d.msh。

（2）Fluent 参数设置同前。

（3）空气初始区域设置如图 2-3-55 所示。

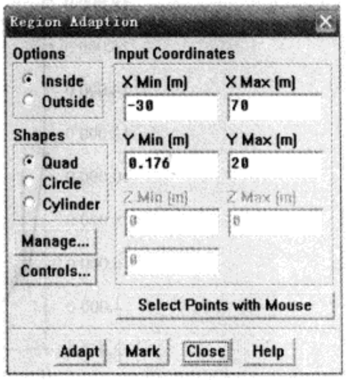


图 2-3-55 区域设置对话框

Fluent 工作窗口显示：18703 cells marked for refinement。

① 船体湿面积统计。流场初始化及空气区域初始化后，检查一下船体的湿面积为

$$A=12.765\ \text{m}^2$$

② 进行 27 秒的流动计算。

时间间隔：0.001 s

最大迭代次数：50

间隔次数：27 000

3. 计算结果与分析

（1）阻力监测曲线如图 2-3-56 所示。

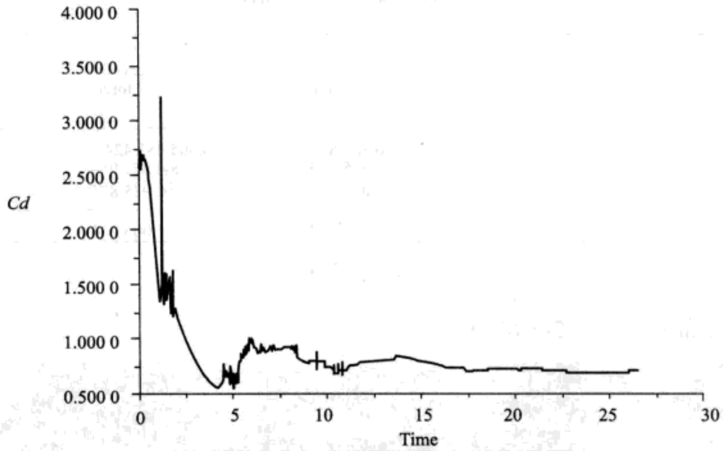


图 2-3-56 船体阻力监测曲线

船体阻力报告如图 2-3-57 所示。

Force vector:(100)

zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	−3 977.998 3	0.009 504 221 4	−3 977.988 8
plate-shadow	3 987.026 9	0.112 356 7	3 987.139 2
ship	8 655.744 1	256.245 97	8 911.990 1
net	8 664.772 7	256.367 83	8 921.140 5

图 2-3-57 船体阻力报告

（2）升力监测曲线如图 2-3-58 所示。

船体升力报告如图 2-3-59 所示。

（3）船体的湿面积。

检查一下船体的湿面积为 $A=13.187\ \text{m}^2$，比计算初始时的 $12.765\ \text{m}^2$ 多了 0.422 m，约多 3.2%。

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

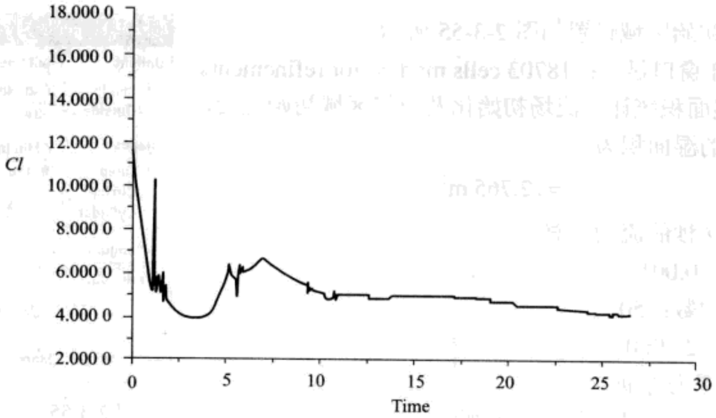


图 2-3-58　船体升力监测曲线

Force vector:(010)

zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	−6 889.892 6	−0.005 487 424 8	−6 889.898 1
plate-shadow	6 905.530 3	−0.064 870 954	6 905.465 4
ship	50 937.855	−50.935 875	50 886.92
net	50 953.493	−51.006 233	50 902.487

图 2-3-59　船体升力报告

（4）压力分布云图如图 2-3-60 所示。

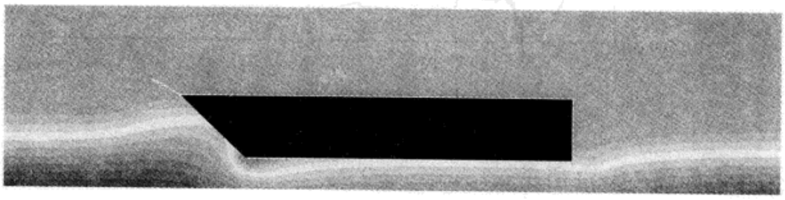


图 2-3-60　船体附近压力分布云图

（5）水气分布云图如图 2-3-61 所示。

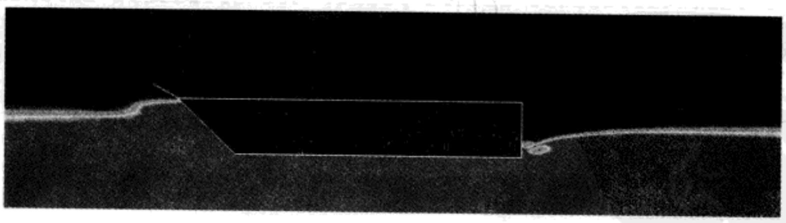


图 2-3-61　船体附近水气分布云图

（6）速度矢量图如图 2-3-62 所示。

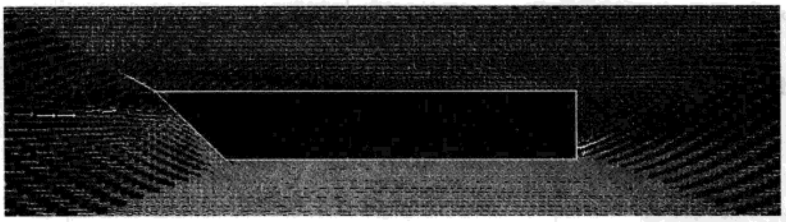


图 2-3-62　船体附近速度矢量图

从以上流动参数分布图可明显看出，流动已经趋于稳定，各项计算结果可以接受。船体的动升力为 50.903 kN，比预计的 49.526 kN 多了 1.377 kN，占船重 171.675 kN 的 0.8%，可以认为计算结束了。船体的阻力为 8.921 kN，需要的推进力应大于此阻力值。

讨论 1：混合网格的计算

一般来说，由于船体外形较为复杂，构造结构化网格会较为麻烦，此时可考虑船体附近区域采用非结构化网格，操作大为简便。

第 1 步：创建工作环境

（1）在 D 盘的 ship_2d 文件夹下建立名为 mix_mesh 的文件夹。

（2）将 1.176 文件夹下的 ship_2d.dbs 文件复制到 mix_mesh 文件夹下。

（3）启动 Gambit 并将工作目录设定为 d:\ship_2d\mix_mesh。

（4）打开文件 ship_2d.dbs。

此时 Gambit 工作窗口显示图形如图 2-3-63 所示。

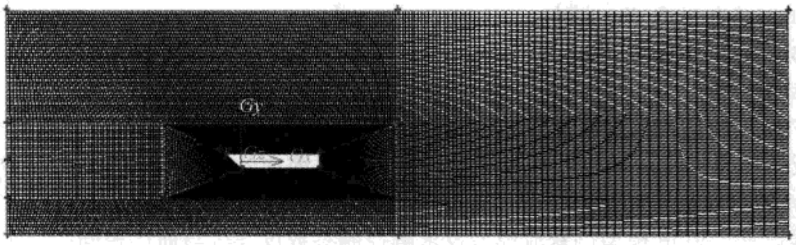


图 2-3-63　船体绕流流场及其网格图

第 2 步：在船体附近小区域构造非结构四边形网格

1. 删除船体附近四个面的网格

点击 Mesh Command Button  → Face Command Button  →Delete Face Meshs ，打开删除面网格对话框，如图 2-3-64 所示。

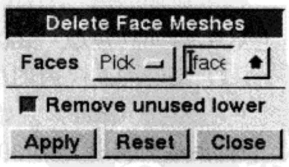


图 2-3-64　删除面网格对话框

① 点击 Faces 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击船体附近四个面的船体边线。

③ 保留其他默认设置，点击 Apply。

2. 用 Pave 方法创建网格

点击 Mesh Command Button →Face Command Button →Mesh Faces ，打开面网格划分对话框，如图 2-3-65 所示。

（1）点击 Faces 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键点击船体附近的面 face.1。

（3）在 Elements 项选择 Quad（四边形网格）。

（4）在 Type 项选择 Pave（不是 Map）。

（5）保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

用相同的方法对船体附近其他三个面进行网格划分，最后网格如图 2-3-66 所示。

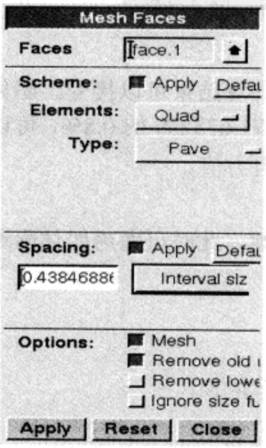


图 2-3-65　面网格划分对话框

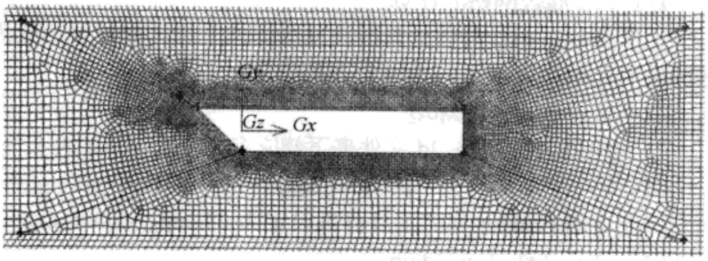


图 2-3-66　船体附近的网格

3. 输出网格并保存 dbs 文件

第 3 步：进行设置并开始计算

1. 启动 Fluent

启动 Fluent-2d，读入网格文件 d:\ship_2d\mix_mesh\ship_2d.mesh；

网格反馈信息指出，网格个数为 24 087 个，较之前面的结构化网格大为减少。

2. 求解器及模型等设置

求解器设置、VOF 模型、紊流模型及求解控制参数设置等与前述相同；

3. 边界条件设置及其他操作

边界条件设置、流场初始化以及流体相的初始化操作均与前述相同。

4. 先进行初步计算

（1）时间间隔：0.001 s。

（2）时间间隔数：100。

（3）每时间间隔内的最大迭代次数：50。

（4）点击 Iterate，开始计算，残差收敛曲线如图 2-3-67 所示。

5. 继续进行总计为 30 s 的计算

（1）关闭残差监视器。

（2）打开升、阻力监视器。

（3）设置好参考值。

（4）开始继续迭代计算。

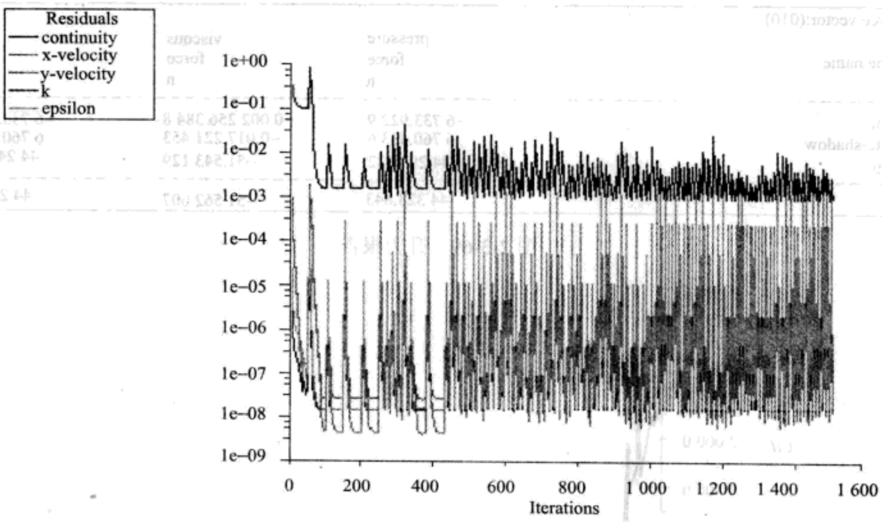


图 2-3-67 残差收敛监测曲线

6. 结果分析

升、阻力监测曲线表明，流场已经基本达到稳定状态。

（1）升力监测曲线如图 2-3-68 所示。

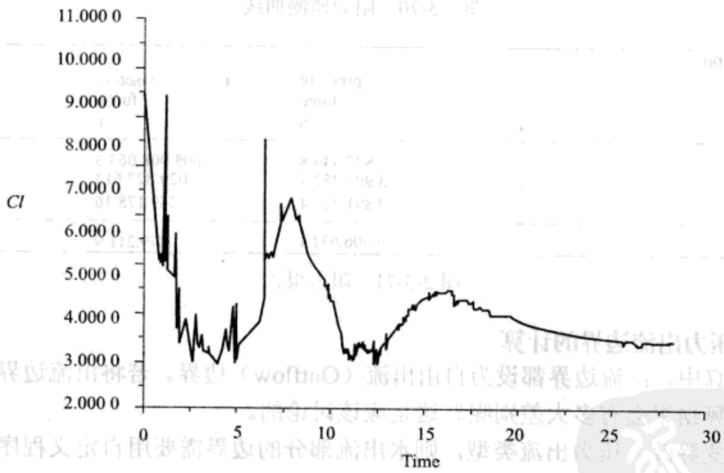


图 2-3-68 升力监测曲线

升力报告如图 2-3-69 所示。

（2）阻力监测曲线如图 2-3-70 所示。

阻力报告如图 2-3-71 所示。

船体的动升力为 44.272 kN，比预计的 49.526 kN 少了 5.254 kN，占船重 171.675 kN 的 3.0%。船体的阻力为 10.155 kN，比前面的结果 8.921 kN 大了 1.134 kN，误差为 13.8%。

Force vector:(010) zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	−6 733.922 9	−0.002 256 384 8	−6 733.925 1
plate-shadow	6 760.433 6	−0.017 221 453	6 760.416 4
ship	44 297.332	−51.543 129	44 245.789
net	44 323.843	−51.562 607	44 272.28

图 2-3-69　升力报告

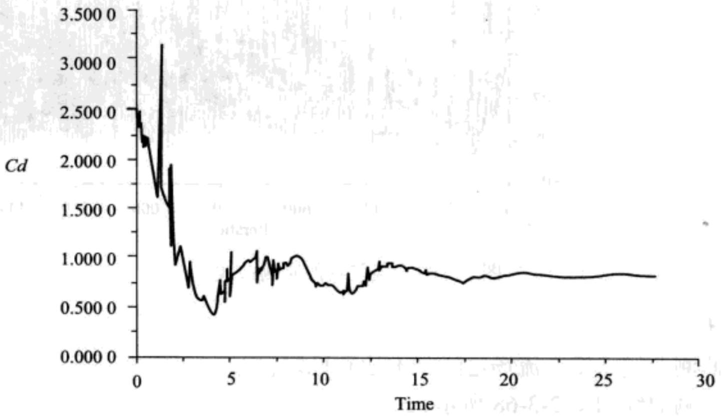


图 2-3-70　阻力监测曲线

Force vector:(100) zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	−3 887.946 8	003 908 063 3	−3 887.942 9
plate-shadow	3 903.252 4	029 827 613	3 903.282 3
ship	9 891.315 4	249.178 16	10 140.494
net	9 906.621 1	249.211 9	10 155.833

图 2-3-71　阻力报告

讨论 2：压力出流边界的计算

前面的计算中，出流边界都设为自由出流（Outflow）边界。若将出流边界改为压力出流边界类型，计算结果会有多大差别呢？这是应该讨论的。

若将出流变界改为压力出流类型，则水出流部分的边界需要用自定义程序确定边界上的压强分布。

第 1 步：创建工作环境

（1）在 D 盘的 ship_2d 文件夹下建立名为 press_out 的文件夹。

（2）将 1.176 文件夹下的 ship_2d.dbs 文件复制到 pre_out 文件夹下。

（3）启动 Gambit 并将工作目录设定为 d:\ship_2d\pre_out。

（4）打开文件 ship_2d.dbs。

此时 Gambit 工作窗口显示图形如图 2-3-72 所示。

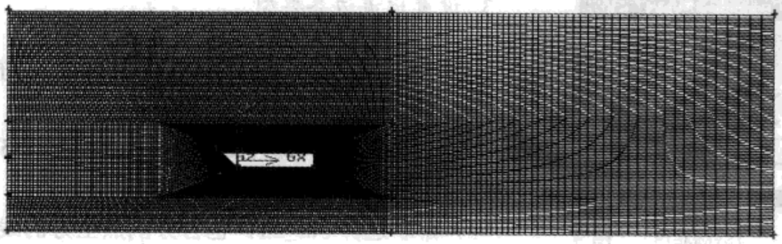


图 2-3-72 船体绕流流场及其网格图

第 2 步：建立压力出流边界计算模型

1. 将出口边界面以水线为界分为上下两部分

将出流边界用水线分割为两段，上边为气体出流，下部为水出流边界。

点击 Geometry Command Button → Edge Command Button → Split/Merge Edges，打开线段分割对话框，如图 2-3-73 所示。

① 在 Edge 右侧，选择出流边界。

② 在 Global 项，*x* 右侧输入 70，*y* 右侧输入 0.176（水线为 1.176 m）。

③ 点击 Apply 按钮。

2. 对含有出流边界部分的面进行网格划分

点击 Mesh Command Button →Face Command Button →Mesh Faces，打开面网格划分对话框，如图 2-3-74 所示。

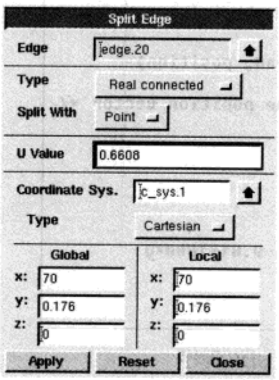


图 2-3-73 线段分割对话框

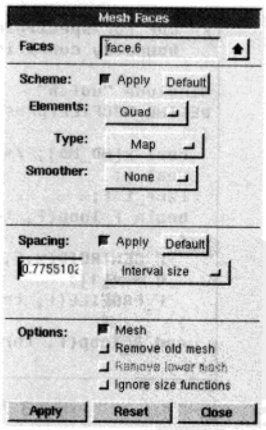


图 2-3-74 面网格划分对话框

① 在 Faces 右侧，选择 face.6；

② 保留其他默认设置，点击 Apply。

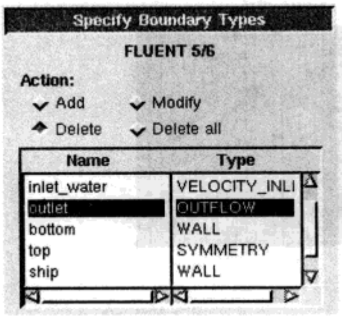


图 2-3-75　边界类型设置对话框

3. 设置出流边界类型

点击 Zones Command Button →Specify Boundary Types，打开边界类型设置对话框，如图 2-3-75 所示。

（1）将原名为 outlet 的边界删除。

（2）命名边界 out_air，包含分割点上方的线段，类型为 Pressure Outlet。

（3）命名边界 out_water，包含分割点下方的线段，类型为 Pressure Outlet。

4. 输出网格文件并保存 dbs 文件

第 3 步：启动 Fluent 进行模拟计算

1. 启动 Fluent

启动 Fluent-2d，读入网格文件 d:\ship_2d\pre_out\ship_2d.mesh。

2. 求解器及其他设置

求解器设置、VOF 模型、紊流模型及求解控制参数设置等与前述相同。

3. 建立 UDF 文件

在当前工作文件夹内建立一个 C 程序文件，文件名为 pressure_out.c。

注：由于出流边界的下部为水流，按照流体静力学理论，这一部分边界上的压强应随着深度成线性增加（$p=\rho gh$），为此需要自编程序进行控制。

（1）编写用于 out_water 边界条件的程序文件。

在当前文件夹下，用记事本或其他编辑工具编写程序，内容如图 2-3-76 所示。命名为 pressure_outlet.c，保存文件。（程序在光盘相应文件夹下）

```
/* UDF for specifying a steady-state pressure profile
   boundary condition */

#include "udf.h"
DEFINE_PROFILE(pressure_profile, thread, position)
{
  real x[ND_ND]; /* this will hold the position vector */
  real y;
  face_t f;
  begin_f_loop(f, thread)
  {
    F_CENTROID(x,f,thread);
    y = x[1];
    F_PROFILE(f, thread, position) = -9.81*1000*y;
  }
  end_f_loop(f, thread)
}
```

图 2-3-76　压力出流边界的 UDF 程序

（2）对上述文件进行编译。

点击 Define→User-Defined→Functions→Interpreted...，打开编译对话框，如图 2-3-77 所示。

① 点击 Browse...按钮，找到当前文件夹下的 pressure_outlet.c 程序文件。

② 保留其他默认设置，点击 Interpret 按钮，开始编译此文件。

4. 设置边界条件

点击 Define→Boundary Conditions...，打开边界条件设置对话框，如图 2-3-78 所示。

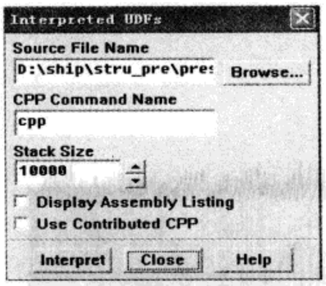


图 2-3-77 UDF 程序编译对话框

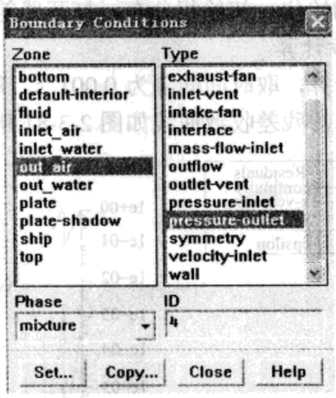


图 2-3-78 边界条件设置对话框

（1）inlet_air、inlet_water 和 bottom 的设置如前所示。

（2）在 Zone 项选择 outt_air，在 Type 项确认为 pressure-outlet（压力出流），在 Phase 项选择 mixture（混合相），点击 Set...：打开混相压力出流设置对话框，保留默认设置，点击 OK 按钮。

（3）在 Phase 下拉列表中选择 air，点击 Set...，打开设置对话框如图 2-3-79 所示。在 Backflow Volume Fraction 项输入 1。（流出的全为气体）

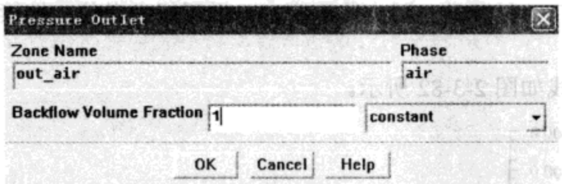


图 2-3-79 压力出流边界设置对话框

（4）在对话框中 Zones 项选择 out_water，点击 Set 按钮，打开对话框如图 2-3-80 所示。

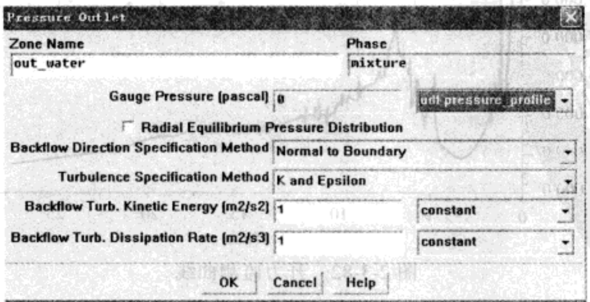


图 2-3-80 压力出流边界设置对话框

① 在 Gauge Pressure 右侧下拉列表中选择 udf pressure_profile。

② 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

5. 设置

流场初始化、初始相分布、打开残差监视器等设置同前。

6. 初步计算

初步计算，取时间间隔为 0.001 s，每个时间间隔内最多迭代 50 次，先进行 100 个时间间隔的计算，残差收敛曲线如图 2-3-81 所示。

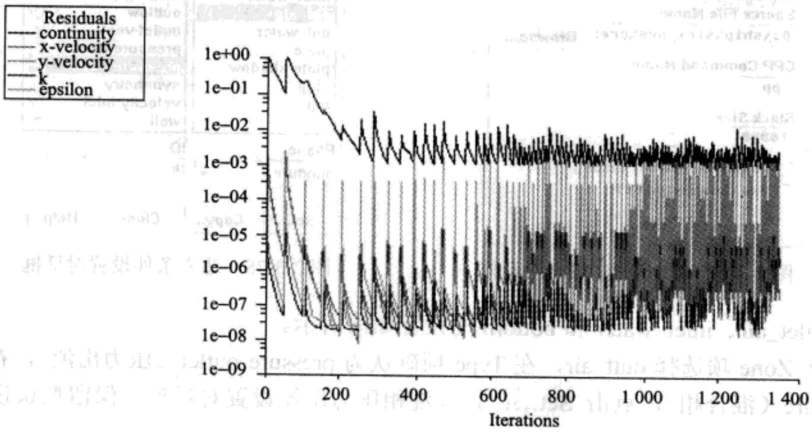


图 2-3-81 残差监测曲线

7. 继续计算

关闭残差监测窗口，打开升、阻力监测窗口，设置好参考值，继续进行合计 27 s 流动时间的迭代计算。

（1）升力监测曲线如图 2-3-82 所示。

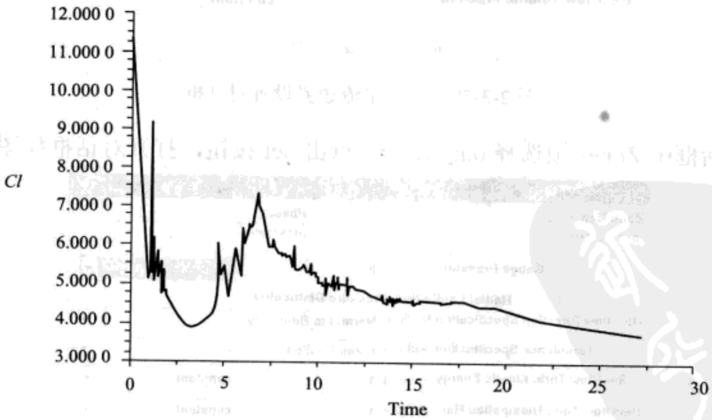


图 2-3-82 升力监测曲线

升力报告如图 2-3-83 所示。

Force vector:(010) zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	4.924 142 8	-0.006 431 296	4.917 711 5
plate-shadow	9.787 695 9	0.005 022 506 7	9.792 718 4
ship	47 019.98	-47.189 865	46 972.791
net	47 034.692	-47.191 274	46 987.501

图 2-3-83 升力报告

（2）阻力监测曲线如图 2-3-84 所示。

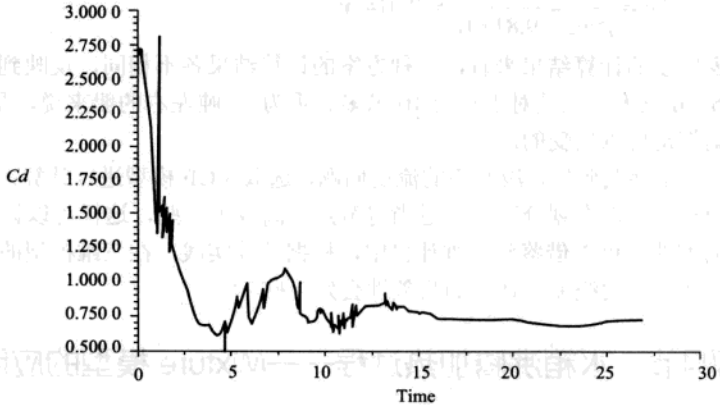


图 2-3-84 阻力监测曲线

阻力报告如图 2-3-85 所示。

Force vector:(100) zone name	pressure force n	viscous force n	total force n
plate	2.843 038 8	0.011 139 005	2.854 177 8
plate-shadow	5.651 095 4	-0.008 698 983 1	5.642 396 4
ship	8 578 982 4	255.175 4	8 834.157 8
net	8 587.476 6	255.177 84	8 842.654 4

图 2-3-85 阻力报告

8. 结果分析

从以上流动参数分布图可明显看出，流动已经趋于稳定。船体的动升力为 46.988 kN，比结构化网格自由出流边界的计算结果 50.903 kN 少了 3.915 kN，误差为计算动升力的 7.7%；船体的阻力为 8.842 kN，比结构化网格自由出流边界的计算结果 8.921 kN 少了 0.079 kN，误差为计算阻力的 0.88%；说明两种出流边界的计算结果大致相当。压力出流边界的计算动升力比预计的 49.526 kN 少了 2.538 kN，误差占船重 171.675 kN 的 1.48%。

总结

（1）本节采用了三种方法对船体航行问题进行了数值模拟计算，计算结果如下表：

	预计升力	结构网格自由出流	误差/%	混合网格自由出流	误差/%	结构网格压力出流	误差/%
升力/kN	49.526	50.903	2.78	44.272	10.6	46.988	5.12
折合船体水线/m		1.377 kN <0.014 m		5.254 kN <0.054 m		2.538 kN <0.026 m	

上表中折合船体水线的计算方法举例如下：

结构网格自由出流方案的计算动升力：50.903 kN

相差的升力：$\Delta F = 50.903 - 49.526 = 1.377$ kN

换算成水线：$\Delta h = \dfrac{\Delta F}{\rho g L} = \dfrac{1.377}{9.81 \times 10} = 0.014$ m

（2）由上表所示的计算结果来看，三种方案的计算结果各不相同，反映到船体水线变化上的误差都在 5 cm 以内，误差对于长为 10 米多、重为 17 吨左右的船来说，是可以接受的，故三种计算方案都是可以接受的。

（3）本节由于是涉及到气、液两相的流动问题，选取 VOF 模型进行计算，故计算时间较长，若感到有困难，可以在划分网格时适当将节点距离取大一些，这样可以计算得快一些。

（4）本节的方法也可以借鉴到三维计算中，根据计算实践，在三维模型的计算中，由于考虑到水流对船体侧向的绕流，计算的收敛性会好一些。

第四节　水箱沸腾加热过程——Mixture 模型的应用

本节利用多相流混合模型，针对水箱内的水在沸腾临界点的加热过程进行模拟计算。本节并不想过多解释所使用多相流模型的流体力学问题，而把重点放在模型的应用上。

问题描述

求解的问题如图 2-4-1 所示。初始时刻，水箱中包含有水（作为基本相），其温度接近沸点（372 K）。容器底部固壁中心区域的温度比沸腾温度高，为 573 K。由于热传导的原因，贴近底部固壁附近流体的温度逐渐增加并超过饱和温度（373 K），从而生成了蒸汽泡；由于浮力的原因，蒸汽泡上升，从而形成一群蒸汽泡上升和蒸汽从顶部脱离液体的状态，使水在容器中流动起来。

对于 Fluent 软件中多相流动的混合模型，目前还不能解决在不同相之间的质量传输问题。因此，需要使用自定义函数（UDF）来定义从液体相到蒸汽相的质量传输问题。为此，一方面在蒸汽连续性方程中定义质量吸收项；另一方面在液体连续性方程中定义了等价的质量源项。

第 1 步：启动 Gambit

1. 创建文件夹

在 D 盘上创建一个文件夹，名为 boil。

2. 启动 Gambit

双击桌面上的 Gambit 图标，启动 Gambit，如图 2-4-2 所示。



图 2-4-1　沸腾加热过程示意图

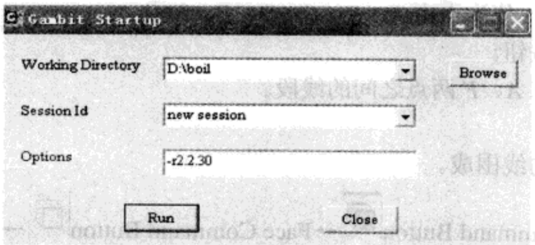


图 2-4-2 Gambit 启动对话框

（1）在 Working Directory 右侧栏内填入工作目录：D:\boil。

（2）点击 Run 按钮。

3. 创建新文件 boil

点击主菜单 File→new…，创建新文件，命名为 boil。

第 2 步：创建流动区域

1. 建立边界线的交点

为确定水箱的几何轮廓，我们先建立交点的坐标，再利用 Gambit 将这些点连起来，并创建为一条边线，构成水箱的轮廓线。

点击 Geometry Command Button → Vertex Command Button →Create Vertex ，打开创建点设置对话框，如图 2-4-3 所示。

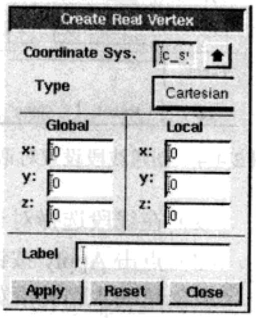


图 2-4-3 创建点设置对话框

（1）在 Global 下，设 x=0，y=0，z=0。

（2）点击 Apply 按钮。

创建好 *A* 点后，按照同样的方法创建 *B*、*C*、*D*、*E*、*F* 点，各点的坐标如下：

	x	*y*	*z*
A	0	0	0
B	5	0	0
C	15	0	0
D	20	0	0
E	20	50	0
F	0	50	0

2. 由交点建立边线

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Create Edge ，打开线段设置对话框，如图 2-4-4 所示。

（1）点击 Vertices 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键，依次点击 *A*、*B*、*C*、*D*、*E*、*F* 点。

（3）点击 Apply 按钮。

用同样的方法建立 *A*、*F* 两点之间的线段。

3. 由边线创建面

面必须是由封闭的线围成。

点击 Geometry Command Button → Face Command Button → Form Face，打开创建面设置对话框，如图 2-4-5 所示。

（1）点击 Edges 右侧箭头，打开线段选择对话框如图 2-4-6 所示。

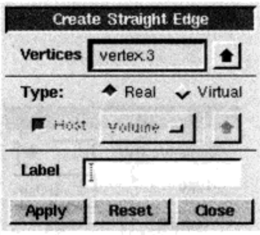


图 2-4-4　创建线段设置对话框

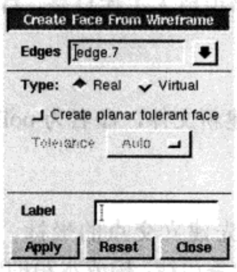


图 2-4-5　创建面设置对话框

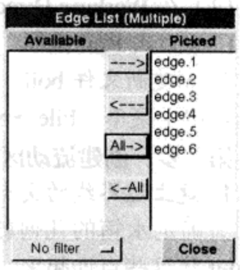


图 2-4-6　线段选择对话框

（2）在线段选择对话框中，点击 All->，点击 Close 按钮。

（3）点击 Apply 按钮。

所创建的水箱轮廓如图 2-4-7 所示。

4. 为线段划分网格

点击 Mesh Command Button → Edge Command Button → Mesh Edges，打开线网格划分对话框，如图 2-4-8 所示。

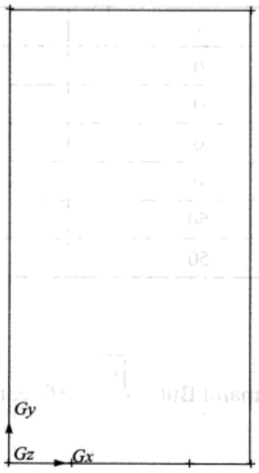


图 2-4-7　水箱轮廓图

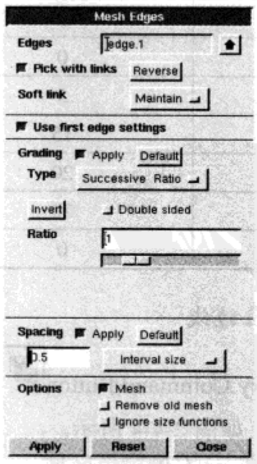


图 2-4-8　线网格划分对话框

（1）为 *AB*、*BC*、*CD*、*EF* 线段设置节点分布。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击 *AB*、*BC*、*CD* 线段（线段将改变颜色，并显示一个箭头）。

③ 在 Spacing 项选择 Interval Size，输入 0.5。

④ 点击 Apply。

（2）为 *AF* 边划分网格。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键，点击 *AF* 线段。

③ 在 Ratio 项输入 1.0。

④ 在 Spacing 项选择 Interval Count 并输入节点个数：100。

⑤ 点击 Apply。

5. 对面进行网格划分

点击 Mesh Command Button→Face Command Button→Mesh Faces，打开面网格划分对话框，如图 2-4-9 所示。

（1）点击 Faces 右侧黄色区域。

（2）按住 Shift 键，点击面的边线。

（3）保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

流域网格如图 2-4-10 所示。

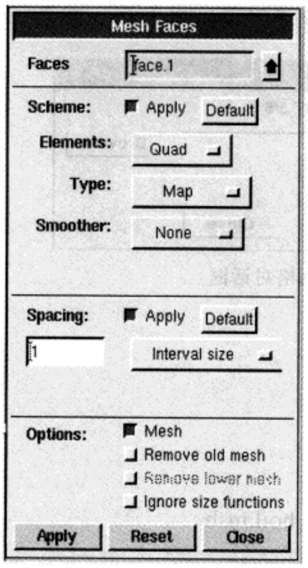


图 2-4-9　面网格划分对话框

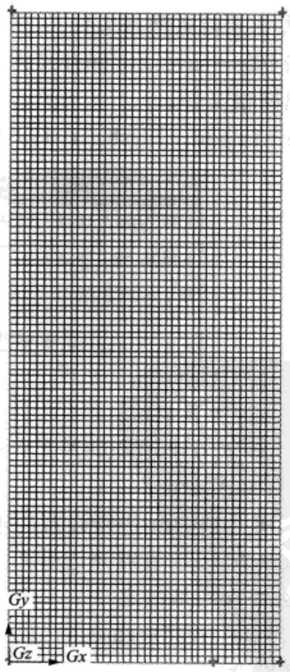


图 2-4-10　流域网格

6. 定义边界类型

点击 Zones Command Button → Specify Boundary Types，打开边界类型设置对话框，如图 2-4-11 所示。

（1）在 Name 项输入边界名称 poutlet。

（2）在 Type 项确定为 Pressure_outlet。

（3）在 Entity 下，选择 Edges。

（4）点击右侧黄色区域。

（5）按住 Shift 键，点击 *EF* 边线。

（6）点击 Apply。

用类似的方法，分别定义边界如下表。

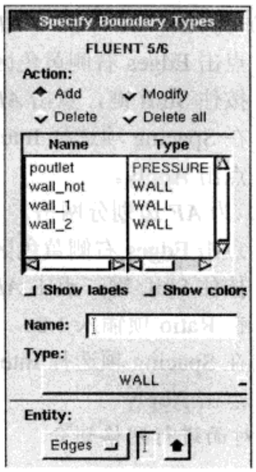


图 2-4-11　边界类型设置

Name	Edges	Type
poutlet	EF	PRESSURE_OUTLET
Wall_hot	BC	WALL
Wall_1	AB，CD	WALL
Wall_2	AF，DE	WALL

7. 保存文件并输出网格文件

（1）点击 File→save...，保存文件。

（2）输出网格文件。

点击 File→Export→Mesh...，打开输出网格对话框，如图 2-4-12 所示。

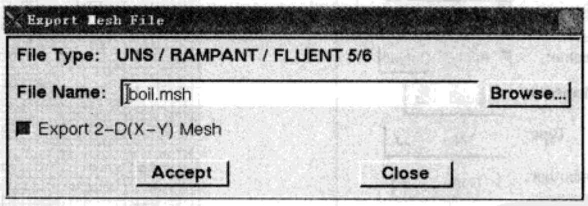


图 2-4-12　输出网格对话框

① 选中下面的 Export 2-D(X-Y)Mesh。

② 点击下面 Accept。

第 3 步：利用 Fluent 进行设置与求解

启动 Fluent/2ddp 求解器并进行如下的设置。

1. 网格检查及网格信息

（1）点击 File→read→case...，读入网格文件 boil.msh

（2）网格检查。

点击 Grid→check…，网格检查反馈信息，如图 2-4-13 所示。

```
Grid Check

 Domain Extents:
   x-coordinate: min (m) = 0.000000e+000, max (m) = 2.000000e+001
   y-coordinate: min (m) = 0.000000e+000, max (m) = 5.000000e+001
 Volume statistics:
   minimum volume (m3): 2.500000e-001
   maximum volume (m3): 2.500000e-001
     total volume (m3): 1.000000e+003
 Face area statistics:
   minimum face area (m2): 5.000000e-001
   maximum face area (m2): 5.000000e-001
 Checking number of nodes per cell.
 Checking number of faces per cell.
 Checking thread pointers.
 Checking number of cells per face.
 Checking face cells.
 Checking bridge faces.
 Checking right-handed cells.
 Checking face handedness.
 Checking element type consistency.
 Checking boundary types:
 Checking face pairs.
 Checking periodic boundaries.
 Checking node count.
 Checking nosolve cell count.
 Checking nosolve face count.
 Checking face children.
 Checking cell children.
 Checking storage.
Done.
```

图 2-4-13 网格检查反馈信息

（3）网格信息。

点击 Grid→Info→size，网格信息如图 2-4-14 所示。

Grid Size

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	4000	8140	4141	1

图 2-4-14 网格信息

（4）设置长度单位为 cm。

点击 Grid→Scale…，打开单位设置对话框，如图 2-4-15 所示。

① 点击 Unit Conversion 项下 Grid Was Created In 右侧箭头，选择 cm。

② 点击 Change Length Units。

③ 点击 Scale 按钮，点击 Close。

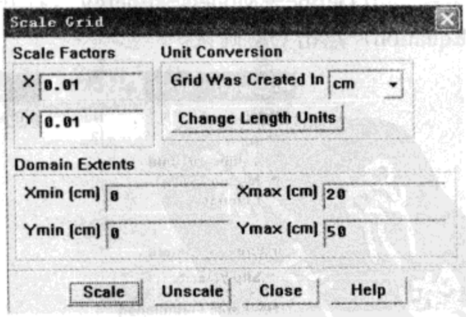


图 2-4-15 单位设置对话框

（5）显示网格。

点击 Display→gride…，流域网格显示结果如图 2-4-16 所示。

2. 求解器设置

（1）选择 2D、非定常（Unsteady）、非耦合（Segregated）求解器。

点击 Define→Models→solver…，打开求解器设置对话框，如图 2-4-17 所示。

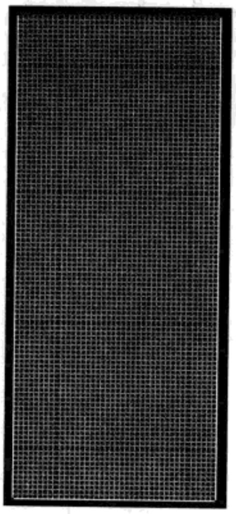


图 2-4-16　流域网格图

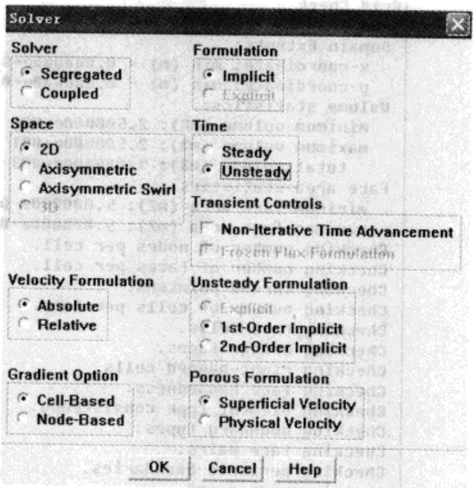


图 2-4-17　求解器设置对话框

① 在 Solver 项选择 Segregated。

② 在 Formulation 项选择 Implicit。

③ 在 Space 项选择 2D。

④ 在 Time 项选择 Unsteady。

⑤ 保留其他默认设置，点击 OK 确认。

（2）选择多相流混合模型。

点击 Define→Models→Multiphase…，打开多相流设置对话框，如图 2-4-18 所示。

① 在 Model 项选择 Mixture；

② 保留其他默认设置，点击 OK 确认。

（3）启动能量方程。

点击 Define→Models→Energy...，打开能量方程设置对话框，如图 2-4-19 所示。选择 Energy Equation，点击 OK 确认。

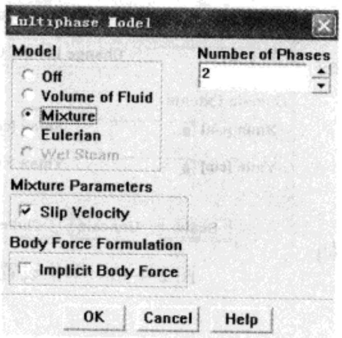


图 2-4-18　多相流设置对话框

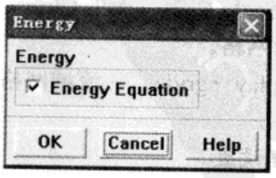


图 2-4-19　启动能量方程

3. 选择流体材料

点击 Define→materials...，打开材料属性对话框，如图 2-4-20 所示。

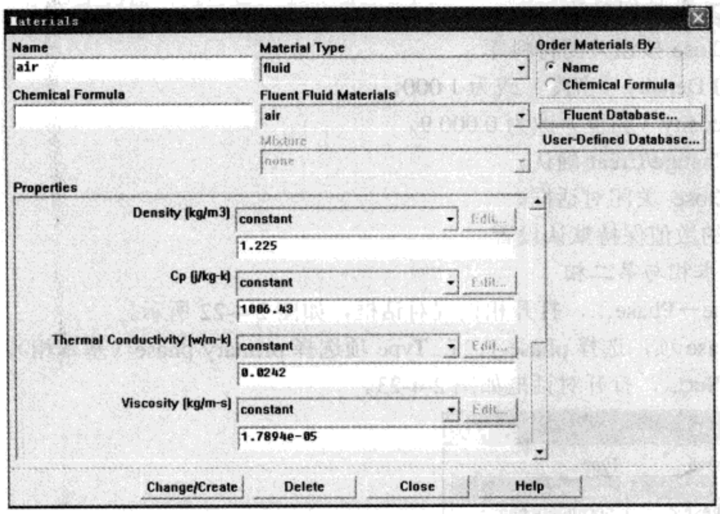


图 2-4-20 材料属性对话框

（1）从资料库中复制水蒸气及其属性。

① 点击 Fluent Database...；打开材料库如图 2-4-21 所示。

② 在 Fluent Fluid Materials 下拉列表中，选择 water vapor[h2o]。

③ 点击 Copy。

④ 点击 Change/Creat 确认。

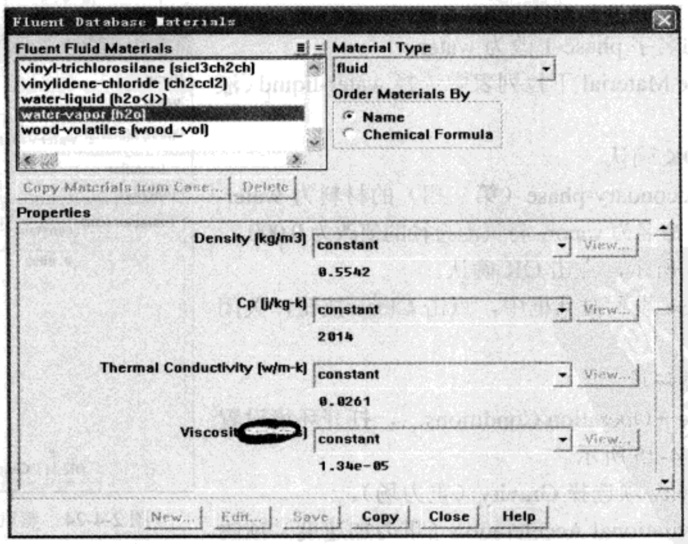


图 2-4-21 材料选择对话框

（2）从资料库中复制液态水及其属性。

① 在 Fluent Fluid Materials 下拉列表中选择 water-liquid [h2o<l>]。

② 点击 Copy 按钮确认。

③ 点击 Close 按钮关闭材料库。

④ 将水的 Density（密度）改为 1 000。

⑤ 将 Viscosity（黏度）改为 0.000 9。

⑥ 点击 Change/Creat 确认。

⑦ 点击 Close 关闭对话框。

其他参数的数值保持默认设置。

4. 定义基本相与第二相

点击 Define→Phase…，打开相设置对话框，如图 2-4-22 所示。

（1）在 Phase 项，选择 phase-1；在 Type 项选择 primary-phase（基本相）。

（2）点击 Set…，打开对话框如图 2-4-23。

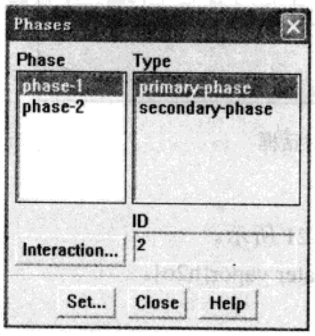


图 2-4-22 流体相设置对话框

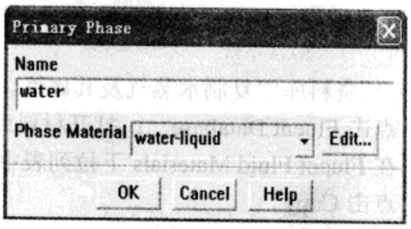


图 2-4-23 基本相设置对话框

（3）把相的名字 phase-1 改为 water。

（4）在 phase Material 下拉列表中选择 water-liquid（液态水）。

（5）点击 OK 确认。

（6）设置 secondary-phase（第二相）的材料为 water-vapor（水蒸气），命名为 vapor；将气泡直径的值改为 0.000 2，设置如图 2-4-24 所示，点击 OK 确认。

（7）在 Phase 设置对话框中，点击 Close 按钮，关闭对话框。

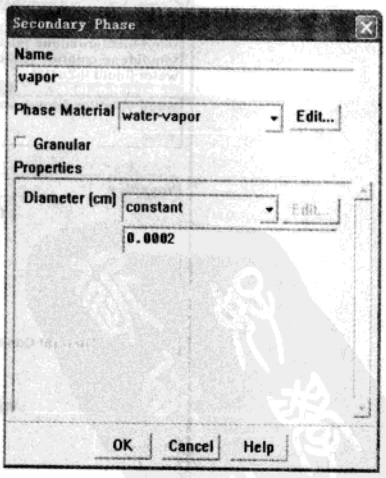


图 2-4-24 蒸汽相设置对话框

5. 设置操作环境

点击 Define→Operation Conditions…，打开环境设置对话框，如图 2-4-25 所示。

（1）在 Gravity 项选择 Gravity（重力场）。

（2）在 Gravitational Acceleration（重力加速度）项的下方 y 的值，输入−9.8。

（3）选择 Specified Operating Density（定义操作介质密度），设置操作密度为蒸汽的密度 0.554 2 kg/m^3；

（4）点击 OK 确认并关闭对话框。

6. 设置边界条件

点击 Define→Boundary Conditions...，打开边界条件设置对话框，如图 2-4-26 所示。

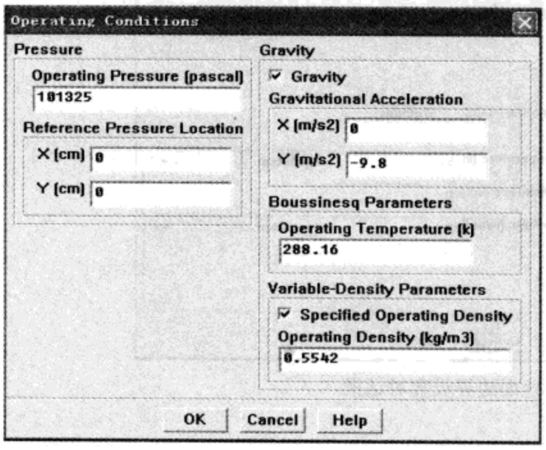


图 2-4-25 操作环境设置对话框

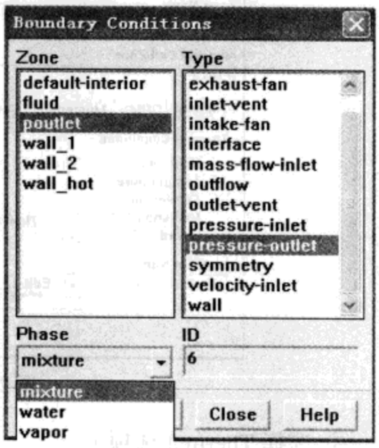


图 2-4-26 边界条件设置对话框

（1）设置 poutlet 边界条件。

① 在 Zone 项下，选择 poutlet；在 Phase 下选择 mixture；点击 Set...；打开压力出流对话框如图 2-4-27 所示。

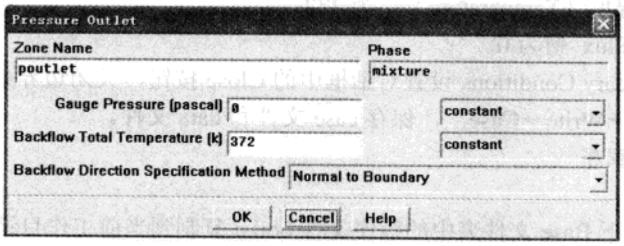


图 2-4-27 压力出流边界设置对话框

② 设置 Gauge Pressure 为 0，设置 Backflow Total Temperature 为 372，点击 OK 确认。

③ 在图 2-4-26 中的 Phase 下选择 vapor。

④ 点击 Set...，打开对话框如图 2-4-28 所示。

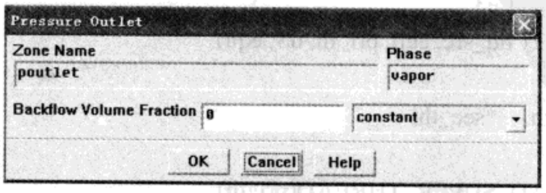


图 2-4-28 压力出流边界设置对话框

⑤ 设置 Backflow Volume Fraction 为 0；点击 OK 确认。

（2）设置 wall-hot 的温度为 573 K。

① 在 Zone 项下，选择 wall-hot。

② 在 Phase 项选择 Mixture 点击 Set…按钮，打开设置对话框如图 2-4-29 所示。

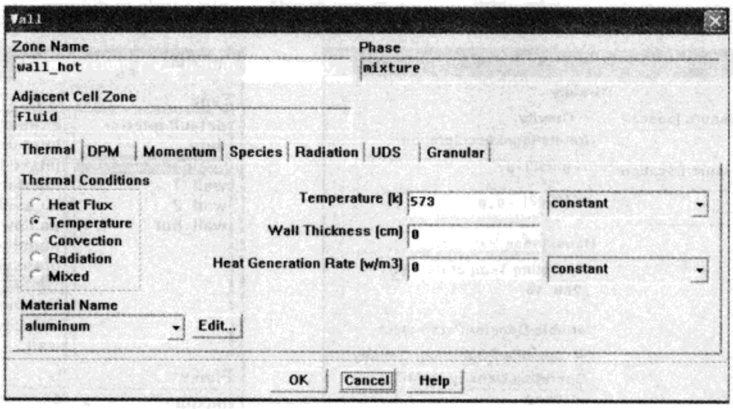


图 2-4-29 壁面边界设置对话框

③ 选择 Thermal 选项卡。

④ 在 Thermal Conditions 项选择 Temperature。

⑤ 在右侧 Temperature 项填入 573。

⑥ 点击下面的 OK 确认。

（3）Wall_1，wall_2 固壁的设置。

① 设置壁面温度（Temperature）值为 372。

② 设置 Heat Flux 值为 0。

③ 点击 Boundary Conditions 设置对话框中的 Close 按钮，关闭边界条件设置对话框。

（4）点击 File→Write→Case…，保存 case 文件和 data 文件。

7. 编译 UDF 程序

（1）复制文件。

将 boil 文件夹下 Base 文件夹中的程序文件 boil.c 复制到当前工作目录中，确认所定义的 C 语言源程序和 Case 文件在同一个目录，此自定义函数的源程序如下：

```
#include "udf.h"
#include "sg_mphase.h"
#define T_SAT 373
#define LAT_HT 1.e3
DEFINE_SOURCE ( liq_src, cell, pri_th, dS, eqn)
{
  Thread *mix_th, *sec_th;
  real m_dot_l;
  mix_th = THREAD_SUPER_THREAD(pri_th);
```

```
    sec_th = THREAD_SUB_THREAD(mix_th, 1);
    if(C_T(cell, mix_th)>=T_SAT)
    {   m_dot_l = -0.1*C_VOF(cell, pri_th)*C_R(cell, pri_th)*
                        fabs(C_T(cell, pri_th) - T_SAT)/T_SAT;
        dS[eqn] = -0.1*C_R(cell, pri_th)*
                        fabs(C_T(cell, pri_th) - T_SAT)/T_SAT;   }
    else
    { m_dot_l = 0.1*C_VOF(cell, sec_th)*C_R(cell, sec_th)*
                        fabs(T_SAT-C_T(cell, mix_th))/T_SAT;
      dS[eqn] = 0.; }
    return m_dot_l;
}

DEFINE_SOURCE(vap_src, cell, sec_th, dS, eqn)
{
    Thread * mix_th, *pri_th;
    real m_dot_v;
    mix_th = THREAD_SUPER_THREAD(sec_th);
    pri_th = THREAD_SUB_THREAD(mix_th, 0);
    if(C_T(cell, mix_th)>=T_SAT)
    {   m_dot_v = 0.1*C_VOF(cell, pri_th)*C_R(cell, pri_th)*
                        fabs(C_T(cell, mix_th) - T_SAT)/T_SAT;
        dS[eqn] = 0.;   }
    else
    {   m_dot_v = -0.1*C_VOF(cell, sec_th)*C_R(cell, sec_th)*
                        fabs(T_SAT-C_T(cell,mix_th))/T_SAT;
        dS[eqn] = -0.1*C_R(cell, sec_th)*
                        fabs(C_T(cell, sec_th) - T_SAT)/T_SAT;   }
    return m_dot_v;
}

DEFINE_SOURCE(enrg_src, cell, mix_th, dS, eqn)
{
    Thread *pri_th, *sec_th;
    real m_dot;
    pri_th = THREAD_SUB_THREAD(mix_th, 0);
    sec_th = THREAD_SUB_THREAD(mix_th, 1);
    if (C_T(cell, mix_th)>=T_SAT)
    {   m_dot = -0.1*C_VOF(cell, pri_th)*C_R(cell, pri_th)*
```

```
                fabs(C_T(cell, pri_th) - T_SAT)/T_SAT;
        dS[eqn] =   -0.1*C_VOF(cell, pri_th)*C_R(cell, pri_th)/T_SAT;   }
    else
    {   m_dot = 0.1*C_VOF(cell, sec_th)*C_R(cell, sec_th)*
                fabs(T_SAT-C_T(cell,mix_th))/T_SAT;
        dS[eqn] = -0.1*C_VOF(cell, sec_th)*C_R(cell, sec_th)/T_SAT;    }
    return LAT_HT*m_dot;
}
```

如果要使用在 Fluent 中没有的模型，可以用自定义函数来实现。这个 UDF 程序定义了不同相之间的质量传递和能量传递。由质量守恒性，在传输过程中各相质量之和是不变的，这是作为源项定义在液态水和蒸汽的体积比例方程中的。另外，还有一个能量的源项，并考虑到在吸收与释放热量过程中的潜热。

（2）编译 UDF 程序。

操作：Define→User-Defined→Functions→Interpreted…，打开编译程序对话框，如图 2-4-30 所示。

① 点击 Browse…，选择文件 boil.c；

② 在 CPP Command Name 内确定预处理程序 cpp；

③ 如果函数中局部变量的数量不会产生堆栈溢出的话，保留堆栈大小的默认设置 10 000；

④ 点击 Interpret 按钮；

⑤ 编译成功后，点击 Close 关闭对话框。

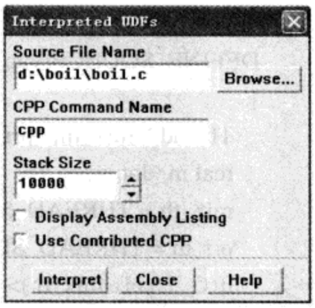


图 2-4-30 UDF 设置对话框

➘ **注意：如果不关闭编译对话框，在调试程序时可随时对程序进行编译。**

关于 Fluent 软件中 UDF 程序的说明。

在本例中，为输运方程定义了三个函数，liq_src、vap_src 和 enrg_src，这说明当需要定义多个 UDF 函数时，应把这些函数放在一个文件中。

用户自定义函数 UDF (User-Defined Functions) 程序是用 C 语言书写的。UDF 的执行有两种方式：Interpreted 型和 compiled 型，这两种类型的程序书写格式是一样的，主要区别在于与 C 语言的结合程度，compiled 型能够完全使用 C 语言的语法，而 Interpreted 型只能使用其中的一小部分，只能包含 Fluent 支持的 C 语言语法和函数。另外 Interpreted 型比较容易使用，但运行速度稍慢，而 compiled 型运行速度快，但使用略微繁琐。本例用的是 Interpreted 型。另外在 UDF 程序中，所有数值都采用 SI 国际单位制。

使用 UDF 可以定义边界条件、源项、物性、用户自定义标量输运方程等。UDF 程序的格式由三部分组成：

一、定义常数和包含库文件

例如：
```
#include   "udf.h"
#include   "sg_mphase.h"
#define   T_SAT    373
#define   LAT_HT   1.e3
```

其中 udf.h 和 sg_mphase.h 都是 Fluent 头文件；T_SAT 和 LAT_HT 都是常数。

二、宏 DEFINE_....定义 UDF 函数

Fluent 中用到的宏都是以 DEFINE 开始的，对它们的解释包含在 udf.h 文件中，因此库文件 udf.h 是必须包含的，是必不可少的。这些宏可分为三类：通用的、离散的和多相的，从宏 DEFINE 下划线的后缀可以看出是用来定义哪类函数的，其书写形式如下：

DEFINE_SOURCE (liq_src, cell, pri_th, dS, eqn)

其中，DEFINE_SOURCE 表示为输运方程定义一个源项；后面是函数名 liq_src，函数名必须小写，UDF 编译和连接后，此函数名会出现在相应的下拉列表中。紧跟在函数名后面的是函数的输入参数，cell 表示网格；pri_th 表示网格线；dS 表示源项对所求输运方程的标量的偏导数，用于对源项的线性化；eqn 标志所定义源项对应于哪个输运方程。在计算中，函数需要扫描全场网格。

三、函数体部分

Interpreted 型只能包含 Fluent 支持的 C 语言语法和函数。函数体部分字母必须采用小写字母。

数据类型：作为 C 语言的补充，Fluent 定义了几种特殊的数据类型，最常用的是：

① Thread　相应边界或网格区域的结构类型数据。

② cell_t　表示单独一个控制体体积元，用来定义源项或物性。

③ face_t　对应于网格面，用来定义入口边界条件等。

④ Node　表示相应的网格节点。

⑤ Domain　是一种结构，其中包含所有的 threads, cells, faces 和 nodes。

注意：Thread, cell_t, face_t, Node 和 Domain 要区分大小写。

求解器函数：对于 Interpreted 型的 UDF，只能使用 Fluent 提供的求解器函数。在本例中用到的求解器函数有：

C_T(c, t)	返回网格的温度
C_VOF(c, t)	返回第一相的体积分数
C_R(c, t)	返回网格的密度
fabs(C_T(c, t))	返回温度的绝对值
return	为主调程序返回结果

以及 THREAD_SUB_THREAD(t, 1)和 THREAD_SUPER_THREAD(t)，其中，数据类型定义为：c 类型为 cell_t，t 类型为 Thread。

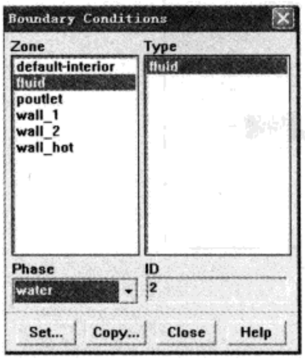


图 2-4-31　边界条件设置对话框

8. 应用 UDF 进行设置

点击 Define→ Boundary Conditions...，打开边界条件设置对话框，如图 2-4-31 所示。

（1）对液态水进行设置

① 在 Zone 下拉列表中选择 fluid（液体）；

② 在 Phase 下拉列表中选择 water；

③ 点击 Set...；打开流体设置对话框如图 2-4-32 所示。

④ 选中 Source Terms（源项）；

⑤ 选择 Source Terms 选项卡；

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

⑥ 点击 Mass 右侧向下的箭头，选择 udf liq src；

⑦ 点击 OK 确认；

（2）对蒸汽进行设置。

① 在 Phase 下拉列表中选择 vapor（蒸汽相）。

② 点击 Set...按钮；打开流体设置对话框如图 2-4-33 所示。

③ 选中 Source Terms（源项）。

④ 选择 Source Terms 选项卡。

⑤ 点击 Mass 右侧向下的箭头，选择 udf vap_ src；点击 OK 确认。

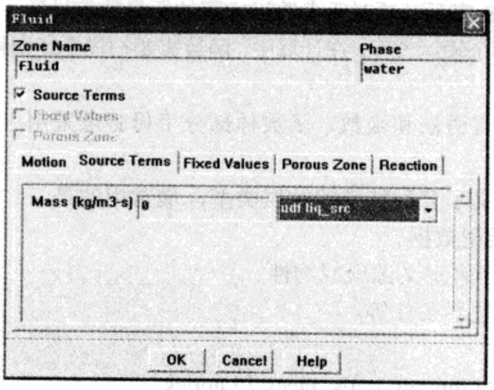


图 2-4-32　流体设置对话框

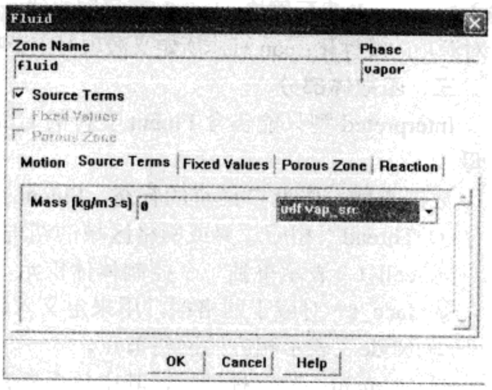


图 2-4-33　流体设置对话框

（3）对混相进行设置。

① 在 Phase 下拉列表中选择 mixture。

② 点击 Set...按钮；打开流体设置对话框如图 2-4-34 所示。

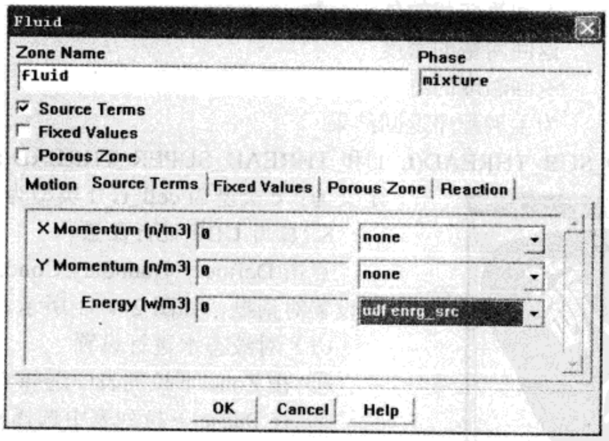


图 2-4-34　流体设置对话框

③ 选择 Source Terms 选项卡。

④ 设置 Energy（能量）的值为 udf enrg_ src；点击 OK 确认。

9. 求解计算

（1）设置求解器控制参数。

点击 Solve→Controls→Solution…，打开求解器设置对话框，如图 2-4-35 所示。

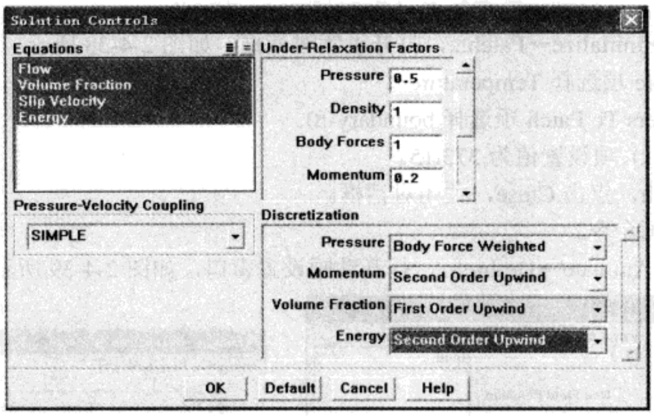


图 2-4-35 求解控制设置对话框

① 在 Equations 项，保留所有方程的默认选择。

② 在 Under-Relaxation Factors（松弛系数）项，Pressure 项取 0.5；Momentum 项取 0.2；Volume Fraction 项取 0.4。

③ 在 Discretization 项，在 Pressure 项取 Body Force Weighted；改变 Momentum 和 Energy 为 Second Order Upwind。

④ 保留其他参数的默认设置。

⑤ 点击 OK 关闭设置对话框。

（2）初始化流场的温度为 372 K。

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开对话框，并进行如图 2-4-36 所示的设置；点击 Init 按钮确认；点击 Close 关闭对话框。

（3）对紧邻 wall-hot 的边界区域进行设置。

点击 Adapt→Boundary…，打开设置对话框，如图 2-4-37 所示。

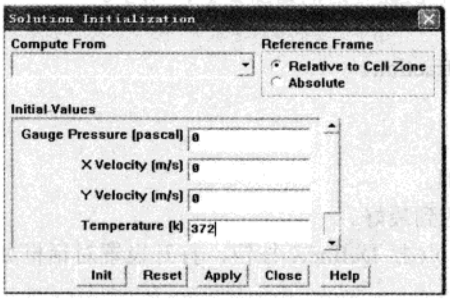


图 2-4-36 初始化设置对话框

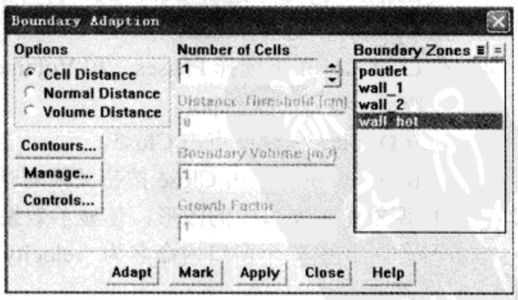


图 2-4-37 边界区域设置对话框

① 在 Boundary Zones 项，只选择 wall-hot。

② 设置 Number of Cells 为 1，点击 Mark。

③ 点击 Close 按钮，关闭对话框。

（4）修改温度，使紧邻 wall_hot 的单元温度比在 UDF 中定义的饱和温度（373 K）稍微高一点。

点击 Solve →Initialize→Patch...，打开设置对话框，如图 2-4-38 所示。

① 在 Variable 项选择 Temperature。

② 在 Registers To Patch 项选择 boundary-r0。

③ 在 Value(k) 项设置值为 373.15。

④ 点击 Patch，点击 Close，关闭对话框。

（5）设置动画命令。

点击 Solve→Animate→Define...，打开动画设置窗口，如图 2-4-39 所示。

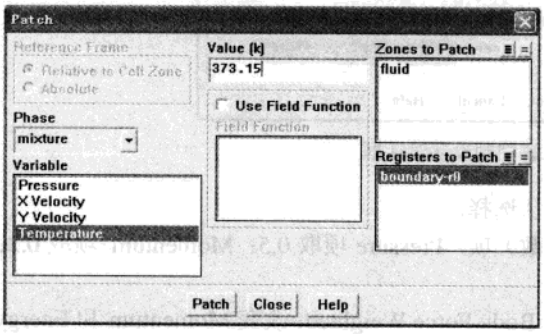


图 2-4-38　边界初始化对话框

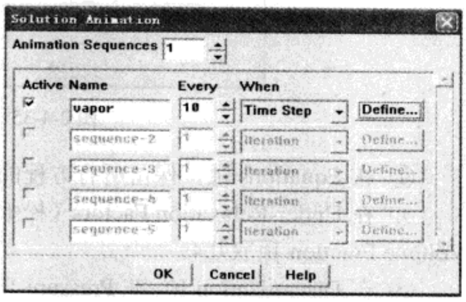


图 2-4-39　动画设置对话框

① 点击 Animation Sequence 右侧向上箭头。

② 在 Active Name 下第一个窗口内命名为 vapor。

③ 在 Every 下填入 10，表示每隔 10 个时间间隔输出一帧。

④ 在 When 下，选择 Time Step。

⑤ 点击 Define...按钮；打开设置对话框，如图 2-4-40 所示。

⑥ 点击 Window 右侧的 Set 按钮。

⑦ 在 Display Type 下选择 Contours；打开图形设置对话框如图 2-4-41 所示。

⑧ 在 Options 下选择 Filled。

⑨ 在 Contours of 下选择 Phases...和 Volume fraction。

⑩ 在 Phase 项下选择 vapor。

⑪ 点击 Display 按钮；点击 Close。

⑫ 点击 OK 按钮，点击 Close 按钮关闭对话框。

此时可调整绘图窗口中的图形，使显示效果达到最好。

同样操作，在第二个窗口内命名为 velocity；点击 Define...按钮，打开设置对话框如图 2-4-42 所示。

在 Window 窗口内填入 1；点击 Set 按钮，在 Display Type 下选择 Contours；打开对话框，如图 2-4-43 所示。

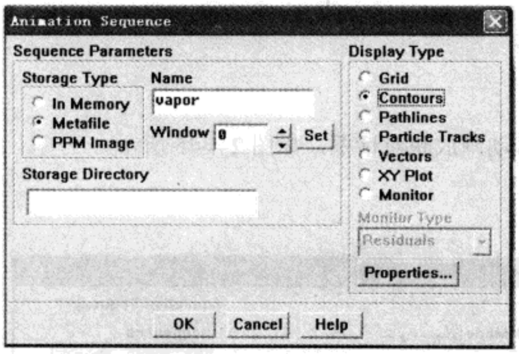


图 2-4-40　动画设置对话框

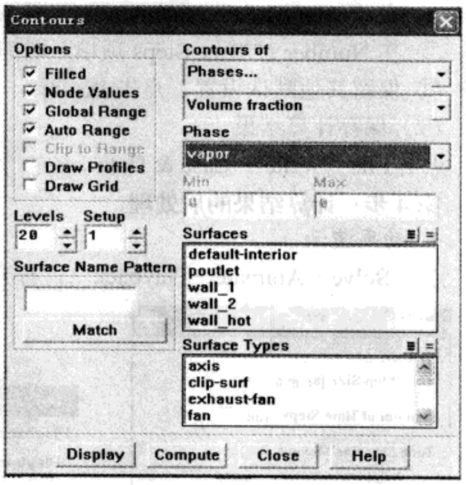


图 2-4-41　图形设置对话框

① 在 Options 下选择 Filled。
② 在 Contours of 下选择 Velocity…和 Velocity Magnitude。
③ 在 Phase 项选择 water。
④ 点击 Display 按钮，点击 Close 按钮。
⑤ 点击 OK 按钮确认并关闭对话框。
（6）设置时间间隔为 0.01；设置 300 个时间间隔（3 秒钟）。
点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框如图 2-4-44 所示。

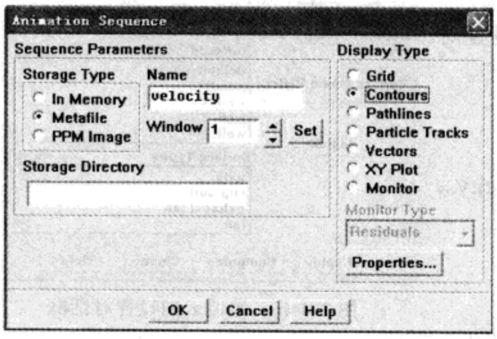


图 2-4-42　动画设置对话框

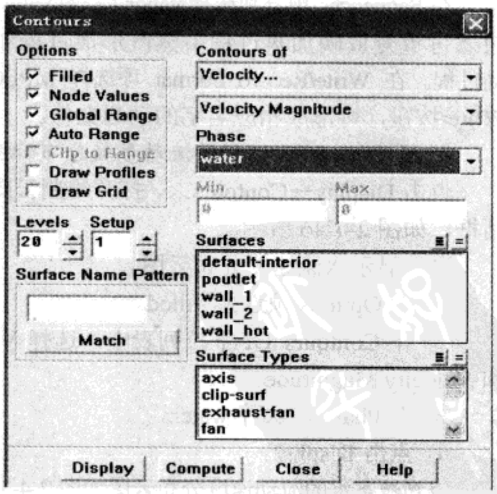


图 2-4-43　图形设置对话框

① 在 Time Step Size 项填入时间间隔 0.01。

② 在 Number of Time Steps 项填入时间间隔的数量 300。

③ 保留其他默认设置，点击 Iterate。

（7）保存计算结果

点击 File→Write→ Case & Data…。

第 4 步：计算结果的后处理

1. 动画演示

点击 Solve→Animate→Playback…，打开动画放映对话框，如图 2-4-45 所示。

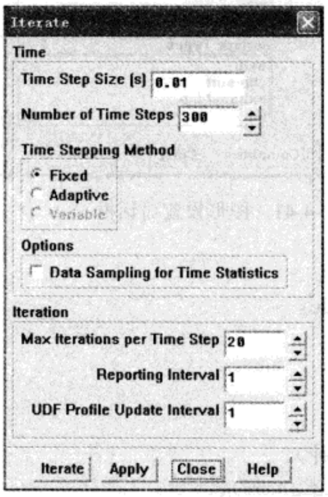


图 2-4-44　迭代设置对话框

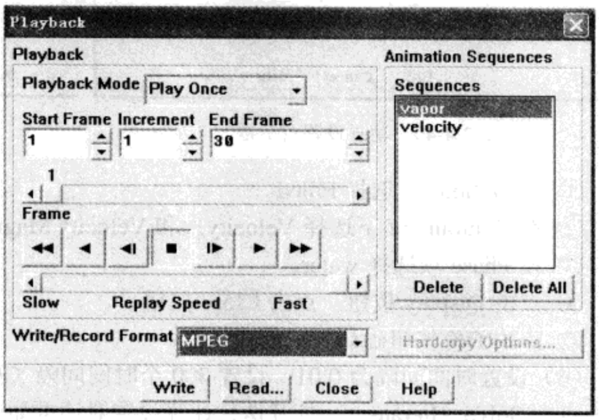


图 2-4-45　动画放映对话框

在 Sequences 项分别选择 vapor 或 velocity，点击按钮 可重复放映加热过程中蒸汽形成过程和水的流动过程。在 Write/Record Format 项选择 MPEG，点击 Write 按钮，可形成相应名字的动画文件。

2. 显示 $t = 3.0$ s 时刻的流动参数分布云图

点击 Display→Contours…，打开绘制云图设置对话框，如图 2-4-46 所示。

（1）显示水流速度分布云图。

① 在 Options 项选择 Filled。

② 在 Contours Of 下拉列表中，选择 Velocity... 和 Velocity Magnitude。

③ 在 Phase 项选择 water。

④ 点击 Display。

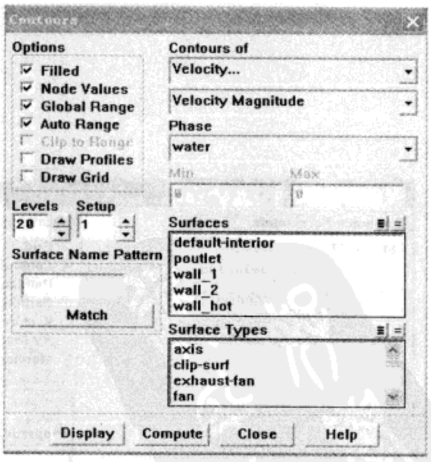


图 2-4-46　绘制云图设置对话框

得到液态水的流动速度分布云图如图 2-4-47 所示。

（2）显示蒸汽体积比例分布云图。

① 在 Contours of 下拉列表中选择 Phases...和 Volume Fraction。

② 在 Phase 项选择 vapor。

③ 点击 Display。

得到蒸汽的体积比例分布云图，如图 2-4-48 所示。

（3）显示填充形式的压力分布云图。

① 在 Contours of 下拉列表中选择 Pressure...和 Static Pressure。

② 在 Phase 项选择 mixture。

③ 点击 Display。

得到压力分布云图，如图 2-4-49 所示。

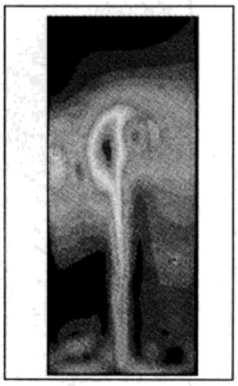


图 2-4-47 液态水速度分布云图



图 2-4-48 蒸汽体积比例分布云图

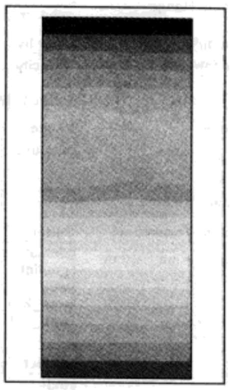


图 2-4-49 压力分布云图

（4）显示温度分布云图。

① 在 Contours of 下拉列表中选择 Temperature...和 Static Temperature。

② 在 Phase 项选择 mixture。

③ 在 Options 项，不选择 Auto Range。

④ 在 Min[k]下，填入 371.9，在 Max[k]下填入 373.15。（见图 2-4-50）

⑤ 点击 Display 按钮，得到温度分布云图，如图 2-4-51 所示。

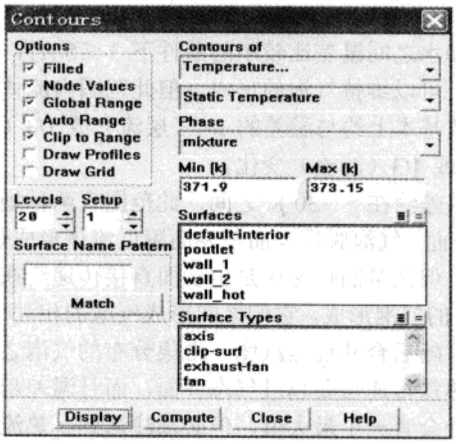


图 2-4-50 温度分布云图设置对话框



图 2-4-51 温度分布云图

3. 显示 t=3.0 s 时刻的速度矢量图

点击 Display→Vectors…，打开速度矢量图设置对话框，如图 2-4-52 所示。

① 在 Scale 项输入 3。

② 在 Skip 项输入 2。

③ 点击 Display 按钮，得到速度矢量图，如图 2-4-53 所示。

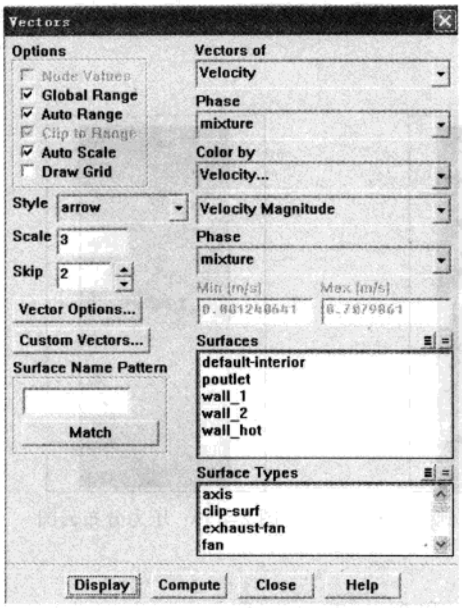


图 2-4-52　速度矢量图设置对话框

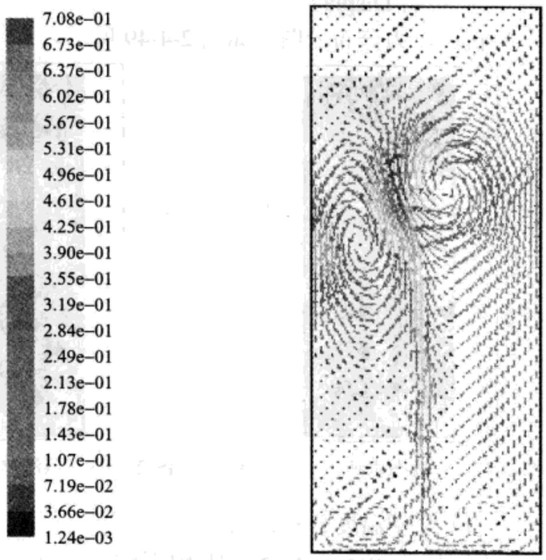


图 2-4-53　速度矢量图

由图可明显看出，水已经开始沸腾了。

4. 计算结果分析

若水已经达到饱和状态且加热板表面为理想光滑表面，由于温差的不同，沸腾可分为以下四类。

（1）自然对流沸腾：在加热面与饱和水之间温差比较小的条件下（≤5 K），为自然对流沸腾，加热面表面温度略高于饱和温度，可以维持气泡的形成，但此范围内流体的运动是由自然对流的作用所确定的。对流换热系数基本上约与温差的 1/4（层流）或 1/3（湍流）次方变化；热流密度则随温差的 5/4（层流）或 4/3（湍流）变化。

（2）核态沸腾：壁面与饱和水之间温差约在 5～30 K 之间，此范围有两种规律，当温差约在 5～10 K 间，孤立气泡形成并脱离表面。气泡脱离表面使表面附近流体形成强烈的混合，使对流换热系数和热流密度大幅度提高，但热量的传递还是由表面直接传递给在表面上运动的流体；当温差处于 5～30 K 间，有更多的气泡形成，它们之间形成气泡的相互干扰和合并，使蒸汽以射流或汽柱形态离开表面，汽柱随后合并程蒸汽团。密集分布的气泡之间的相互干扰遏制了表面附近流体的运动，使部分热量传递需要越过气态界面，而且温差越大，这部分热量比例增加，所以对流换热系数在某处会有一个最大值。但必须注意到，热流密度始终与换热系数和温差的乘积成正比，故热流密度在上述范围内不断随温差的增加而增长。一旦出

现大量蒸汽将壁面和液体隔开，对流换热系数就大幅度下降，（但温差的增加幅度不足以抵消换热系数的下降）热流密度亦将下降，故有使热流密度达到一个最大值的温差状态存在，该热流密度被称为临界热流密度。

（3）过渡沸腾：过渡沸腾壁面与饱和水的温差约在 30～120 K 之间，也称非稳态膜状沸腾或局部膜态沸腾。此时，气泡的形成非常迅速，以至加热表面上间断性地形成连续相的蒸汽层或蒸汽膜，由于气体的导热系数明显比液体的小，即便温差还在增加，但热流密度反而比临界热流密度要小。

（4）膜态沸腾：进一步增加温差（＞120 K），连续性的膜相会基本稳定地附着在加热表面，且膜的厚度随温差增加而变厚，使热流密度逐渐下降，以至会产生一个热流密度最小的状态点。在此状态点以后，当温差继续增加，穿透汽膜层的辐射传热将逐渐增加，从而使热流密度又进入到一个增加的阶段。

水在一个大气压条件下的沸腾曲线如图 2-4-54 所示，由图中可看出，随着温差的不同，加热板与水之间的热流密度也不同，沸腾也相应分为四类。

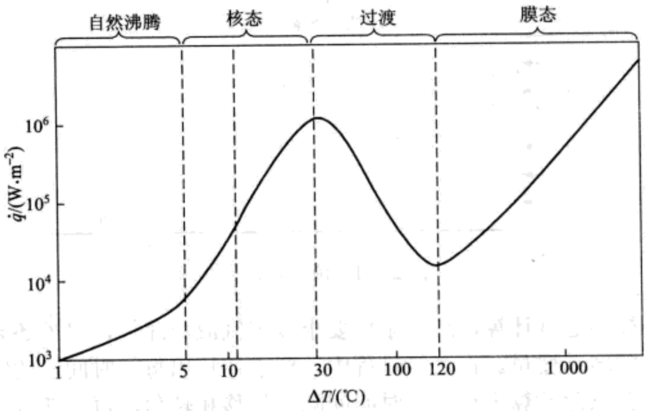


图 2-4-54　水在一个大气压下的典型的沸腾曲线

对于本节的问题，可以查看一下加热板与饱和水之间的对流换热密度，并与图 2-4-54 所示曲线进行对比，以验证计算的正确性。

点击 Report→Surface Integrals...，打开对话框如图 2-4-55 所示。

① 在 Report Type 下选择 Area-Weighted Average（面积加权平均）。

② 在 Field Variable 下选择 Wall Fluxes... 和 Total Surface Heat Flux。

③ 在 Surfaces 下选择 Wall_hot。

④ 点击 Compute 按钮，在 Area-Weighted Average [w/m2] 下可看到平均热流密度为 44 515[w/m2]。将此计算结果与图 2-4-54 进行

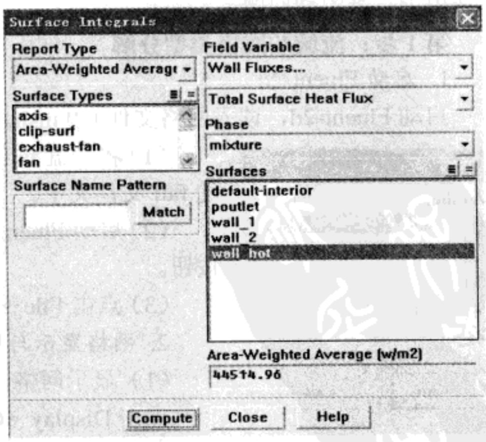


图 2-4-55　计算热流密度对话框

对比，考虑到加热板与饱和水温差为 200 K，计算结果与实验曲线基本上是相符的。

练习 1：改变水箱高度，重新建立网格，进行计算，观察水箱高度的影响。

练习 2：改变 wall_hot 的温度，观察加热板温度对沸腾及热流密度的影响。

第五节　平板在空气中的降落过程——动网格应用

问题描述

一块平板在流动的空气中下落如图 2-5-1 所示。物体的下落是一个六自由度问题，一是受重力和气体浮力作用的铅直方向移动；二是由于气流的作用，物体受到沿流动方向的作用力，要沿流动方向漂移；还有空气动力对物体产生的力矩引起物体的转动。这是一个涉及气固相互作用的很复杂的空气动力学问题，需要采用动网格技术进行求解。

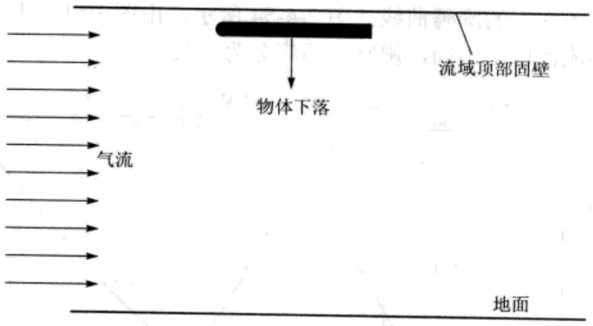


图 2-5-1　流动示意图

本例采用二维模型进行计算，边界条件要求设定气流流速等，另外还要知道物体形状、物体的质量和物体的转动惯量。在计算过程中，要求计算出每一时间步的物体运动速度分量以及转动角速度，并以此计算出每一个时间间隔的位移和转角，再重新划分流域的网格，进行新的计算。这需要用到 Fluent 中的 UDF 程序编程，本例中给出的 UDF 程序既适用于二维也适用于三维流动问题。

第 1 步：流域按网格类型分解

1. 启动 Fluent-2d

启动 Fluent-2d，读入网格文件 fall.msh。

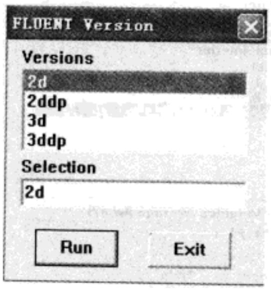


图 2-5-2　启动 Fluent-2d

（1）将光盘 fall 文件夹中 Base 文件夹内容复制到 D 盘根目录下的 fall 文件夹中。

（2）启动 Fluent 界面如图 2-5-2 所示，选择 2d 求解器，点击 Run 按钮。

（3）点击 File→Read→Case...，读入 fall 中的网格文件 fall.msh。

2. 网格显示与检查

（1）显示网格。

点击 Display→Grid...，打开网格显示对话框，如图 2-5-3 所示。点击 Display 按钮，结果如图 2-5-4 所示。

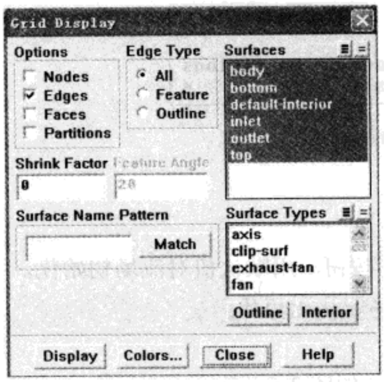


图 2-5-3　网格显示对话框

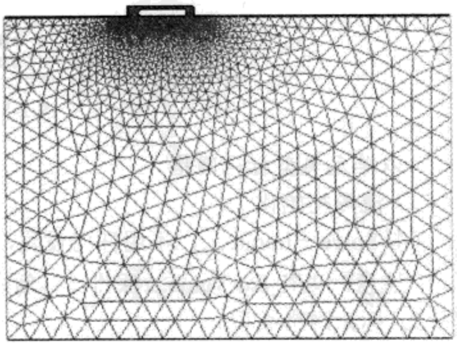


图 2-5-4　流域的网格划分

注意：此时的边界只有 inlet、outlet、bottom、top 和 body。

（2）网格检查。

点击 Grid→Check…，系统对网格进行检查，网格检查结果报告如图 2-5-5 所示。要特别注意不能有负体积等错误警告信息。

```
Grid Check

 Domain Extents:
   x-coordinate: min (m) = -1.000000e+001, max (m) = 1.000000e+001
   y-coordinate: min (m) = -7.500000e+000, max (m) = 8.000000e+000
 Volume statistics:
   minimum volume (m3): 1.053917e-004
   maximum volume (m3): 5.626468e-001
     total volume (m3): 3.008648e+002
 Face area statistics:
   minimum face area (m2): 9.219239e-003
   maximum face area (m2): 1.253353e+000
 Checking number of nodes per cell.
 Checking number of faces per cell.
 Checking thread pointers.
 Checking number of cells per face.
 Checking face cells.
 Checking bridge faces.
 Checking right-handed cells.
 Checking face handedness.
 Checking element type consistency.
 Checking boundary types:
 Checking face pairs.
 Checking periodic boundaries.
 Checking node count.
 Checking nosolve cell count.
 Checking nosolve face count.
 Checking face children.
 Checking cell children.
 Checking storage.
Done.
```

图 2-5-5　网格检查结果报告

（3）网格信息。

点击 Grid→Info→Size，窗口显示网格信息如图 2-5-6 所示，图中显示网格单元个数为 6 182 个。

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

Grid Size				
Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	6182	10344	4162	1

图 2-5-6　网格信息

3. 以单元类型标记网格

（1）流场初始化。

点击 Solve→Iterate…，不用任何设置，点击 Init 按钮，用默认值对流场初始化。

➘ 注意：进行 Iso-Value…操作前，须先进行流场初始化操作。

（2）标记网格类型。

点击 Adapt→Iso-Value…，打开网格选择对话框，如图 2-5-7 所示。

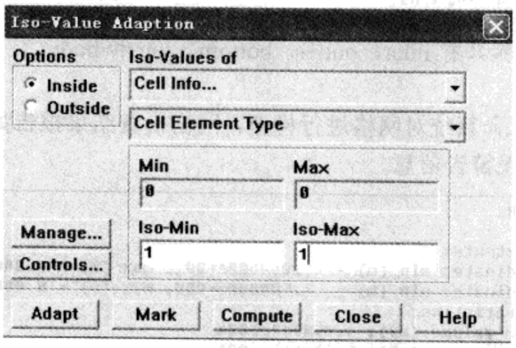


图 2-5-7　网格选择对话框

① 在 Iso-Values of 下拉菜单中选择 Cell Info…和 Cell Element Type。

② 将 Iso-Min 和 Iso-Max 的值均设为 1。

③ 保留其他默认设置，点击 Mark。

对流域内部的三角形网格进行了标记，共有 4516 个网格，用 isovalue-r0 表示。

4. 将流动区域分为三角形和矩形两类区域

点击 Grid→Separate→Cells…，打开区域分解对话框，如图 2-5-8 所示。

（1）在 Registers 列表中选择 isovalue-r0，在 Zones 列表中选择 fluid，点击 Separate。

（2）在 Options 下选择 Region，在 Zones 列表中选择 fluid，如图 2-5-9 所示，点击 Separate。

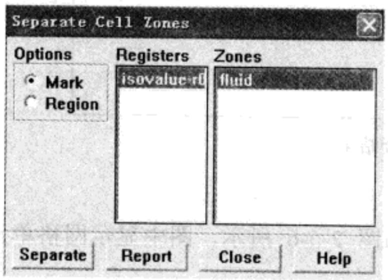


图 2-5-8　区域分解对话框

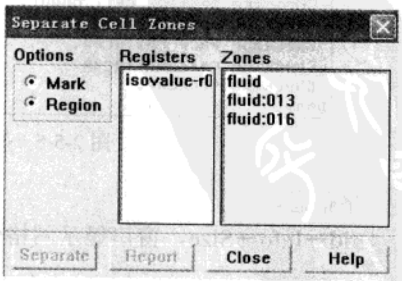


图 2-5-9　区域分解对话框

单元格按类型分开为两类区域（混合网格无法进行网格的重新划分），系统反馈窗口显示网络分割的情况。

流域共有 6 182 个网格单元，被分为两类区域，一个是三角形网格区域，包含 4 516 个网格，另一个是四边形网格区域，包含有 1 666 个网格。流域分割的同时，也产生了一些面，有的面是流域边界的一部分，还需要设置相应的边界条件。

第 2 步：求解设置

1. 求解器设置

选择 Coupled、Implicit、2D 和 Steady 求解器进行计算。

点击 Solve→Solver…，打开求解器设置对话框，如图 2-5-10 所示。

（1）在 Solver 项选择 Coupled。

（2）在 Formulation 项选择 Implicit。

（3）在 Time 项选择 Steady。

（4）保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

2. 选择紊流模型

打开紊流模型设置对话框，如图 2-5-11 所示。

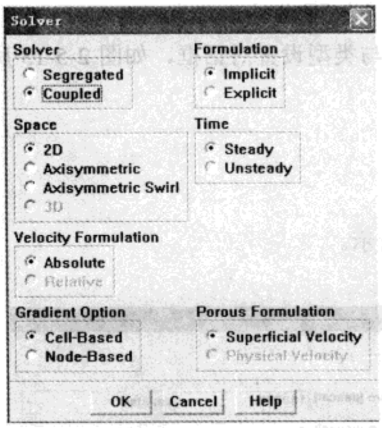


图 2-5-10 求解器设置对话框

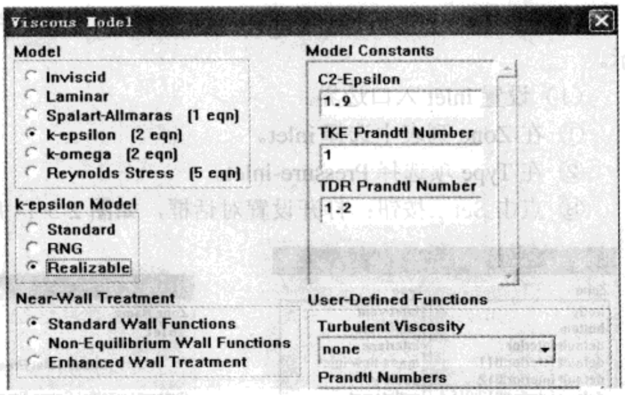


图 2-5-11 紊流模型设置对话框

① 在 Model 项选择 k-epsilon。

② 在 k-epsilon Model 项选择 Realizable。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

3. 选择流体

点击 Define→Materials…，打开材料选择与设置对话框，如图 2-5-12 所示。

① 在 Density 项选择 ideal-gas。

② 保留其他默认设置，点击 Change/Create，点击 Close。

注：选择 ideal-gas，系统会自动启动能量方程。

4. 设置操作环境

点击 Define→Operating Conditions…，保留默认设置，点击 OK 按钮。

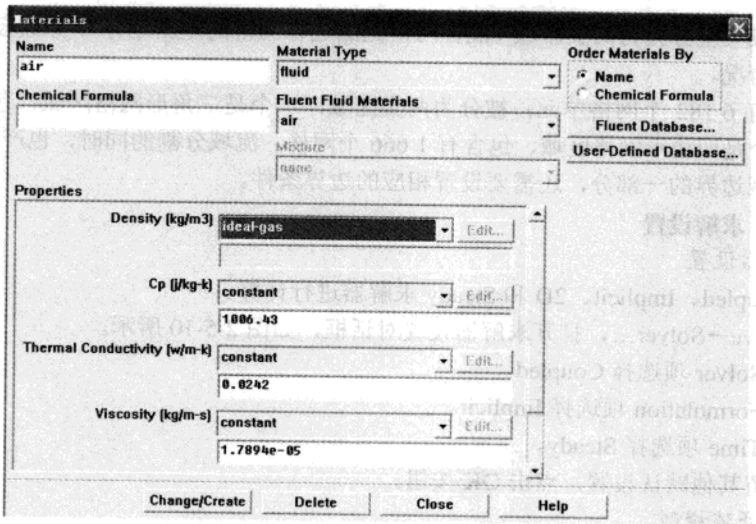


图 2-5-12　流体材料选择与设置对话框

5. 边界条件

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界条件与类型设置对话框，如图 2-5-13 所示。

（1）设置 inlet 入口边界。

① 在 Zone 列表中选择 inlet。

② 在 Type 项选择 Pressure-inlet。

③ 点击 Set…按钮；打开设置对话框，如图 2-5-14 所示。

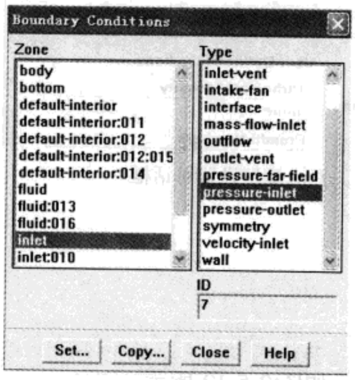


图 2-5-13　边界条件与类型设置对话框

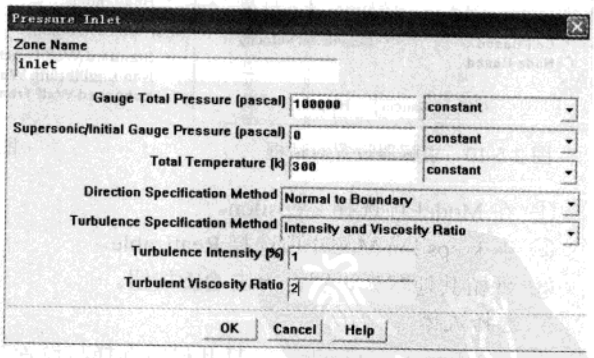


图 2-5-14　边界条件设置对话框

④ 在 Gauge Total Pressure 项输入入口总压 100 000。

⑤ 在 Turbulence Specification Method 下拉列表中选择 Intensity and Viscosity Ratio。

⑥ 分别设置 Intensity 和 Viscosity Ratio 1 和 2。

⑦ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

（2）设置 inlet:010 边界条件。

这是一个由于流域按网格类型分割时产生的新入口边界（可利用网格显示功能进行查看，边界默认名为：inlet:010），是三角形网格区域的入口边界，必须按入口边界条件进行设置。

① 在 Zone 列表中选择 inlet:010。

② 在 Zone Name 项将边界的名称改为 inlet1（如图 2-5-15 所示）。

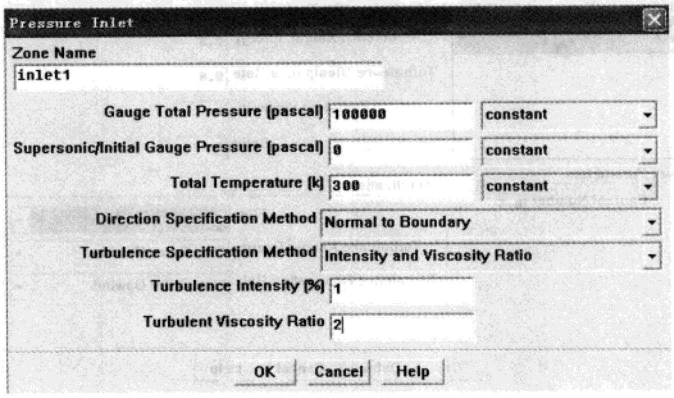


图 2-5-15　边界条件设置对话框

③ 在 Gauge Total Pressure 项输入入口总压 100 000。

④ 在 Turbulence Specification Method 下拉菜单中选择 Intensity and viscosity Ratio。

⑤ 分别设置 Intensity 和 Viscosity Ratio 1 和 2。

⑥ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

（3）设置压力出口 outlet 边界。

① 在 Zone 列表中选择 outlet。

② 在 Type 项选择 Pressure-outlet。

③ 点击 Set…按钮。

④ 在 Turbulence Specification Method 下拉列表中选择 Intensity and Viscosity Ratio。

⑤ 分别设置 Backflow Turbulence Intensity 和 Back Turbulent Viscosity Ratio 为 1 和 2。

⑥ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

（4）设置 outlet:008 边界。

这是与入口边界 inlet:010 相对应的出口边界，需进行边界设置。

① 在 Zone 列表中选择 outlet:008。

② 在 Type 项选择 Pressure-outlet。

③ 点击 Set…按钮。

④ 在 Zone Name 项改为 outlet1。

⑤ 在 Turbulence Specification Method 下拉菜单中选择 Intensity and Viscosity Ratio。

⑥ 分别设置 Backflow Turbulence Intensity 和 Back Turbulent Viscosity Ratio 为 1 和 2。

⑦ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：地面 bottom 设置成对称边界，这是由于计算收敛性的需要，同时也符合流动特征。

第 3 步：稳态流动的求解

这一步是为非定常求解做准备，计算结果可以看做是非定常流动的初始状态。

1. *设置求解控制参数*

点击 Solve→Controls→Solution…，打开求解控制参数设置对话框，如图 2-5-16 所示。

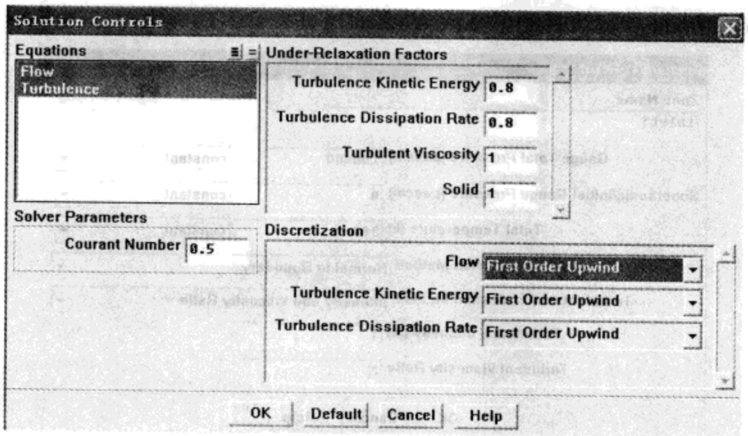


图 2-5-16　求解控制参数设置对话框

① 设置 Discretization 下各项均为 First Order Upwind。

② 设 Courant Number 为 0.5。

③ 保留其他默认值，点击 OK 按钮。

2. *由 inlet 边界条件对流场进行初始化*

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开流场初始化设置对话框，如图 2-5-17 所示。

① 在 Compute From 下拉列表中选择 inlet。

② 点击 Init 按钮，完成初始化。

3. *启动残差监测*

点击 Solve→Monitors→Residual…，打开残差监测设置对话框，如图 2-5-18 所示。

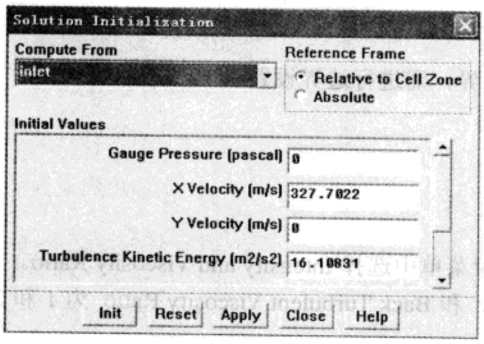


图 2-5-17　流场初始化设置对话框

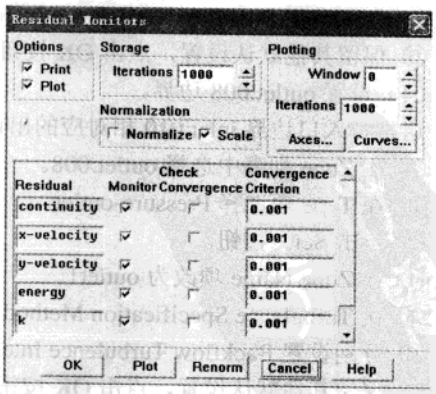


图 2-5-18　残差监测设置对话框

① 在 Options 项选择 Plot。

② 在 Check 下的 Convergence 项，取消所有方程的收敛检查。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

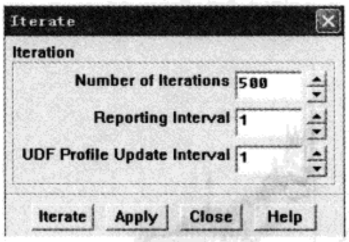


图 2-5-19 迭代设置对话框

4. 进行 500 次迭代计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代设置对话框，如图 2-5-19 所示。点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

5. 将 Courant Number 改为 5，再进行 1 500 次迭代

点击 Solve→Controls→Solution…，在对话框中将 Courant Number 设为 5，其他参数设置不变，点击 OK 按钮。

在迭代设置对话框中将 Number of Iterations 项改为 1 500，点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

6. 改用二阶格式继续计算

点击 Solve→Controls→Solution…，打开控制参数设置对话框，如图 2-5-20 所示。

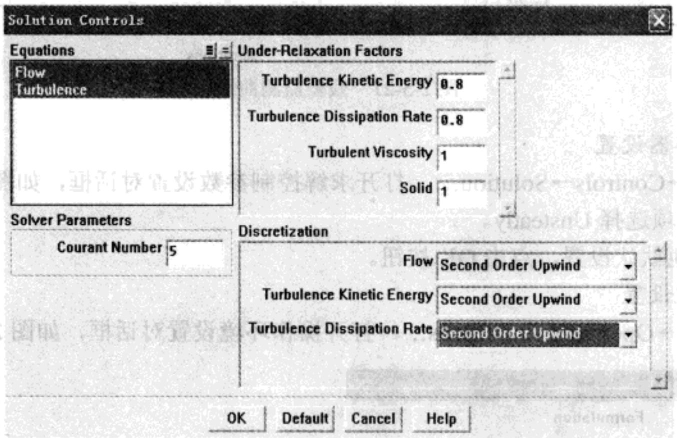


图 2-5-20 控制参数设置对话框

① 在 Discretization 项将各控制方程的计算格式都改为 Second Order Upwind。

② 保留其他设置，点击 OK 按钮。

③ 在迭代设置对话框中将 Number of Iterations 项改为 1 000，点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

计算过程的残差监测曲线如图 2-5-21 所示。

7. 保存 case 和 data 文件

流场作为定常流动，已经基本达到稳定状态，作为下一步非定常计算的初始条件是可接受的。在当前文件夹下将计算结果保存为 fall-ss.cas 和 fall-ss.dat 两个文件。

下面对求解器设置进行修改，并进行非稳态的计算。

第 4 步：非定常流动过程计算

由于物体下落过程是一个非定常过程，且有重力作用。在进行动网格计算之前，必须进行考虑重力作用的非定常流动计算，以作为动网格计算的初始条件。

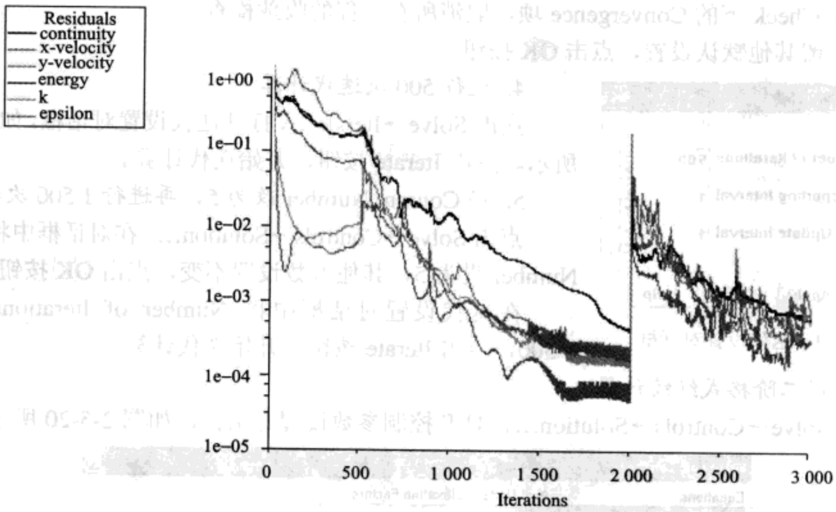


图 2-5-21 残差监测曲线

1. 修改求解器设置

点击 Solve→Controls→Solution…，打开求解控制参数设置对话框，如图 2-5-22 所示。

① 在 Time 项选择 Unsteady。

② 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

2. 操作环境设置

点击 Define→Operating Conditions…，打开操作环境设置对话框，如图 2-5-23 所示。

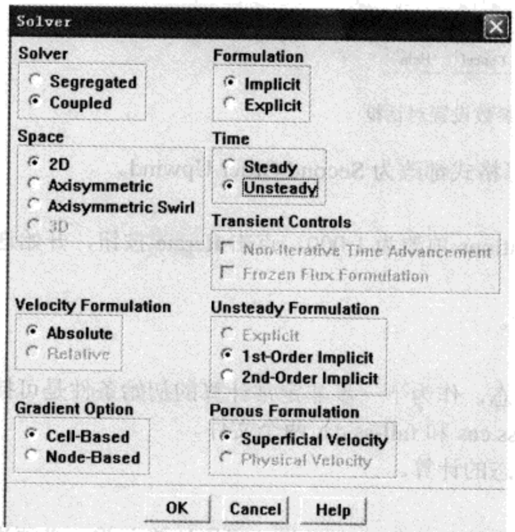


图 2-5-22 求解器控制参数设置对话框

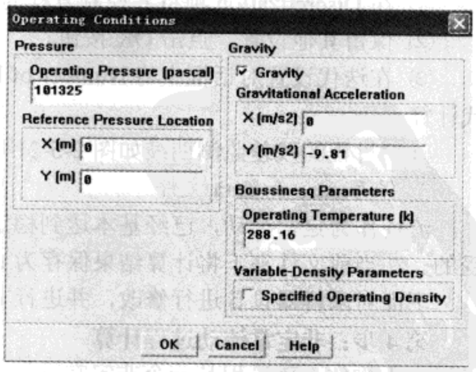


图 2-5-23 操作环境设置对话框

① 在 Gravity 项选择 Gravity。
② 保留 x 项为 0。
③ 设置 y 向的重力加速度为-9.81。
④ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

3. *在残差监测设置面板中，启动各方程的收敛判断*

点击 Solve→Monitors→Residual…，打开残差监测设置对话框，如图 2-5-24 所示。
① 在 Check Convergence 项选择所有方程的收敛判断。
② 在 Options 项不选 Plot。
③ 保留其他设置，点击 OK 按钮。

4. *设置升、阻力监测器*

点击 Solve→Monitors→Force…，打开升、阻力监测器设置对话框，如图 2-5-25 所示。

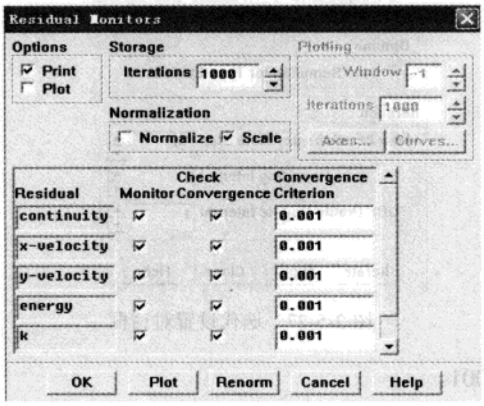


图 2-5-24 残差监测设置对话框

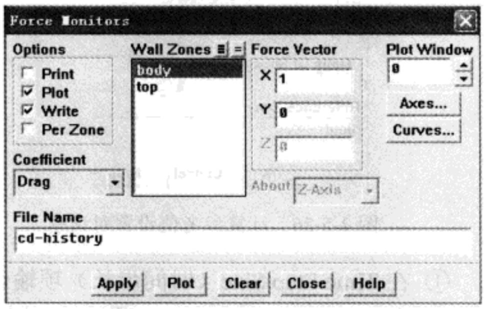


图 2-5-25 升、阻力监测器设置对话框

① 在 Options 项选择 Plot 和 Write。
② 在 Coefficient 下拉列表中选择 Drag。
③ 在 Wall Zones 列表中选择 body。
④ 保留其他默认设置，点击 Apply。
⑤ 在 Coefficient 下拉列表中选择 Left。
⑥ 在 Options 项选择 Plot 和 Write。
⑦ 在 Wall Zones 列表中选择 body，点击 Apply。

5. *设置参考值*

点击 Report→Reference Values…，打开计算参考值设置对话框，如图 2-5-26 所示。
① 设置 Density 为 2。
② 保留其他默认值，点击 OK 按钮。

注：一般来说，设置参考值后输出的是压力系数，此处设置流体密度为 2，流速为 1，则由压力系数的定义：

$$C_f = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = P$$

可知，在计算过程中监测器给出的是力的计算值。

6. 进行 5 000 个时间间隔的迭代计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代设置对话框，如图 2-5-27 所示。

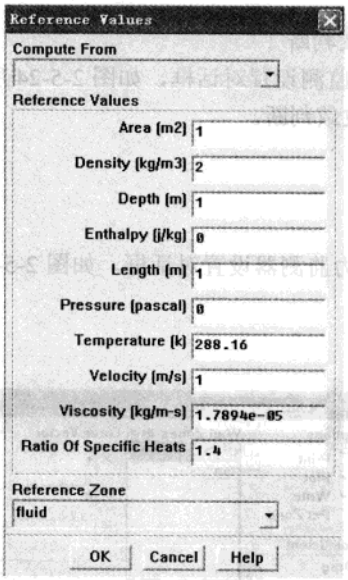


图 2-5-26　计算参考值设置对话框

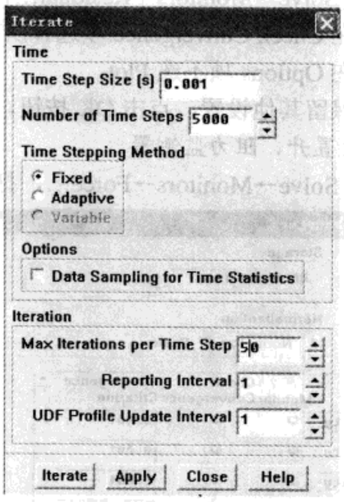


图 2-5-27　迭代设置对话框

① 在 Time Step Size（时间步长）项输入 0.001。

② 在 Number of Time Steps 项输入 5 000。

③ 在 Iteration 项的 Max Iterations per Time Step 项输入 50。

④ 点击 Iterate。

注：所计算的流动时间为

$$t = n \times \Delta t = 5\,000 \times 0.001 = 5\ \mathrm{s}$$

经过较为漫长的计算过程，物体的升、阻力已经趋于稳定值，所得到的物体升、阻力变化曲线如图 2-5-28 和图 2-5-29 所示。

7. 保存 case 和 data 文件

点击 File→Write→Case & Data…，将计算结果保存为 fall_us.cas 和 fall_us.dat。

第 5 步：动网格设置与计算

1. 编译并加载 UDF

点击 Define→User-Define→Functions→Compiled…，打开自定义函数编译设置对话框，如图 2-5-30 所示。

① 在 Source Files 下，点击 Add…，加入程序文件 fall.c。

② 保留默认的 Library Name 为 libudf，点击 Build。

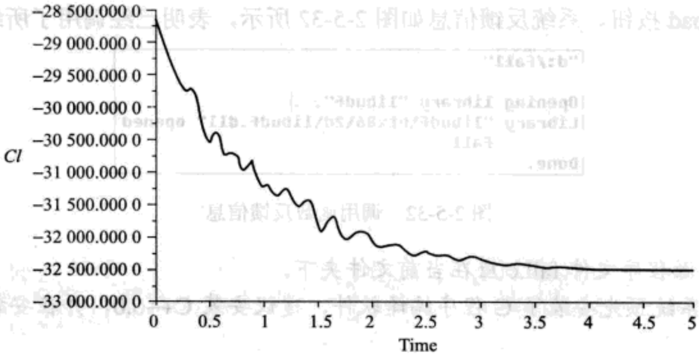


图 2-5-28　升力监测曲线

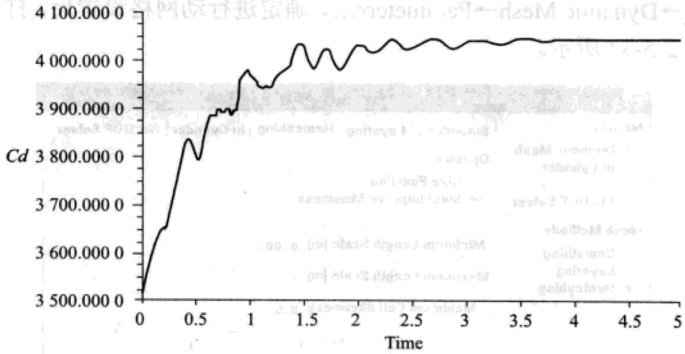


图 2-5-29　阻力监测曲线

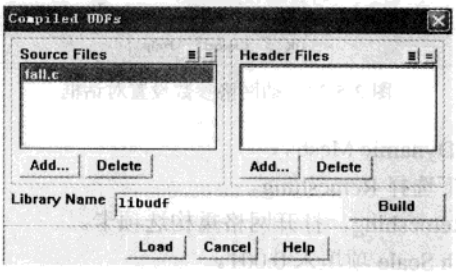
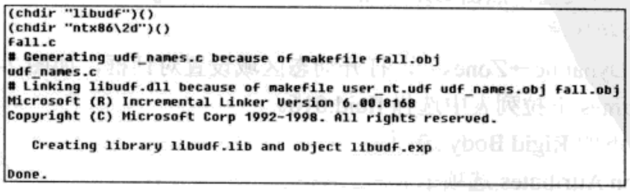


图 2-5-30　自定义函数编译设置对话框

系统首先提示源程序文件必须与 Case 和 Data 文件在同一个文件夹内。对源程序编译好后，信息反馈如图 2-5-31 所示，表明已对源程序进行了编译。



```
(chdir "libudf")()
(chdir "ntx86\2d")()
fall.c
# Generating udf_names.c because of makefile fall.obj
udf_names.c
# Linking libudf.dll because of makefile user_nt.udf udf_names.obj fall.obj
Microsoft (R) Incremental Linker Version 6.00.8168
Copyright (C) Microsoft Corp 1992-1998. All rights reserved.

   Creating library libudf.lib and object libudf.exp

Done.
```

图 2-5-31　自定义函数编译信息

③ 点击 Load 按钮。系统反馈信息如图 2-5-32 所示，表明已经调用了所编译的程序。

```
"d:/fall"

Opening library "libudf"...
Library "libudf\ntx86\2d\libudf.dll" opened
        fall
Done.
```

图 2-5-32　调用函数反馈信息

注：① 源程序文件 fall.c 应在当前文件夹下。

② 计算机系统预先安装了 C 程序编译软件，建议安装 C++6.0，并在安装过程中选择设置环境变量。

2. 定义动网格参数

点击 Define→Dynamic Mesh→Parameters...，确定进行动网格设置后，打开动网格参数设置对话框，如图 2-5-33 所示。

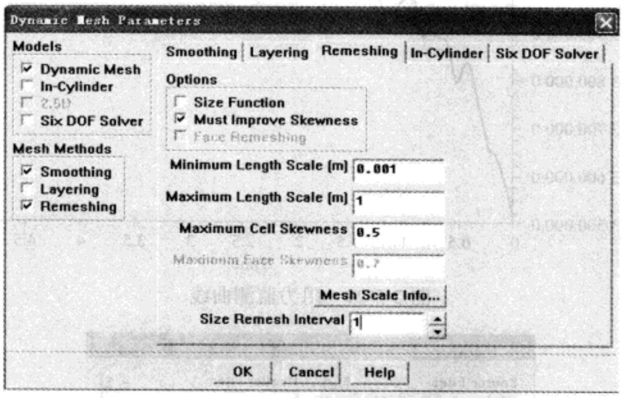


图 2-5-33　动网格参数设置对话框

① 在 Models 下选择 Dynamic Mesh。

② 在 Mesh Methods 下选择 Remeshing。

③ 在选项卡中选择 Remeshing，打开网格重构选项卡。

④ 在 Minimum Length Scale 项填入 0.001。

⑤ 在 Maximum Length Scale 为 1。

⑥ 设置 Maximum Cell Skewness 为 0.5。

⑦ 设置 Size Remesh Interval 项为 1，表示每个时间间隔都进行网格重新划分。

⑧ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

3. 定义动态移动区域

点击 Define→Dynamic→Zones...，打开动态区域设置对话框，如图 2-5-34 所示。

① 在 Zone Names 下拉列表中选择 fluid:016。

② 保留 Type 下的 Rigid Body 选项。

③ 打开 Motion Attributes 选项卡。

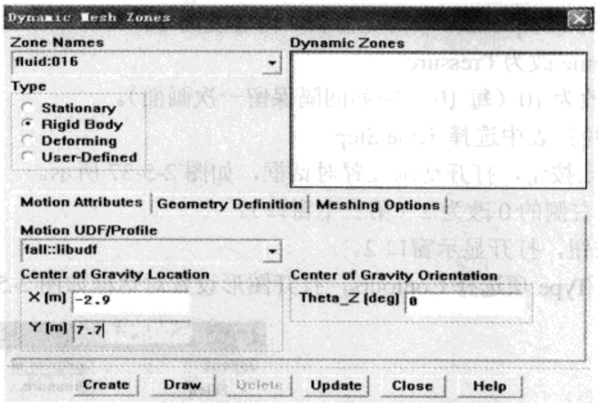


图 2-5-34 动态区域设置对话框

④ 保留 Motion UDF/Profile 下的 fall。

⑤ 设置物体初始重心位置：*X* 和 *Y* 坐标分别为-2.9 和 7.7。

⑥ 保留其他默认设置，点击 Create 按钮，点击 Close。

点击 Create 后，在 Dynamic Zones 区域会显示所创建的移动区域名 fluid:016。

4. 其他准备工作

（1）建立 UDF 运行所需的速度文件 velocities。

由于程序的需要，要求预先在当前文件夹下建立一个名为 velocities 的空文档，用于存放和读取计算过程中的物体运动速度，并计算相应的位移。

（2）保存当前的 case 和 data 文件。

点击 File→Write，→Case & Data...，取文件名为 fall_dm.cas 和 fall_dm.dat。

（3）设置文件的自动保存。

点击 File→Write→Autosave...，打开自动保存文件设置对话框，如图 2-5-35 所示。每隔 100 个时间间隔自动保存 case 和 data 文件一次，设置如图 2-5-35 所示，点击 OK 确认。

5. 动画设置

建立流动过程的动画显示有助于对运动过程的分析。

点击 Solve→Animate→Define...，打开动画定义对话框，如图 2-5-36 所示。

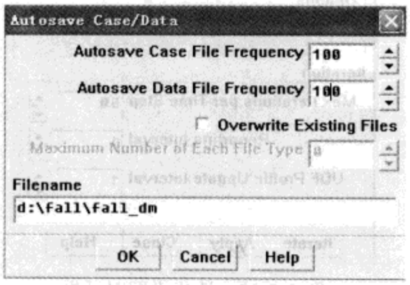


图 2-5-35 自动保存文件设置对话框

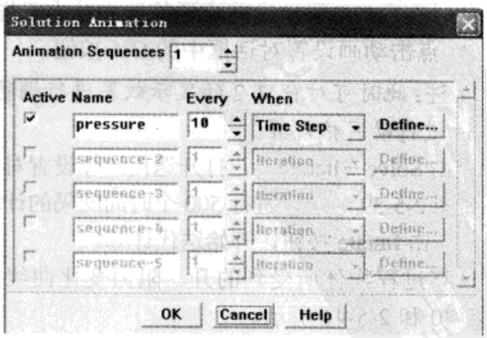


图 2-5-36 动画设置对话框

① 点击 Animation Sequences 项向上箭头，内容变为 1。

② 将 Active Name 改为 Pressure。

③ 将 Every 项改为 10（每 10 个时间间隔保留一次画面）。

④ 在 When 下拉列表中选择 Time Step。

⑤ 点击 Define…按钮，打开动画设置对话框，如图 2-5-37 所示。

（i）将 Window 右侧的 0 改为 2（第三个窗口）。

（ii）点击 Set 按钮，打开显示窗口 2。

（iii）在 Display Type 项选择 Contours，打开图形设置对话框如图 2-5-38 所示。

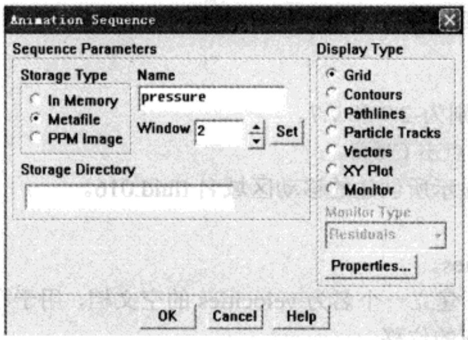


图 2-5-37　动画设置对话框

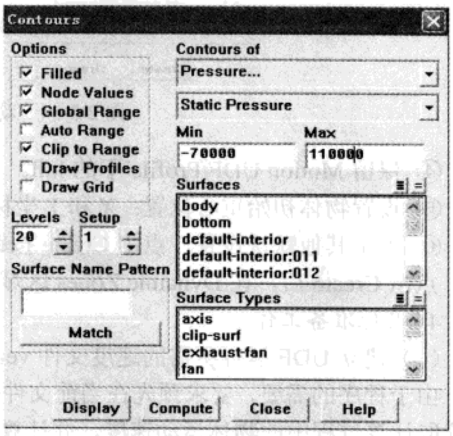


图 2-5-38　图形设置对话框

（iv）在 Contours of 项选择 Pressure…和 Static Pressure。

（v）在 Options 项选择 Filled，不选 Auto Range。

（vi）在 Min 下填入最小压强值：–70 000。

（vii）在 Max 下填入最大压强值：110 000。

（viii）保留其他默认设置，点击 Display 按钮，点击 Close 按钮。

此时在窗口 2 显示当前流场的压力分布云图。

⑥ 点击动画设置对话框中的 OK 按钮。

➘ 注：此时可对窗口 2 的显示效果进行调整。

6. 进行动网格计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框，如图 2-5-39 所示，进行 500 个时间间隔的计算设置，点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

计算过程物体所受到的升、阻力变化曲线如图 2-5-40 和 2-5-41 所示。

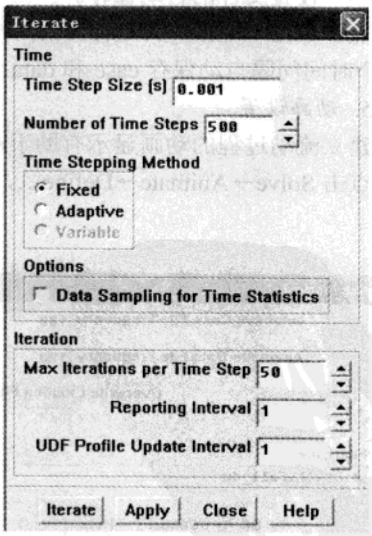


图 2-5-39　迭代设置对话框

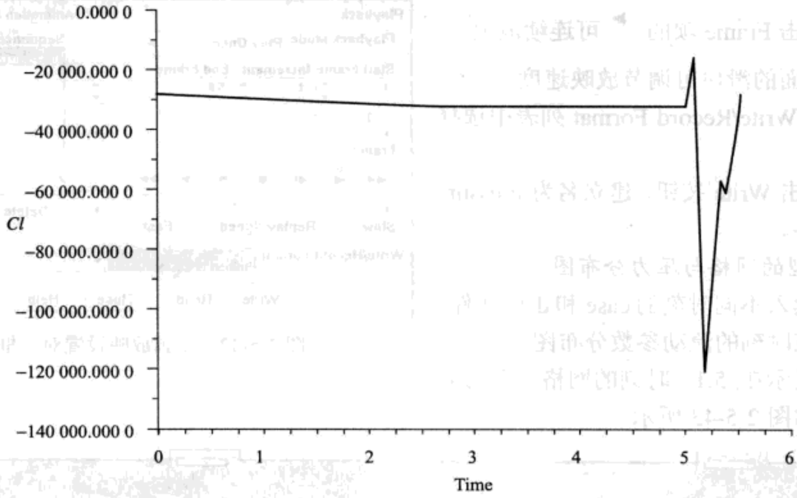


图 2-5-40　升力变化曲线图

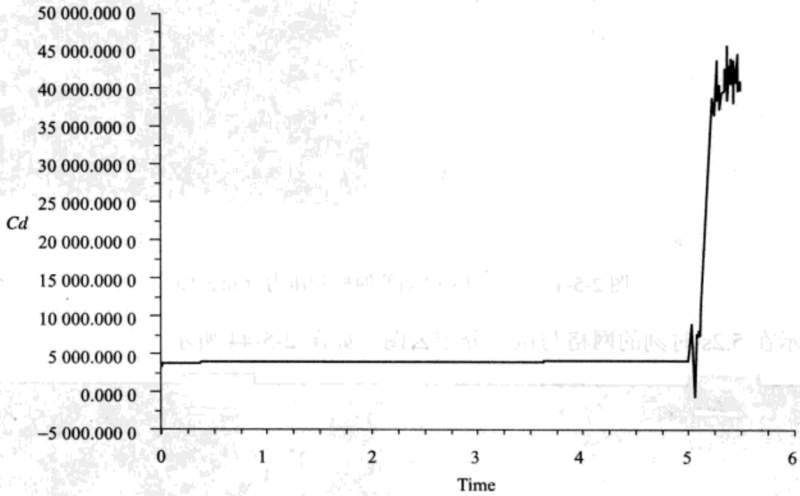


图 2-5-41　阻力变化曲线图

第 6 步：后处理

对于计算结果的处理，主要是显示计算过程中主要物理参数的变化与分布。对于动网格计算来说，网格的变化也是关注点。在此主要展示一下计算过程的网格变化和流场压力分布的变化。

1. 动画的处理

点击 Solve→Animate→Playback…，打开动画放映设置对话框，如图 2-5-42 所示。

① 点击 Frame 项的 ▮▶ 可单画面显示。

② 点击 Frame 项的 ▶ 可连续放映。

③ 下面的滑块可调节放映速度。

④ 在 Write/Record Format 列表中选择 MPEG。

⑤ 点击 Write 按钮，建立名为 Pressure 的动画文件。

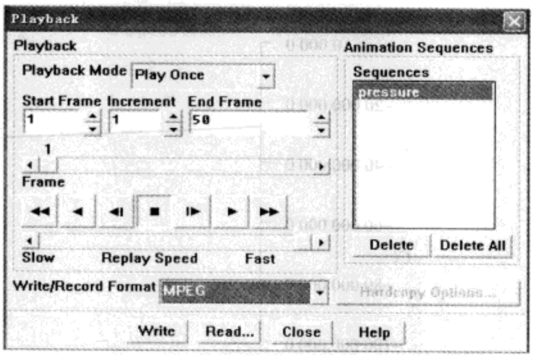
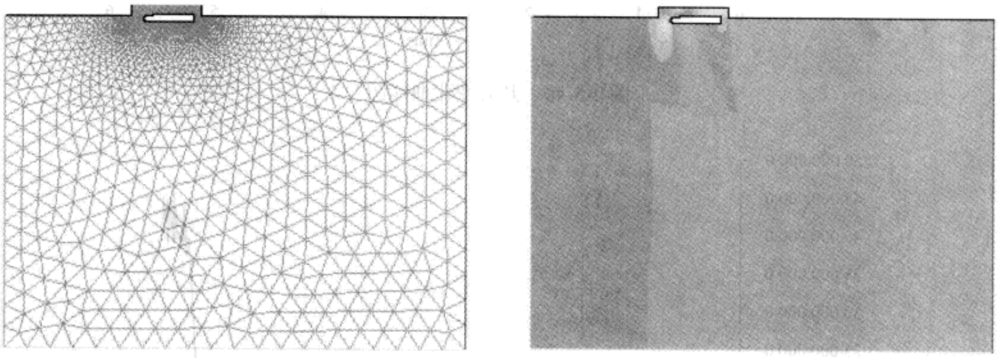


图 2-5-42　动画放映设置对话框

2. 典型的网格与压力分布图

通过读入不同时刻的 case 和 data 文件，可显示相应时刻的流动参数分布图。

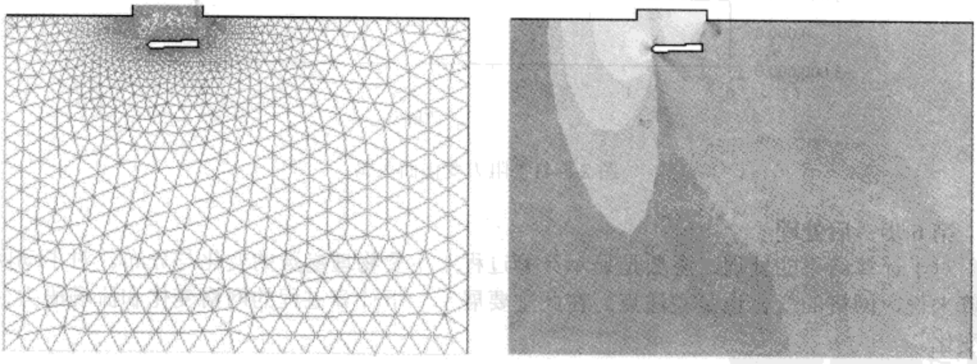
（1）显示在 5.1s 时刻的网格与压力分布云图，如图 2-5-43 所示。



（a）　　（b）

图 2-5-43　$t = 5.1$ s 时刻的网格和压力分布云图

（2）显示在 5.2s 时刻的网格与压力分布云图，如图 2-5-44 所示。



（a）　　（b）

图 2-5-44　$t = 5.2$ s 时刻的网格和压力分布云图

（3）显示在 5.3 s 时刻的网格与压力分布云图，如图 2-5-45 所示。

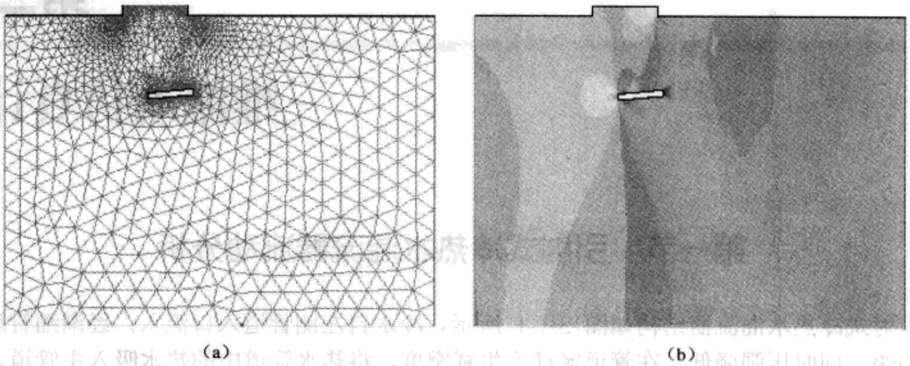


图 2-5-45　$t = 5.3$ s 时刻的网格和压力分布云图

（4）显示在 5.4 s 时刻的网格与压力分布云图，如图 2-5-46 所示。

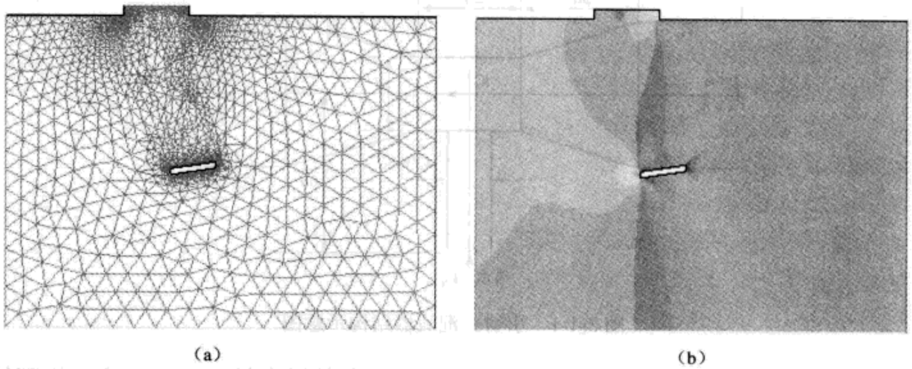


图 2-5-46　$t = 5.4$ s 时刻的网格和压力分布云图

（5）显示在 5.5 s 时刻的网格与压力分布云图，如图 2-5-47 所示。

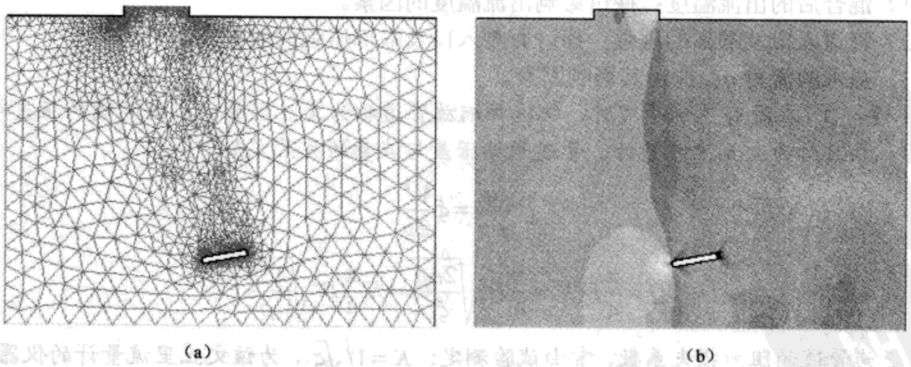


图 2-5-47　$t = 5.5$ s 时刻的网格和压力分布云图

第三章 三维流动仿真计算

第一节　引射式冷热水混流器流动分析

引射式冷热水混流器结构如图 3-1-1 所示。冷水自左侧管道入口流入，经渐缩管道后，速度加快，同时压强降低，在管道喉部产生真空度，将热水管道中的热水吸入主管道，冷热水混合后，经右侧管道流出。

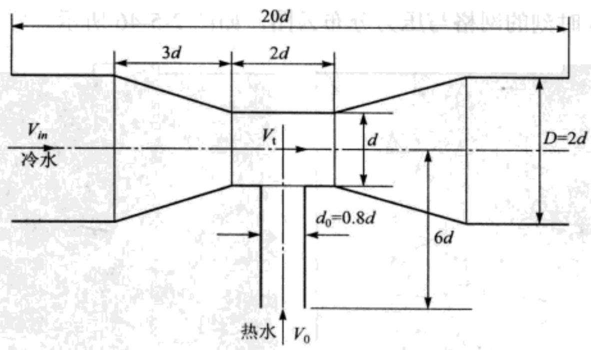


图 3-1-1　引射式混流器结构示意图

已知冷水流入速度 V_{in}=1 m/s，温度 T_{in}=300 K；喉部管道直径 d=1 cm，主管道直径 D 和喉部直径 d 之比为 2；热水管道直径 d_0=0.8 cm，热水温度 T_0=360 K，热水管道入口压强 p_0=0 Pa。用 Fluent 计算如下问题：

（1）混合后的出流温度；探讨影响出流温度的因素。

（2）管道入口及喉部的压强；探讨影响入口及喉部压强的因素。

（3）热水的流量 q；探讨其影响因素。

注： ① 在没有热水管道时，把这种缩放管道称为文丘里管，根据两端的压差可计算出流量，故又称为文丘里流量计。管道两端压差与流量的关系式如下：

$$\frac{\Delta p}{\rho g}=\xi\frac{V^2}{2g}$$

$$Q=\frac{\pi}{4}D^2V=\frac{\pi}{4}D^2\sqrt{\frac{2\Delta p}{\xi\rho}}=K\frac{\pi}{4}D^2\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

式中，ξ 为管道的阻力损失系数，常由试验测定；$K=1/\sqrt{\xi}$，为该文丘里流量计的仪器系数，是实际流量与理论流量之比，也是由试验测定的。

② 本装置与文丘里管相比增加了一个热水管道，因此上述文丘里管的计算公式及结果是否仍然适用是一个重要的研究内容。

第 1 步：建立三维模型

1. *启动 Gambit*

（1）在 D 盘根目录下建立名为 mixture 的文件夹。

（2）启动 Gambit 并将 mixture 作为当前工作目录。

（3）建立名为 mix 的工程文件。

点击 File→New，打开新建文件对话框，如图 3-1-2 所示。在 ID 右侧填入 mix，点击 Accept，点击 OK。

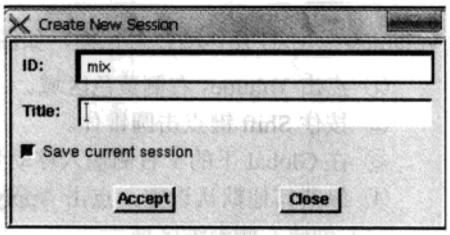
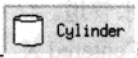


图 3-1-2 创建新文件对话框

2. *建立主流管道*

（1）建立长为 2，直径为 1 的喉部区域。

点击 Geometry Command Button  →Volume Command Bottom  →Create Volume  _ 

，打开创建圆柱体对话框，如图 3-1-3 所示。

① 在 Height 右侧输入圆柱体长度 2。

② 在 Radius 1 右侧输入圆柱体半径 0.5。

③ 在 Axis Location 右侧下拉列表中选择 Centered X。

④ 点击 Apply 按钮。

（2）创建左侧渐缩区域。

点击 Geometry Command Button  →Volume Command Bottom  →Create Volume  _ 

，打开创建圆锥体对话框，如图 3-1-4 所示。

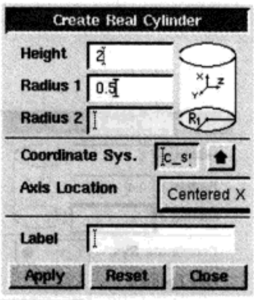


图 3-1-3 创建圆柱体对话框

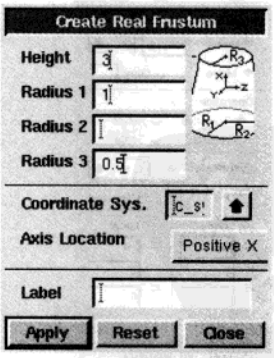


图 3-1-4 创建圆锥体对话框

① 在 Height 右侧输入圆锥长度 3。

② 在 Radius 1 右侧输入底半径 1。

③ 在 Radius 3 右侧输入顶半径 0.5。
④ 在 Axis Location 右侧下拉列表中选择 Positive X。
⑤ 点击 Apply 按钮。
（3）移动圆锥体。

点击 Geometry Command Button →Volume Command Bottom →Move/Copy/Align Volumes ，打开移动体对话框，如图 3-1-5 所示。

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。
② 按住 Shift 键点击圆锥体。
③ 在 Global 下的 x 右侧输入移动量–4。
④ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮，点击 Close 按钮。
（4）创建右侧渐缩区域。
建立 Height=3，Radius1=0.5，Radius3=1 的圆锥体；将此圆锥体右移 1（沿 x 轴正向）。
（5）创建左侧入水管道和右侧出水管道。
① 确定在 Axis Location 右侧为 Centered X。
② 创建直径为 2，长为 6 的圆柱体（以 x 轴为中心轴）。
③ 选用 Copy 命令，沿 x 负方向 7 个单位复制该圆柱体。
④ 选用 Move 命令，将中心处的圆柱沿 x 正方向移动 7 个单位。

3. 建立热水管

创建长为 6，直径为 0.8 的圆柱体，对话框如图 3-1-6 所示。
① 在 Height 右侧输入圆柱体长度 6。
② 在 Radius 1 右侧输入圆柱体半径 0.4。
③ 确定在 Axis Location 右侧为 Negative Y。
④ 点击 Apply 按钮。
所建立的管道如图 3-1-7 所示。

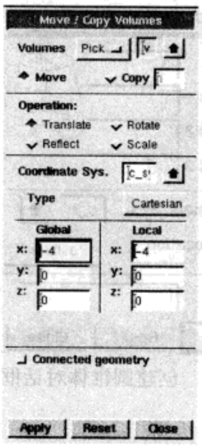


图 3-1-5 移动体对话框

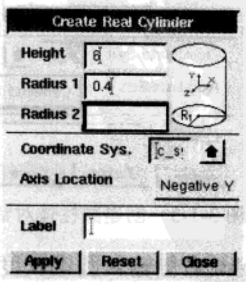


图 3-1-6 创建圆柱体对话框

4. 分割管路

现在已创建了 6 个体，构成一个流动区域，这需要将这些体合并成一个整体。考虑到喉部附近网格应划分得密一些，还需把整体进行切割。

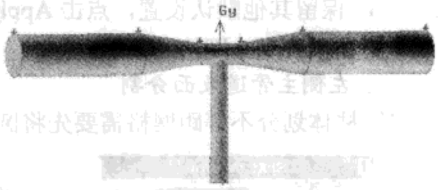


图 3-1-7　混流器流域图

（1）合并并保留原来的 6 个体。

点击 Geometry Command Button → Volume Command Bottom → Boolean Operations，打开合并体对话框，如图 3-1-8 所示。

① 点击 Volumes 右侧箭头，打开体选择体对话框，如图 3-1-9 所示。

② 点击 All 按钮，点击 Close 按钮。

③ 选择 Retain。

④ 点击 Apply 按钮。

（2）删除不需要的体。

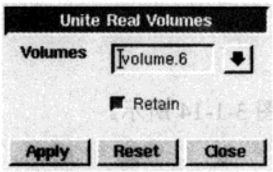


图 3-1-8　合并体对话框

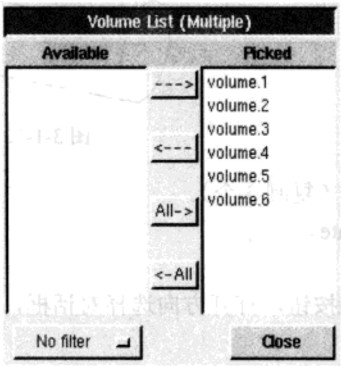


图 3-1-9　选择体对话框

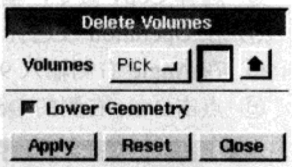


图 3-1-10　删除体对话框

点击 Geometry Command Button →Volume Command Bottom →Delete Volumes，打开删除体对话框，如图 3-1-10 所示。保留喉部管道（Volume.1）及合并后的体（Volume.7），删除其他的体。

（3）用喉部小圆柱体将整个流域分割。

点击 Geometry Command Button →Volume Command Bottom →Split/Merge Volumes，打开分割体对话框，如图 3-1-11 所示。

① 在 Volume 右侧选择被分割的体（整个流域）。

② 在 Split With 右侧下拉列表中，选择 Volume（Real）。

③ 在下面的 Volume 右侧选择分割体（喉部小区域）。

④ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

第 2 步：划分网格

1. *左侧主管道表面分割*

圆柱体划分不等距网格需要先将圆柱表面分为 4 个部分。

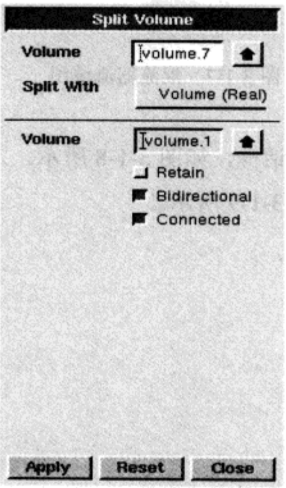


图 3-1-11　分割体对话框

（1）连接左侧入水口直管道两端上的两个点（如图 3-1-12 所示；注意线段方向，由右向左指向 x 的反方向）。

（2）将此线段绕 x 轴复制 3 次，每两条线相隔 90°，复制设置如图 3-1-13 所示。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击所创建的线。

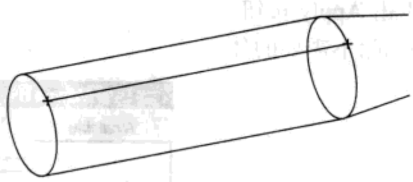


图 3-1-12　左侧入水管道

③ 选择 Copy 命令，输入 3（复制 3 个）。

④ 在 Operation 项选择 Rotate。

⑤ 在 Angle 右侧输入 90。

⑥ 点击 Axis 右侧的 Define 按钮，打开方向选择对话框，如图 3-1-14 所示。

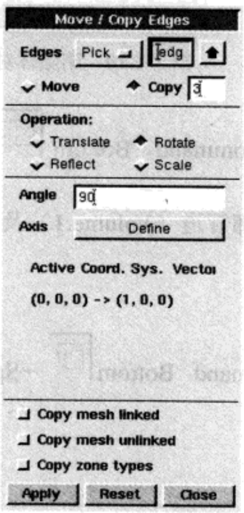


图 3-1-13　复制线对话框

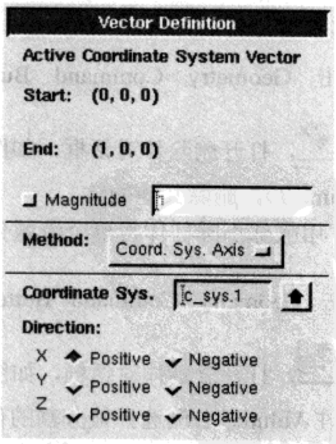
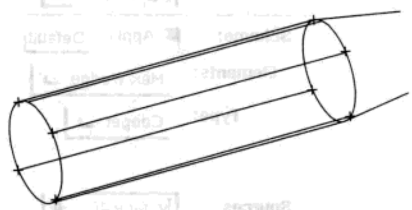


图 3-1-14　方向选择对话框

⑦ 在 Direction 项选择 X Positive，点击 Apply，点击 Close。
⑧ 点击复制线对话框的 Apply，点击 Close。
此时所创建的圆柱面如图 3-1-15 所示。
（3）用这 4 条线将圆柱面分割开。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Split/Merge/Collapse Faces，打开面分割对话框，如图 3-1-16 所示。
① 点击 Face 右侧黄色区域。
② 按住 Shift 键点击被分割的面。
③ 在 Split with 右侧下拉列表中选择 Edges（Virtual）。
④ 点击 Edges 右侧黄色区域。
⑤ 按住 Shift 键点击分割线（一次只选一条）。
⑥ 点击 Apply 按钮。


图 3-1-15　入水管段图

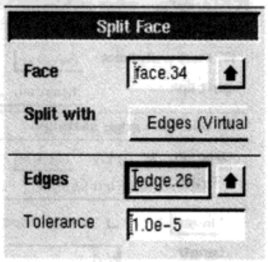


图 3-1-16　面分割对话框

重复上述操作，直到用这 4 条线将圆柱面分为 4 份。
（4）用同样的方法将右侧出水直管道圆柱面分割开（线段指向 x 的正方向）。
最后所创建的区域如图 3-1-17 所示。

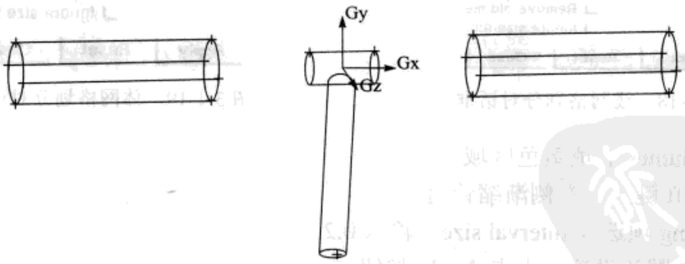


图 3-1-17　管道流域分割图

（5）将右侧等经管道上的直线进行网格节点划分，线段方向指向右（x 正方向），节点个数为 24，首间距为 0.2。

点击 Mesh Command Button →Edge Command Button →Mesh Edges，打开线网

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

格划分对话框，如图 3-1-18 所示。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键依次点击右侧等经管道上的 4 条直线。

③ 在 Type 右侧下拉列表中选择 First Length。

④ 在 Length 右侧输入 0.2。

⑤ 在 Spacing 项选择 interval Count，输入 24。

⑥ 点击 Apply 按钮。

2. 左侧主管道线网格划分

将左侧等经管道上的直线进行网格节点划分，线段方向指向左（x 负方向），节点个数为 24，首间距为 0.2。

3. 左侧、右侧主管道网格划分

点击 Mesh Command Button →Volume Command Button →Mesh Volumes ，打开体网格划分对话框，如图 3-1-19 所示。

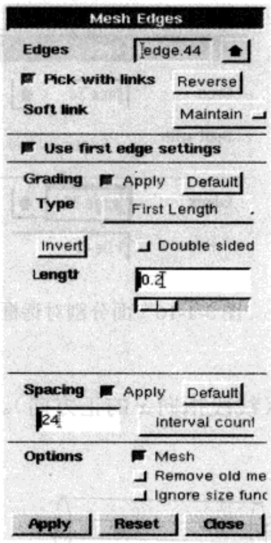


图 3-1-18　线网格划分对话框

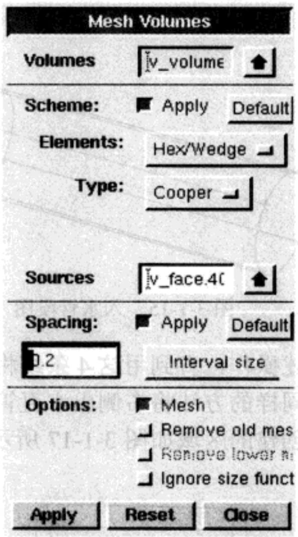


图 3-1-19　体网格划分对话框

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击左侧渐缩管道。

③ 在 Spacing 项选择 interval size，输入 0.2。

④ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

用同样的设置对右侧渐扩管道进行网格划分。

4. 热水管道网格划分

（1）选择热水管道。

（2）在 interval size 左侧输入 0.1。

（3）如图 3-1-20 所示，保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

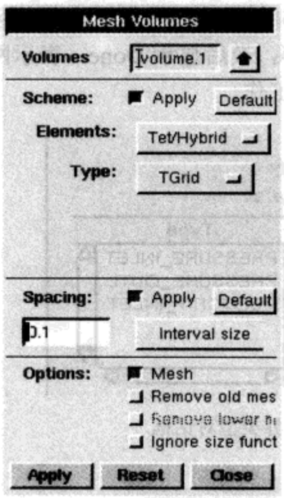


图 3-1-20　体网格划分对话框

5. 冷热水汇合区域网格划分

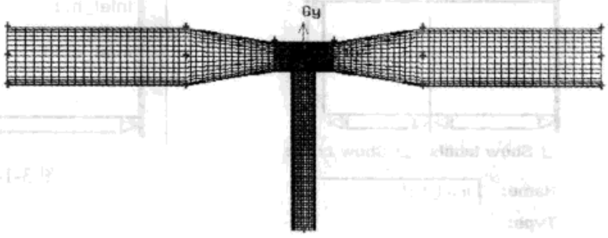
在体网格划分对话框中进行如下操作。

（1）选择管道喉部区域。

（2）在 interval size 左侧输入 0.1。

（3）保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

最后网格划分如图 3-1-21 所示。


图 3-1-21　管道流域网格图

第 3 步：边界类型

点击 Zones Command Button→Specify Boundary Types Button，打开边界类型设置对话框，如图 3-1-22 所示。

（1）小管端为热水压力入口，取名为 inlet_hot。

① 在 Action 项为 Add。

② 在 Name 项输入 inlet_hot。

③ 在 Type 项的下拉列表中选择 Pressure_inlet。

④ 点击 Edges 右侧黄色区域。

⑤ 按住 Shift 键点击热水入口管道的入口断面。

⑥ 点击 Apply 按钮。

（2）左端为冷水速度入口，取名 inlet_cold。

（3）右端为压力出口，取名为 outlet。

最后的边界名称及类型如图 3-1-23 所示。

（4）输出网格并保存文件。

点击 File→Export→Mesh…，输出网格文件名为 mix.msh。

（5）点击 File→Exit，保存文件并退出 Gambit。

第 4 步：启动 Fluent 进行计算

1. 启动 Fluent-3d 求解器

双击 Fluent 图标后打开 Fluent 启动对话框，如图 3-1-24 所示，选择 3d，点击 Run 按钮。

2. 读入网格

点击 File→read→Case…，选择 D 盘 Mixture 文件夹中的 mix.msh 文件。

3. 网格检查

点击 Grid→Check，工作窗口显示网格检查结果如图 3-1-25 所示，其中显示出流动区域的范围、网格最小体积、最大体积和总体积以及网格面积信息等，最后显示 Done，表示网格通过检查，可以进行下一步工作。

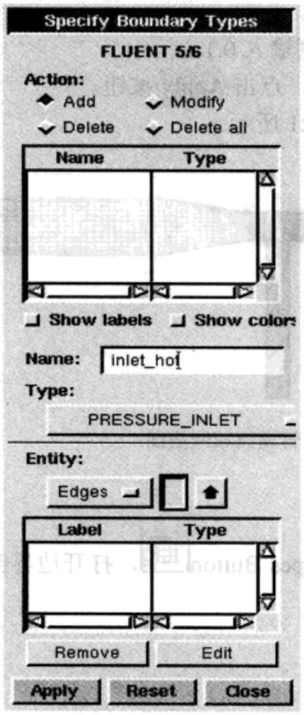


图 3-1-22　边界类型设置对话框

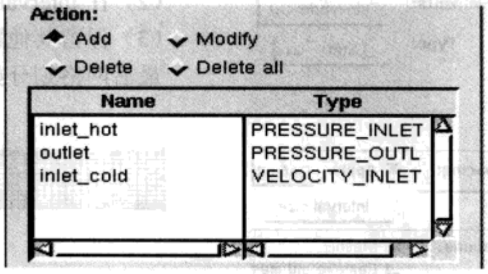
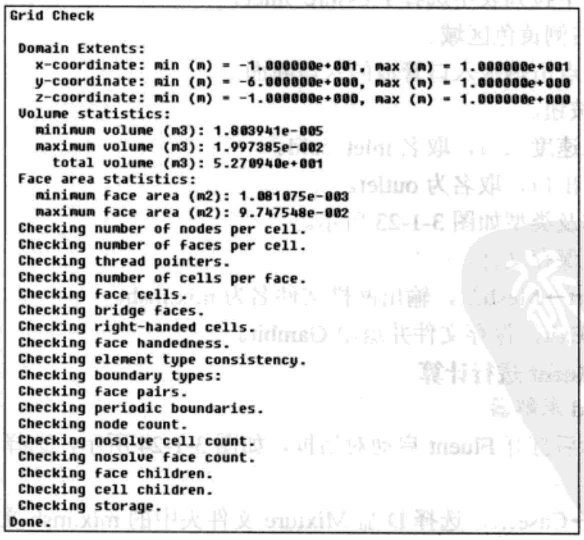


图 3-1-23　边界类型对话框



图 3-1-24　Fluent 启动对话框



```
Grid Check

 Domain Extents:
   x-coordinate: min (m) = -1.000000e+001, max (m) = 1.000000e+001
   y-coordinate: min (m) = -6.000000e+000, max (m) = 1.000000e+000
   z-coordinate: min (m) = -1.000000e+000, max (m) = 1.000000e+000
 Volume statistics:
   minimum volume (m3): 1.803941e-005
   maximum volume (m3): 1.997385e-002
     total volume (m3): 5.270940e+001
 Face area statistics:
   minimum face area (m2): 1.081075e-003
   maximum face area (m2): 9.747548e-002
 Checking number of nodes per cell.
 Checking number of faces per cell.
 Checking thread pointers.
 Checking number of cells per face.
 Checking face cells.
 Checking bridge faces.
 Checking right-handed cells.
 Checking face handedness.
 Checking element type consistency.
 Checking boundary types:
 Checking face pairs.
 Checking periodic boundaries.
 Checking node count.
 Checking nosolve cell count.
 Checking nosolve face count.
 Checking face children.
 Checking cell children.
 Checking storage.
Done.
```

图 3-1-25　网格检查反馈信息

4. 网格信息

点击 Grid→Info→Size，网格信息如图 3-1-26 所示。显示有 20 738 个单元、56 405 个面和 16 142 个网格节点。

Grid Size

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	20738	56405	16142	1

图 3-1-26 网格信息

5. 确定长度单位

点击 Grid→Scale...，打开长度单位设置对话框，如图 3-1-27 所示。

① 在 Unit Conversion 项的 Grid Was Created In 右侧下拉列表中选择 cm，表示流动区域的长度单位为 cm。

② 点击 Change Length Units。

③ 点击下面的 Scale，点击 Close。

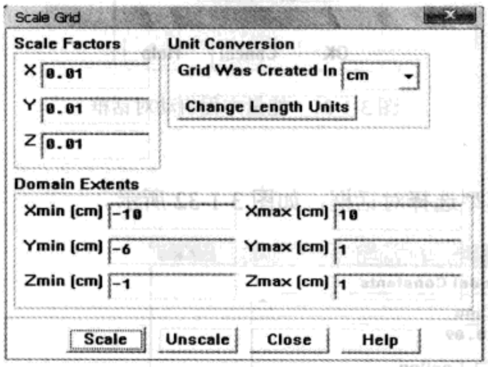


图 3-1-27 长度单位设置对话框

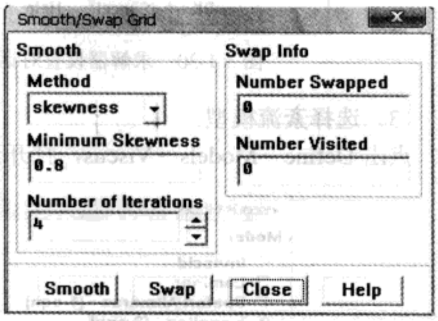


图 3-1-28 网格光滑对话框

6. 网格光滑处理

点击 Grid→Smooth/Swap...，打开网格光滑操作对话框，如图 3-1-28 所示。反复点击 Swap 和 Smooth 按钮，直到点击 Swap 时主窗口显示 Number faces swapped：0 为止（见图 3-1-29）。

```
Number faces swapped: 0
Number faces visited: 102
No nodes moved, smoothing complete.
Done.
```

图 3-1-29 网格光滑反馈信息

7. 求解器参数设置

（1） 求解器设置。

点击 Define→Models→Solver...，打开求解器设置对话框，如图 3-1-30 所示。

① 在 Solver 项选择 Segregated。

② 在 Formulation 项选择 Implicit。

③ 在 Space 项为 3D。

④ 在 Time 项为 Steady（定常流动）。

⑤ 保留默认设置，点击 OK 按钮。

（2）启动能量方程。

点击 Define→Models→Energy…，打开能量方程启动对话框，如图 3-1-31 所示。选择 Energy Equation，点击 OK 按钮。

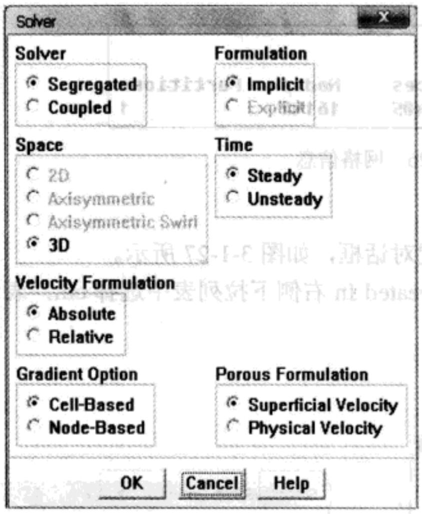


图 3-1-30　求解器设置对话框

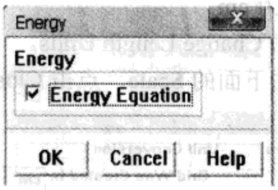


图 3-1-31　能量方程启动对话框

（3）选择紊流模型。

点击 Define→Models→Viscus，打开紊流模型选择对话框，如图 3-1-32 所示。

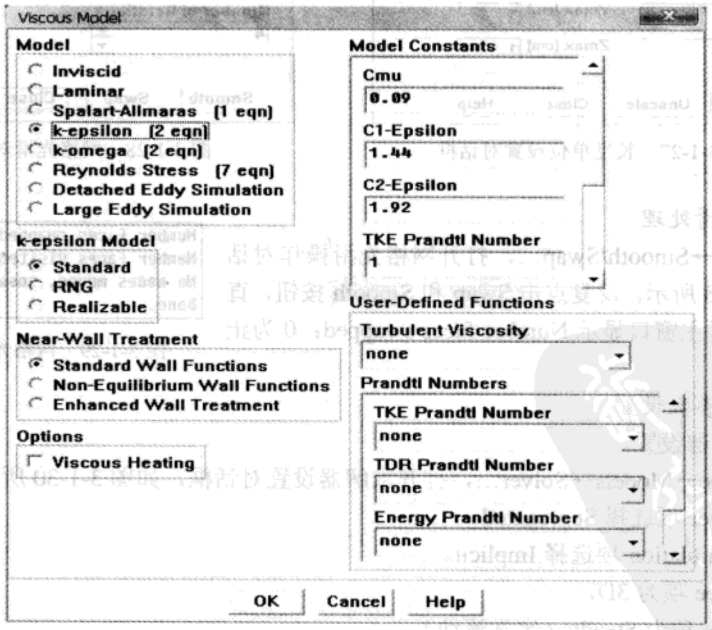


图 3-1-32　紊流模型选择对话框

Fluent 提供了 inviscid（理想流体模型）、Laminar（层流流动模型）、Spalart-Allmaras ［1 eqn］（S-A 一方程紊流模型）、k-epsilon［2 eqn］（k-ε二方程紊流模型）等。

流动是层流还是紊流，可由雷诺数来判断。雷诺数 $Re=\frac{\rho VD}{\mu}$，设水流速度为 1 m/s，则流动雷诺数为 $Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{1\,000\times1\times0.02}{0.001}=2\times10^4>2\,000$，属于紊流流动。

紊流模型的选择对计算结果的正确性很重要，对于本题目，建议选择标准的 k–ε二方程紊流模型。

① 在 Model 项选择 k-epsilon［2 eqn］。
② 在 k-epsilon Model 项选择 Standard。
③ 在 Near-Wall Treatment 项选择 Standard Wall Functions。
④ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

8. 流体材料设置

点击 Define→Materials…，打开材料设置对话框。

① 点击右侧 Fluent Database…，打开流体材料库如图 3-1-33 所示。

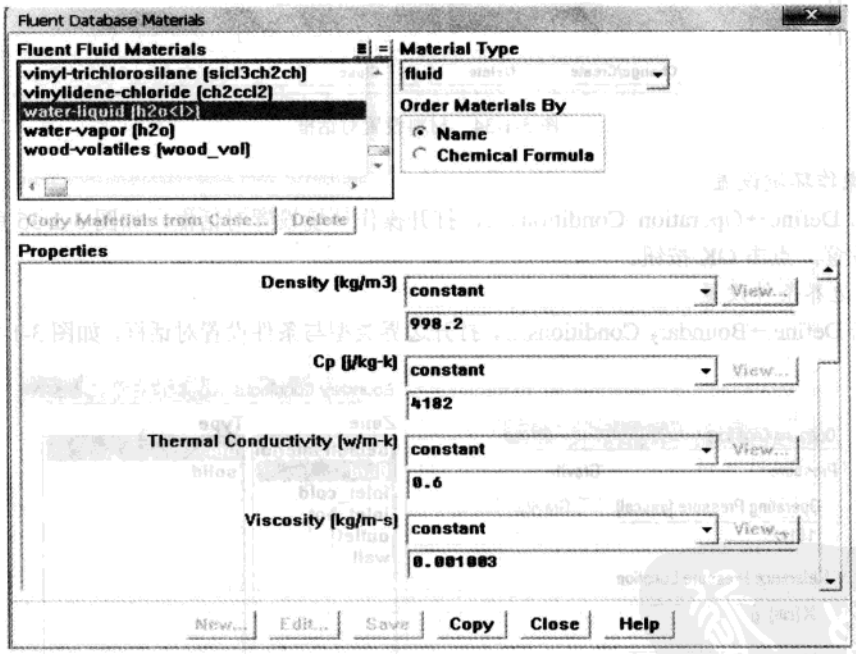


图 3-1-33　Fluent 材料库

② 在 Fluent Fluid Materials 下拉列表中选择 water-liquid［h2o〈1〉］。
③ 点击 Copy，点击 Close；

此时材料设置对话框如图 3-1-34 所示。

④ 在 Density ［kg/m3］项选择 constant，并输入 1 000。

⑤ 在 Viscosity［KG/M-S］项选择 constant，并输入 0.001。

⑥ 点击 Change/Create 按钮，点击 Close。

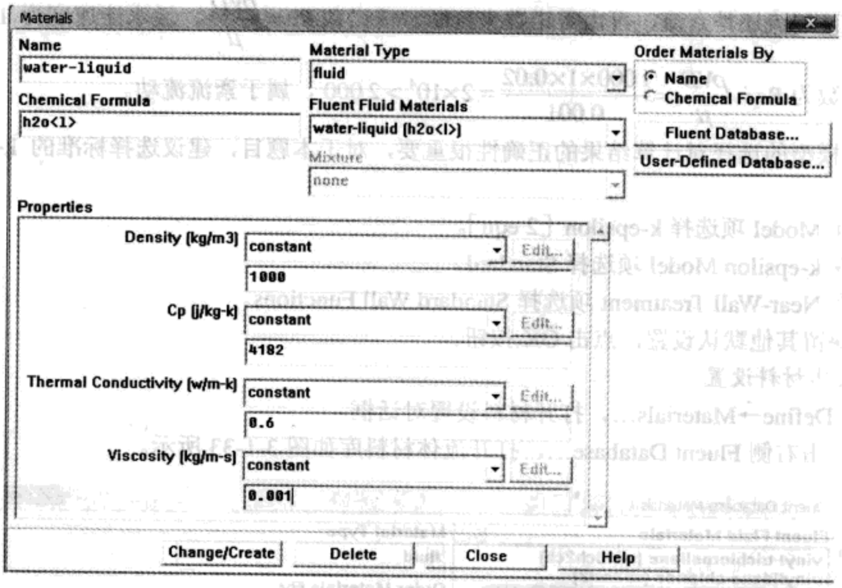


图 3-1-34　材料设置对话框

9. 操作环境设置

点击 Define→Operation Conditions…，打开操作环境设置对话框，如图 3-1-35 所示。保留默认设置，点击 OK 按钮。

10. 边界条件设置

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界类型与条件设置对话框，如图 3-1-36 所示。

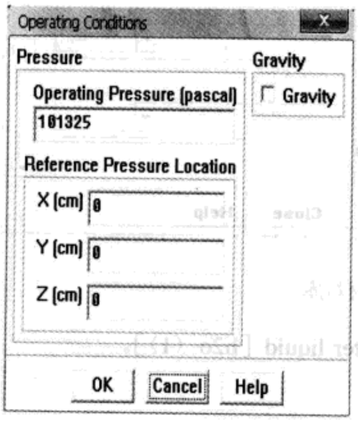


图 3-1-35　环境设置对话框

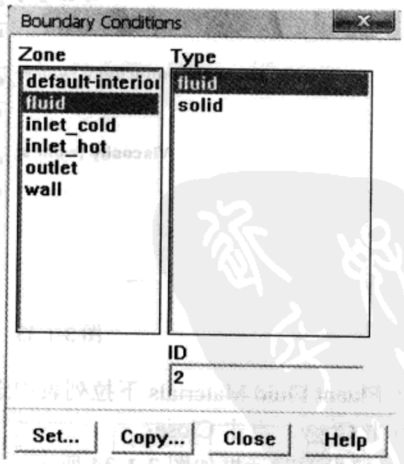


图 3-1-36　边界条件设置对话框

（1）确定流域中的流体材料为水。

① 在 Zone 项选择 fluid。

② 在 Type 项选择 fluid，点击 Set...按钮，打开流体材料选择对话框，如图 3-1-37 所示。

③ 在 Material Name 项下拉列表中选择 water-liquid。

④ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

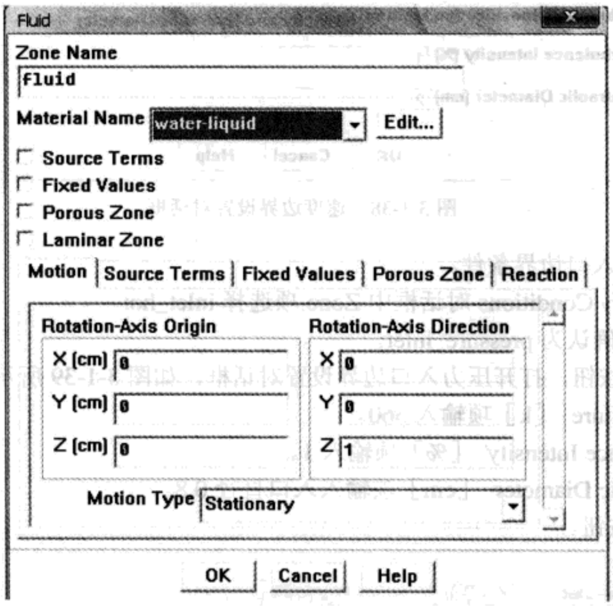


图 3-1-37 材料选择对话框

（2）冷水入口边界条件设置。

① 在 Boundary Conditions 对话框中 Zone 项选择 inlet_cold。

② 在 Type 项确认为 velocity_inlet。

③ 点击 Set...按钮，打开速度边界设置对话框，如图 3-1-38 所示。

④ 在 Velocity Specification Method 项确认为 Magnitude，Normal to Boundary（输入速度大小，速度方向垂直于边界面）。

⑤ 在 Velocity Magnitude ［m/s］项输入 1。

⑥ 在 Temperature ［k］项输入 300。

⑦ 在 Turbulence Specification Method 下拉列表中选择 Intensity and Hydraulic Diameter（紊流强度与水力直径）。

⑧ 在 Turbulence Intensity ［%］项输入 1。

⑨ 在 Hydraulic Diameter ［cm］项输入入口直径 2。

⑩ 点击 OK 按钮。

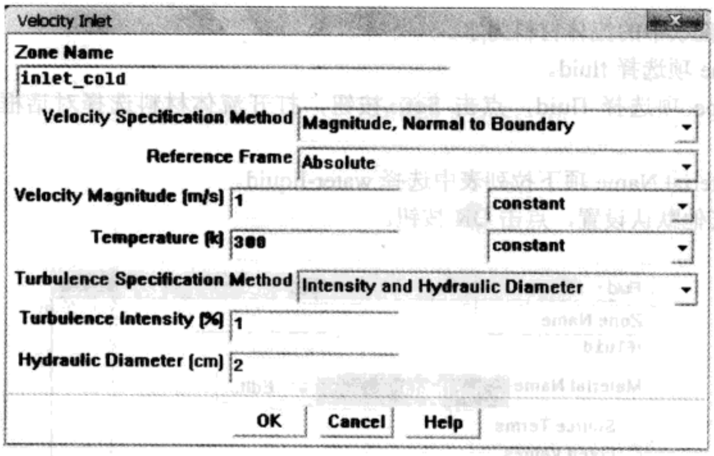


图 3-1-38　速度边界设置对话框

(3) 设置热水入口边界条件。

① 在 Boundary Conditions 对话框中 Zone 项选择 inlet_hot。

② 在 Type 项确认为 pressure_inlet。

③ 点击 Set...按钮，打开压力入口边界设置对话框，如图 3-1-39 所示。

④ 在 Temperature ［k］项输入 360。

⑤ 在 Turbulence Intensity ［%］项输入 1。

⑥ 在 Hydraulic Diameter ［cm］项输入入口直径 0.8。

⑦ 点击 OK 按钮。

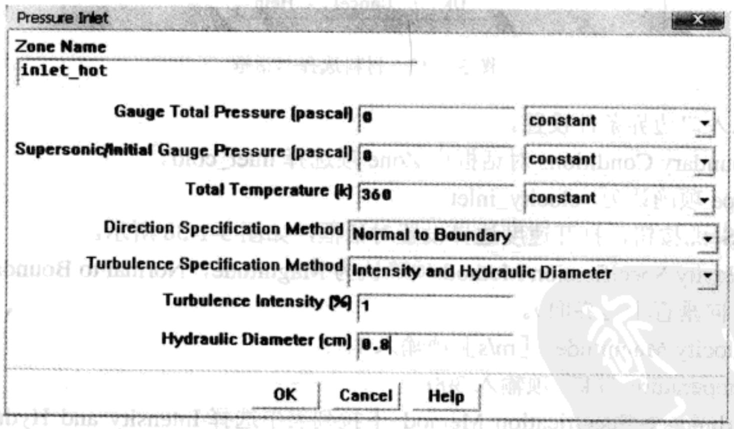


图 3-1-39　压力入口边界设置对话框

(4) 冷热水混合后的出流口边界条件设置。

① 在 Boundary Conditions 对话框中 Zone 项选择 outlet。

② 在 Type 项确认为 pressure_outlet。

③ 点击 Set...按钮，打开压力出口边界设置对话框。
④ 在 Temperature ［k］项输入 300。
⑤ 在 Turbulence Intensity ［%］项输入 1。
⑥ 在 Hydraulic Diameter ［cm］项输入入口直径 2。
⑦ 点击 OK 按钮。
（5）固壁边界条件保留默认设置。

11. *求解控制参数*

点击 Solve→Controls→Solution...，打开求解控制参数设置对话框，如图 3-1-40 所示。保留默认设置，点击 OK 按钮。

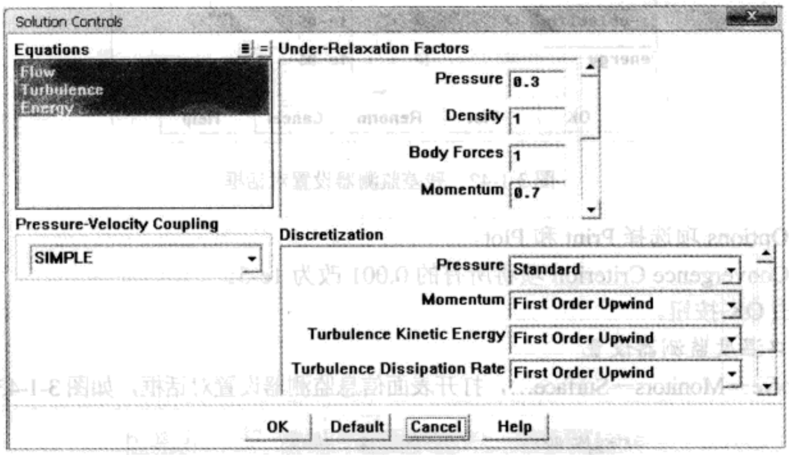


图 3-1-40 求解控制参数设置对话框

12. *流场初始化*

点击 Solve→Initialize→Initialize...，打开流场初始化对话框，如图 3-1-41 所示。在 Compute From 下拉列表中选择 inlet_cold；点击 Init 按钮；点击 Close。

13. *残差监测器设置*

点击 Solve→Monitors→Residual...，打开残差监测器设置对话框，如图 3-1-42 所示。

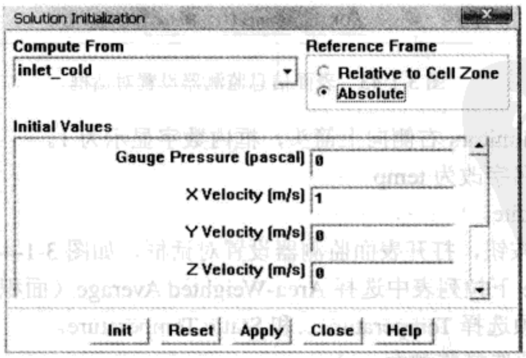


图 3-1-41 流场初始化对话框

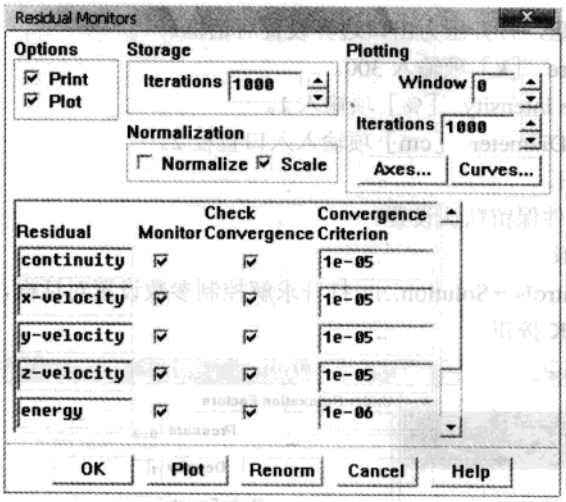


图 3-1-42　残差监测器设置对话框

① 在 Options 项选择 Print 和 Plot。

② 在 Convergence Criterion 项将所有的 0.001 改为 1e-5。

③ 点击 OK 按钮。

14. 出口温度监测器设置

点击 Solve→Monitors→Surface…，打开表面信息监测器设置对话框，如图 3-1-43 所示。

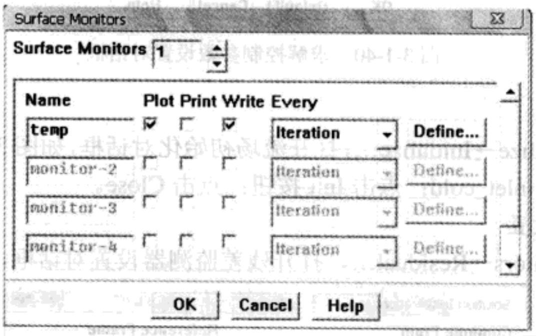


图 3-1-43　表面信息监测器设置对话框

① 点击 Surface Monitors 右侧向上箭头，框内数字显示为 1。

② 在 Name 项将名字改为 temp。

③ 选择 Plot 和 Write。

④ 点击 Define…按钮，打开表面监测器设置对话框，如图 3-1-44 所示。

（i）在 Report Type 下拉列表中选择 Area-Weighted Average（面积平均值）。

（ii）在 Report of 项选择 Temperature…和 Static Temperature。

（iii）在 Surfaces 项选择监测面 outlet。

（iv）在 File Name 项有数据文件的名字 temp.out，点击 OK 按钮。

⑤ 点击 OK 按钮，关闭表面信息监测器对话框。

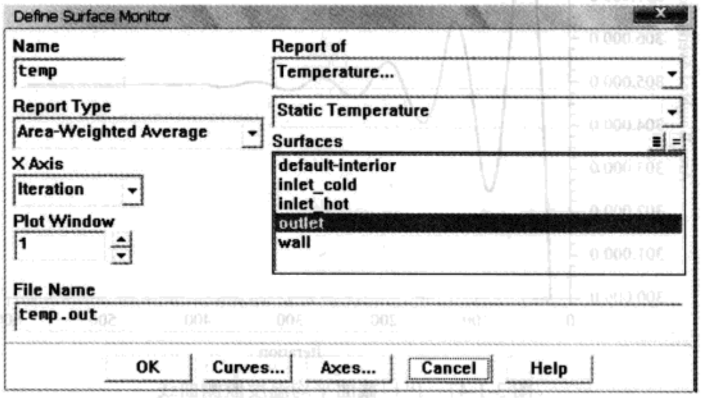


图 3-1-44　表面监测器设置对话框

15. 迭代计算

点击 Solve→Iterate...，打开迭代计算设置对话框，如图 3-1-45 所示。在 Number of Iterations 右侧输入迭代最大次数 1 000，点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

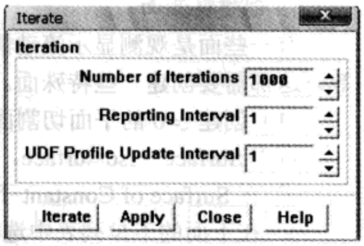


图 3-1-45　迭代计算设置对话框

迭代 578 次后计算收敛，残差监测曲线和出口截面平均温度监测曲线如图 3-1-46 和图 3-1-47 所示。由温度监测曲线可以确定，出口温度已经达到理想的稳定状态，可以确认计算结束。

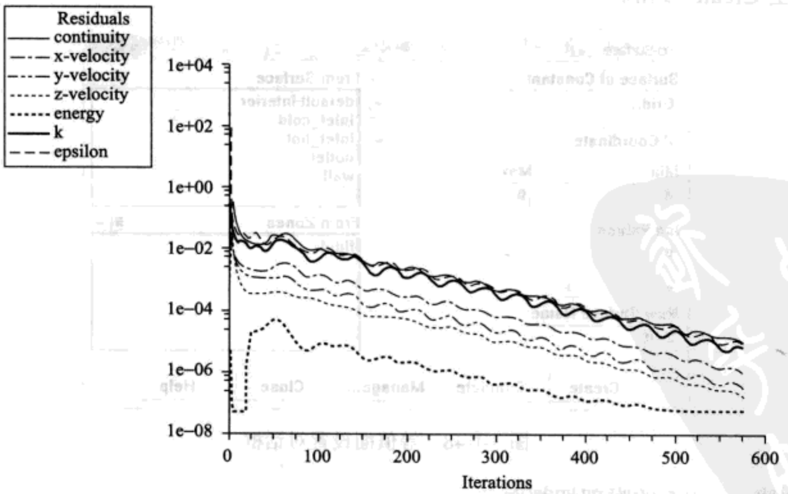


图 3-1-46　残差监测曲线

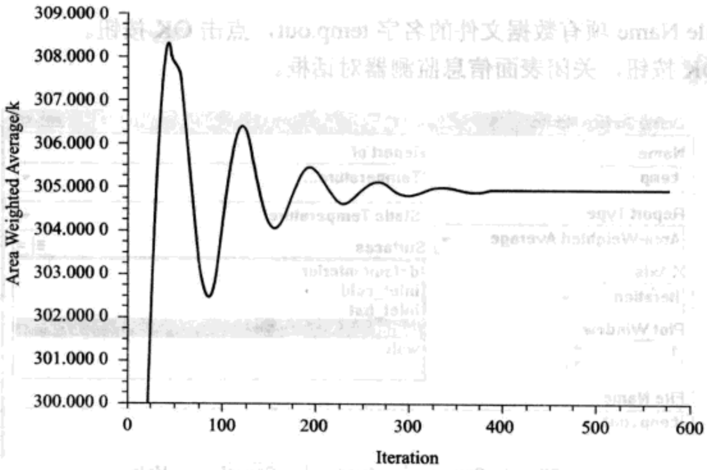


图 3-1-47　出口截面平均温度监测曲线

第 5 步：计算结果后处理

1. 创建观测面

有一些面是观测显示流动情况所必需的，比如 z=0 的平面；另外还有喉部附近流动情况等，这都需要创建一些特殊面。

（1）创建 z=0 的平面切割面。

点击 Surface→Iso-surface，打开等值面设置对话框，如图 3-1-48 所示。

① 在 Surface of Constant 下拉列表中选择 Grid…。

② 在下面的下拉列表中选择 Z-Coordinate。

③ 确认 Iso-Values 的值为 0。

④ 将 New Surface Name 下的名字改为 $z=0$。

⑤ 点击 Create 按钮。

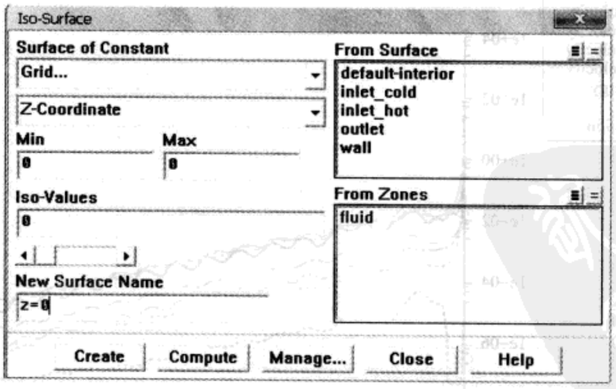


图 3-1-48　等值面设置对话框

（2）创建 $x=-0.5$ 的喉部切割面。

如图 3-1-49 所示。在 Surface of Constant 下拉列表中选择 Grid…和 X-Coordinate；设置 Iso-Values 的值为–0.5；将 New Surface Name 下的名字改为 $x = -0.5$；点击 Create 按钮。

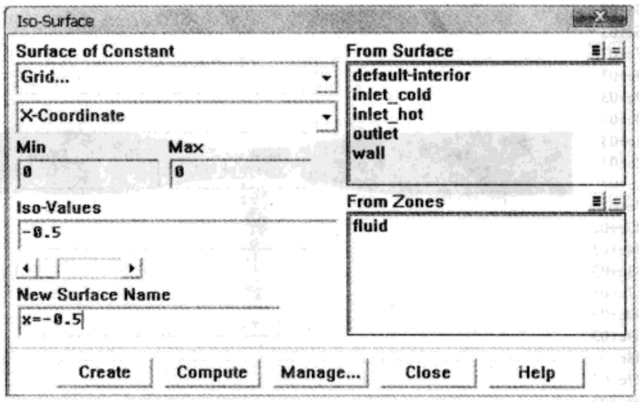


图 3-1-49　等值面设置对话框

2. 流场的压力分布、速度分布和温度分布

点击 Display→Contours，打开绘图设置对话框，如图 3-1-50 所示。

（1）流场压力分布云图。

① 在 Options 项选择 Filled。（否则仅绘制等值线）

② 在 Levels 项保留 20（分为 20 等份）。

③ 在 Contours of 下拉列表中选择 Pressure…和 Static Pressure。

④ 在 Surfaces 项选择 $z = 0$ 的平面。

⑤ 点击 Display 按钮。

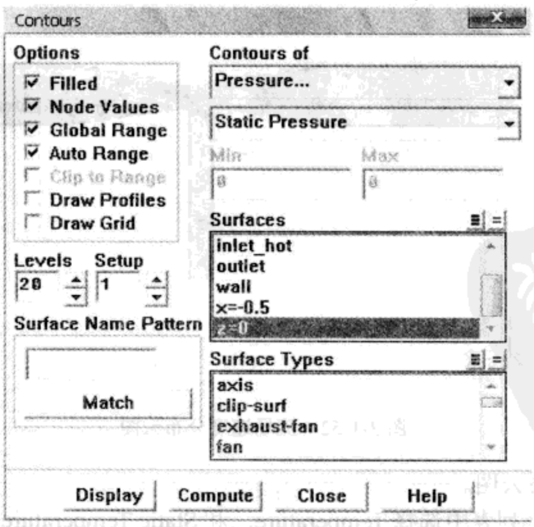


图 3-1-50　绘图设置对话框

流场压力分布云图如图 3-1-51 所示。

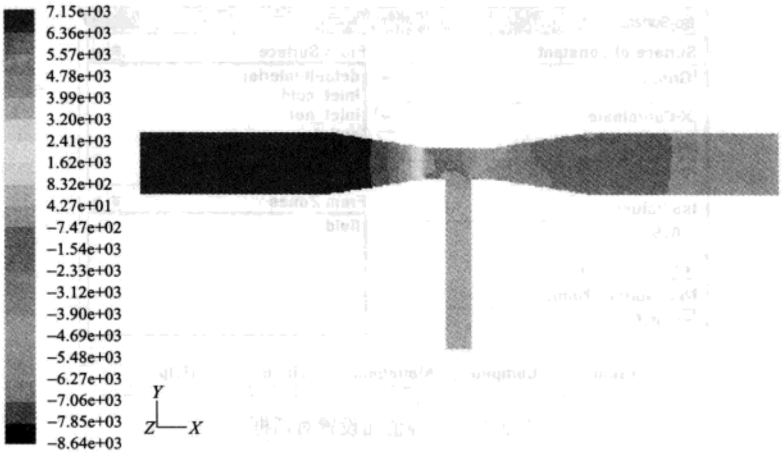


图 3-1-51　流场压力分布云图

（2）流场速度分布云图。

在 Contours of 下拉列表中选择 Velocity…和 Velocity Magnitude；在 Surfaces 项选择 z=0 的平面；点击 Display 按钮，流场速度分布云图如图 3-1-52 所示。

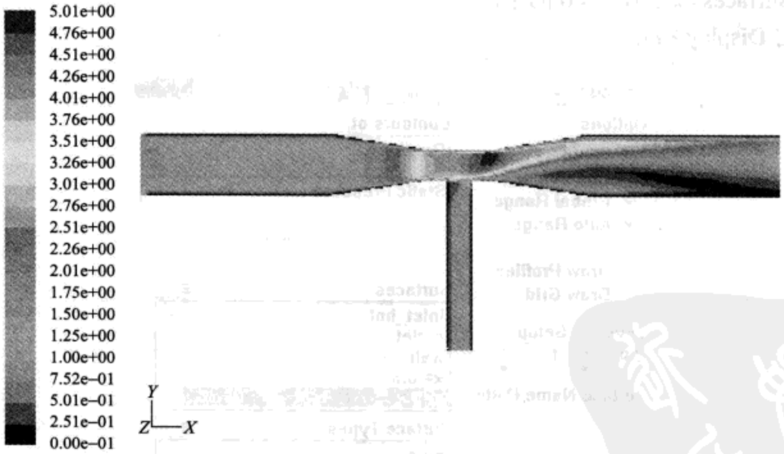


图 3-1-52　流场速度分布云图

（3）流场温度分布云图。

在 Contours of 下拉列表中选择 Temperature…和 Static Temperature；在 Surfaces 项选择 z=0 的平面；点击 Display 按钮，流场温度分布云图如图 3-1-53 所示。

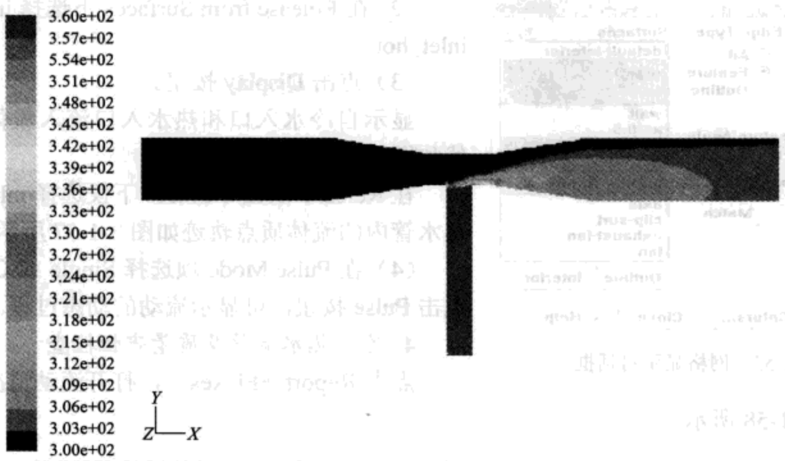


图 3-1-53 流场温度分布云图

3. 流线显示

点击 Display→Path Lines...，打开流线设置对话框，如图 3-1-54 所示。

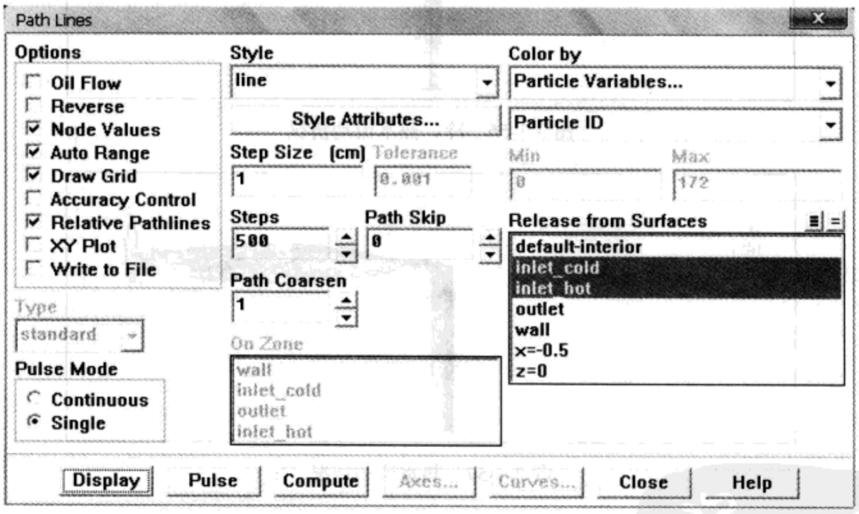


图 3-1-54 流线设置对话框

（1）在 Options 项选择 Draw Grid；打开网格显示对话框，如图 3-1-55 所示。

① 在 Options 项选择 Edges。

② 在 Edge Type 项选择 Feature。

③ 在 Surfaces 项选择 inlet_cold，inlet_hot，outlet 和 z=0 的面。

④ 点击 Display 按钮，点击 Close 按钮关闭对话框。

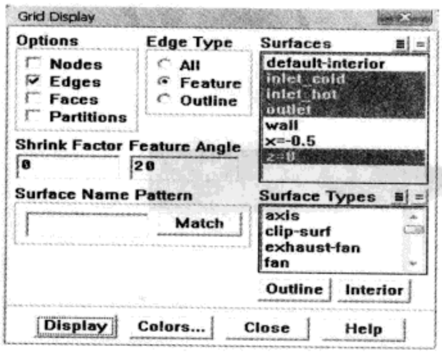


图 3-1-55　网格显示对话框

（2）在 Release from Surfaces 下选择 inlet_cold 和 inlet_hot。

（3）点击 Display 按钮。

显示自冷水入口和热水入口流入流体质点的流线如图 3-1-56 所示。

在 Release from Surfaces 下仅选择 inlet_hot 显示热水管内的流体质点轨迹如图 3-1-57 所示。

（4）在 Pulse Mode 项选择 Single 或 Continuous，点击 Pulse 按钮，可显示流动的动态过程。

4. 冷、热水流量及质量守恒检查

点击 Report→Fluxes...，打开流动情况报告对话框，如图 3-1-58 所示。

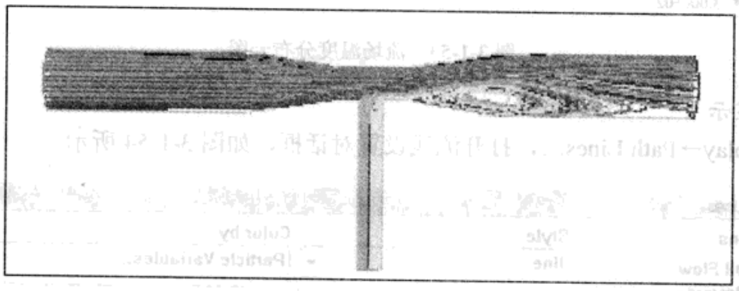


图 3-1-56　冷、热水流动情况

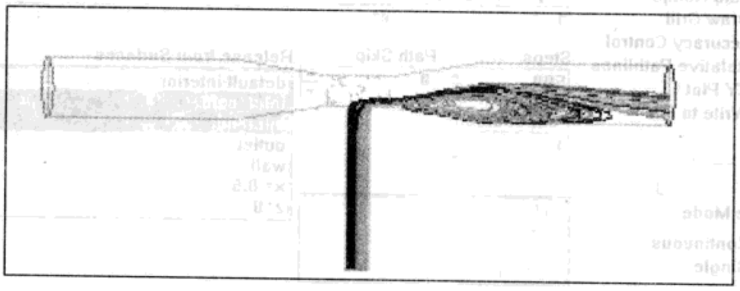


图 3-1-57　热水流动情况

① 在 Options 项选择 Mass Flow Rate。

② 在 Boundaries 项选择 inlet_cold，点击 Compute。

注意：右下角显示流入质量为 0.312 144 5 kg/s。

③ 在 Boundaries 项选择 inlet_hot，得到热水流入量为 0.025 014 72 kg/s。

④ 在 Boundaries 项选择 outlet，得到混合后水的流出量为 0.337 158 2 kg/s（显示负值是因为默认流入为正）。

冷水流入量 + 热水流入量 = 流出量

0.312 144 5+0.025 014 72 = 0.337 159 22≈0.337 158 2 kg/s

满足质量守恒定律。

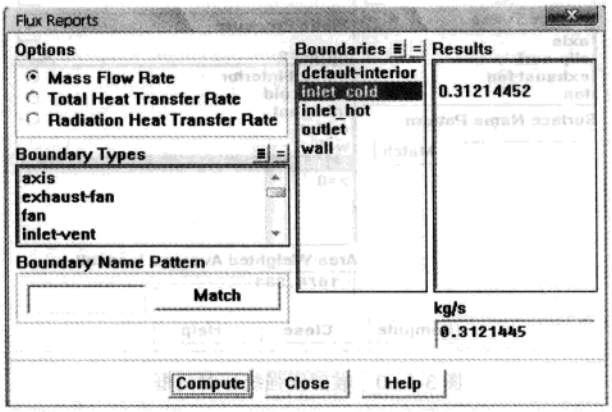


图 3-1-58 流动报告对话框

5. 出口温度、喉部压强以及入口静压强

（1）混合后的出水温度。

点击 Report→Surface Integrals，打开出口温度统计对话框，如图 3-1-59 所示。

① 在 Report Type 下拉列表中选择 Area-Weighted Average。

② 在 Field Variable 项选择 Temperature…和 Static Temperature。

③ 在 Surfaces 项选择 outlet。

④ 点击 Compute 按钮。

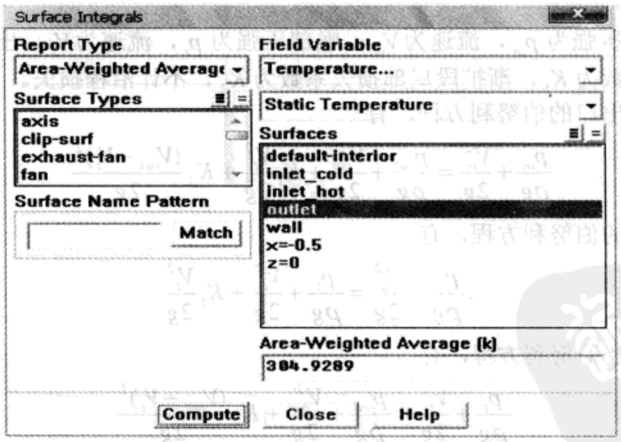


图 3-1-59 出口温度统计对话框

注意：在 Area-Weighted Average［K］下的值为出口平均温度，约为 304.9K。

（2）喉部压强（如图 3-1-60 所示）。

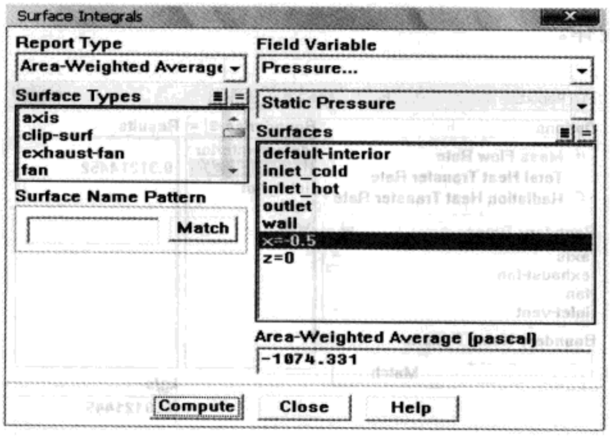


图 3-1-60　喉部压强统计对话框

① 在 Field Variable 项选择 Pressure…和 Static Pressure；

② 在 Surfaces 项选择 $x = -0.5$；点击 Compute 按钮。

➘ **注意：在 Area-Weighted Average［Pascal］下的值为喉部平均压强，约为−1 074 Pa。**

（3）冷水入口压强。

① 在 Field Variable 项选择 Pressure…和 Static Pressure。

② 在 Surfaces 项选择 inlet_cold，点击 Compute 按钮。

➘ **注意：在 Area-Weighted Average［Pascal］下的值为入口平均压强，约为 7 142 Pa。**

6. 计算结果的理论验证

本结构属于文丘里管类型，对于文丘里管有如下的理论计算。

（1）理论计算。

设冷水入口处压强为 p_{in}，流速为 V_{in}；喉部压强为 p_t，流速为 V_t，出口处压强为 p_{out}；收缩段局部损失系数为 K_1，渐扩段局部损失系数为 K_2，不计沿程损失。

列出由入口到出口的伯努利方程，有

$$\frac{p_{in}}{\rho g}+\frac{V_{in}^2}{2g}=\frac{p_{out}}{\rho g}+\frac{V_{out}^2}{2g}+K_1\frac{V_t^2}{2g}+K_2\frac{(V_{out}-V_t)^2}{2g} \tag{3-1-1}$$

列出由入口到喉部的伯努利方程，有

$$\frac{p_{in}}{\rho g}+\frac{V_{in}^2}{2g}=\frac{p_t}{\rho g}+\frac{V_t^2}{2g}+K_1\frac{V_t^2}{2g} \tag{3-1-2}$$

列出由喉部到出口的伯努利方程，有

$$\frac{p_t}{\rho g}+\frac{V_t^2}{2g}=\frac{p_{out}}{\rho g}+\frac{V_{out}^2}{2g}+K_2\frac{(V_{out}-V_t)^2}{2g} \tag{3-1-3}$$

再由连续性方程

$$\frac{\pi}{4}D^2V_{in}=\frac{\pi}{4}d^2V_t=Q=\frac{\pi}{4}D^2V_{out}$$

得到

$$V_t = \left(\frac{D}{d}\right)^2 V_{in} = \lambda^2 V_{in} = \lambda^2 V_{out} \tag{3-1-4}$$

将（3-1-4）式代入（3-1-3）式，得到

$$\frac{p_t}{\rho g} + \frac{V_t^2}{2g} = \frac{p_{out}}{\rho g} + [1+(\lambda^2-1)^2 K_2]\frac{V_{out}^2}{2g} \tag{3-1-5}$$

再代入（3-1-2）式，得到

$$\frac{p_{in}}{\rho g} + \frac{V_{in}^2}{2g} = \frac{p_{out}}{\rho g} + [1+\lambda^4 K_1 + (\lambda^2-1)^2 K_2]\frac{V_{out}^2}{2g} \tag{3-1-6}$$

设 $V_{in} = V_{out} = V$，得到

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{p_{in} - p_{out}}{\rho g} = [\lambda^4 K_1 + (\lambda^2-1)^2 K_2]\frac{V^2}{2g} = \xi\frac{V^2}{2g} \tag{3-1-7}$$

由（3-1-5）式，得到

$$\frac{p_t}{\rho g} = \frac{p_{out}}{\rho g} + [1+(\lambda^2-1)^2 K_2 - \lambda^4]\frac{V^2}{2g} = \frac{p_{out}}{\rho g} + \xi_1\frac{V^2}{2g} \tag{3-1-8}$$

查阅资料得知对于渐缩管道常取 $K_1 = 0.04$；对于扩张角约为 19° 的渐扩段（Gibson 的试验曲线如图 3-1-61 所示），$K_2 \approx 0.35$；管道直径与喉部直径的比 $\lambda = 2$，代入（3-1-7）、（3-1-8）式，得到

$$\xi = \lambda^4 K_1 + (\lambda^2-1)^2 K_2 = 3.79$$

$$\xi_1 = 1+(\lambda^2-1)^2 K_2 - \lambda^4 = -11.85$$

$$p_{in} - p_{out} = \frac{1}{2}\xi\rho V^2 = 1\,895 V^2 \text{ Pa}$$

$$p_t - p_{out} = \frac{1}{2}\xi_1\rho V^2 = -5\,925 V^2 \text{Pa}$$

考虑到出水口压强为 0，冷水流入速度为 1 m/s，得到

$$p_{in} = 1\,895\text{ Pa}, \qquad p_t = -5\,925\text{ Pa}$$

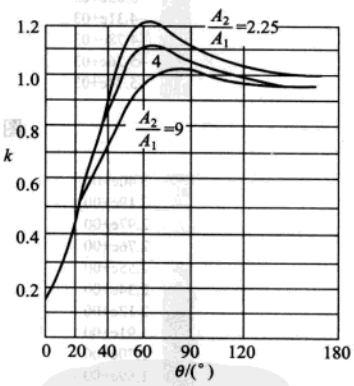


图 3-1-61　渐扩管道局部损失曲线

（2）Fluent 计算。

由 Fluent 计算结果，在有热水支流管的情况下，$p_{in} = 7\,142$ Pa，$p_t = -1\,074$ Pa，差别很大。为此，将热水支流管去掉，重新计算，验证计算方法的正确性是很有必要的。

启动 Gambit，读入 mix.dbs 文件，删除热水管道，输出网格文件，文件名为 mix_wql.msh。启动 Fluent，读入该网格文件，对入口和出口及 Fluent 其他参数进行类似的设置，冷水入流速度为 1 m/s，利用 Fluent 进行计算，结果如下。

迭代 99 次后计算收敛，残差收敛曲线如图 3-1-62 所示；对称平面上的压力分布如图 3-1-63 所示；对称平面上的速度分布如图 3-1-64 所示。将 case 文件和 data 文件保存为 mix_wql。

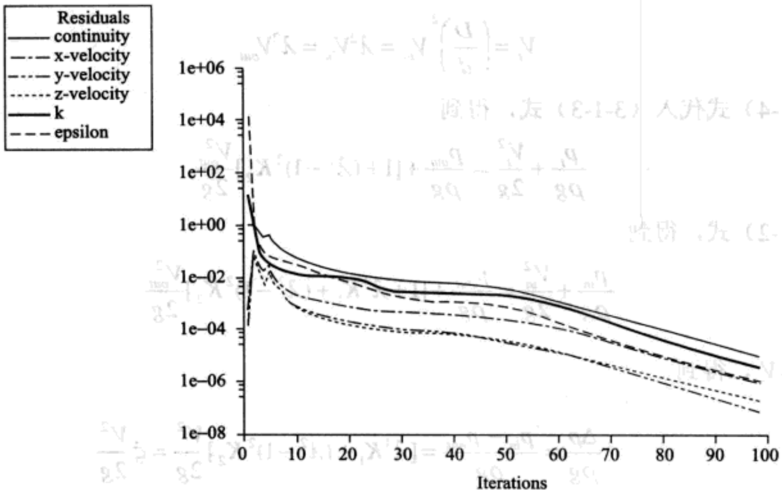


图 3-1-62　文丘里管计算残差监测曲线

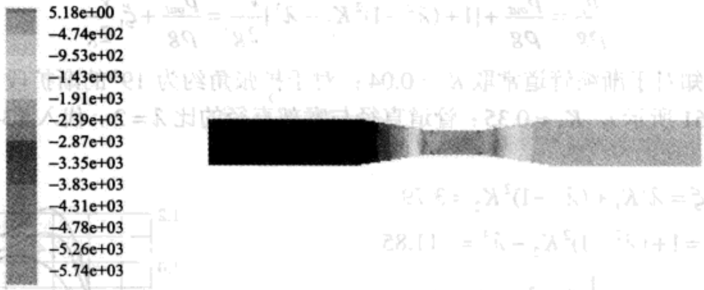


图 3-1-63　文丘里管内的压力分布云图

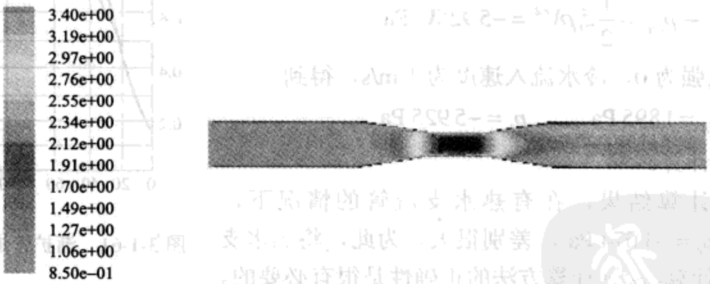


图 3-1-64　文丘里管内的速度分布云图

计算结果如下：

喉部压强 Fluent 计算为–6 403 Pa，理论计算为–5 925 Pa，误差 8.0%

入口压强 Fluent 计算为 1 915 Pa，理论计算为 1 895 Pa，误差 1.0%

误差在可接受的范围内。说明所采用的计算方法基本是正确的，计算结果也是可信的。这也说明，对于这种有支流的管道，文丘里管的计算结果已经不适用。

7. 热水管道阻力损失系数

由热水管道入口到热水管道出口列伯努利方程，有

$$\frac{p_0}{\rho g}=\frac{p_t}{\rho g}+\frac{V_0^2}{2g}+K_3\frac{V_0^2}{2g} \tag{3-1-9}$$

式中 K_3 为热水管的阻力损失系数，由上式得到热水管水流流速

$$V_0=\sqrt{\frac{2(p_0-p_t)}{(1+K_3)\rho}}$$

热水流量为

$$q=\frac{\pi}{4}d_0^2V_0=\frac{\pi}{4}d_0^2\sqrt{\frac{2(p_0-p_t)}{(1+K_3)\rho}} \tag{3-1-10}$$

由 Fluent 计算结果，有

① 喉部压强　　$p_t=-1\,074$ Pa

② 冷水流入量　　$Q=3.12\times10^{-4}$ m³/s

③ 热水流入量　　$q=0.25\times10^{-4}$ m³/s

由（3-1-10）式，得到热水管道的损失系数

$$K_3=\frac{\pi^2d_0^4(p_0-p_t)}{8q^2\rho}-1=7.68$$

8. 出流温度计算

混合后的水流温度为

$$T=\frac{QT_1+qT_0}{Q+q}$$

由此得到出水温度

$$T=\frac{QT_1+qT_0}{Q+q}=\frac{3.12\times300+0.25\times360}{3.12+0.25}=304.5\text{ K}$$

讨论：影响出流温度的因素

对于当前的冷热水混流器来说，不考虑几何尺寸的改变，则影响混合后出水温度的因素不外乎冷水入口速度和热水入口的压力。下面就这两个因素进行讨论。

1. 热水口压力 0 Pa，其他条件不变

（1）设冷水入口流速为 2 m/s。

经 637 次迭代后计算收敛。出口温度监测曲线如图 3-1-65 所示，算得出口温度为 304.9 K。

（2）冷水入口流速为 3 m/s。

经 672 次迭代后计算收敛，出口温度为 304.9 K。

2. 热水口压强改为 1 m 水柱，9 810 Pa

（1）冷水入流速度 1 m/s。

经 289 次迭代后计算收敛，出口温度为 311.7 K。

（2）冷水入口速度 2 m/s。

经 624 次迭代后计算收敛，出口温度为 306.56 K。

（3）冷水入口速度 3 m/s。

经 637 次迭代后计算收敛，出口温度为 305.63 K。

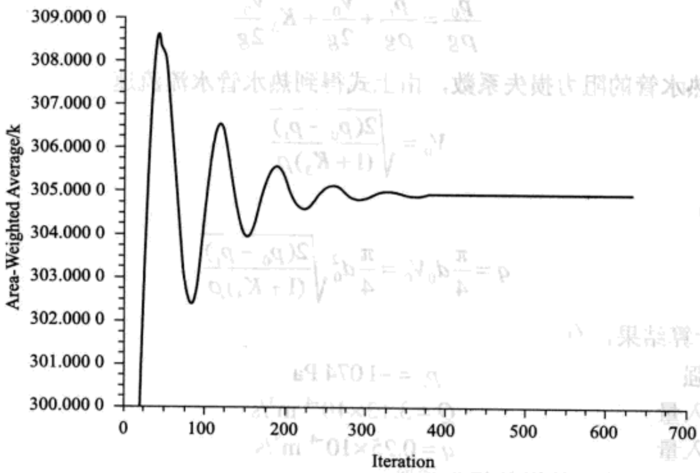


图 3-1-65　出口温度监测曲线

3. 热水口压强 2 m 水柱

（1）冷水入流速度 1 m/s。

经 263 次迭代后计算收敛，出口温度为 317.66 K。

（2）冷水入流速度 2 m/s。

经 657 次迭代后计算收敛，出口温度为 308.14 K。

（3）冷水入流速度 3 m/s。

经 620 次迭代后计算收敛，出口温度为 306.34 K。

上述计算结果统计表如表 3-1-1 所示，将此表中的数据绘制成曲线如图 3-1-66 所示。由曲线图可发现，不论热水口压强为多大，随着冷水入流速度的增大，出水温度逐渐趋于稳定值，这个稳定值与热水管道直径有关，这一点请读者给以验证。

表 3-1-1　结果统计表

出口温度/K（压强 / 冷水入口速度/(m·s^{-1})）	热水入口压强（m 水柱）		
	0	1	2
1	304.9	311.7	317.7
2	304.9	306.6	308.1
3	304.9	305.6	306.3

练习 1：按照本节所给出的模型与方法，继续讨论冷水流速和热水口压强对出水温度的影响，完善冷、热水混合后的出口温度曲线。

练习 2：改变喉部直径与主流管道的直径比，研究出水温的变化。

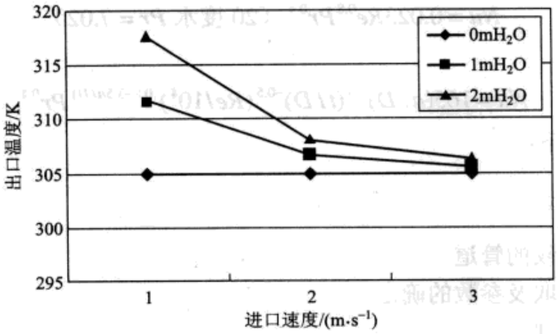


图 3-1-66　冷、热水混合后的出口温度曲线

第二节　单头螺旋槽纹管内的流动

螺旋槽纹管结构示意图如图 3-2-1 所示。直径为 D、长为 L 的管道中有螺距为 T、槽深和槽宽均为 a 的螺旋槽。温度较高的热水自入口流入，经过螺旋槽纹管段后流出，对水流在此管道中的流动进行模拟计算，并对管道的阻力损失进行研究。

已知：管道长 $L_0 = 200$ mm，其中螺旋槽段长为 L=100 mm；管径 $D = 20$ mm；螺旋槽螺距 $T = D/4 = 5$ mm；螺旋槽的深度和宽度均为 $a = D/10 = 2$ mm。

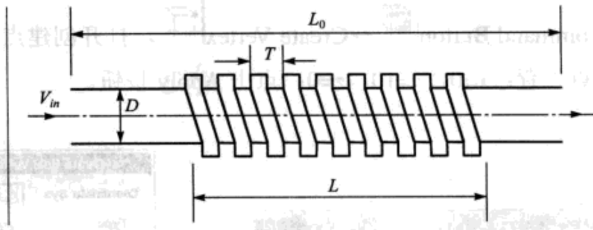


图 3-2-1　螺旋槽纹管示意图

分析：流体流过螺旋槽纹管时由于受到螺旋槽的影响，使流动受到扰动，在贴近壁面处产生较强的涡流，因而在提高热交换性能的同时也会产生较大的能量损失。

对于这类的流动损失，可将其看作一个较长的管道，则由达西公式得到沿程阻力系数表达式为

$$\lambda = \frac{2\Delta p}{\rho V_{in}^2}\frac{D}{L}$$

式中 Δp 为螺旋槽纹管两端的压差，ρ 为流体的密度。

对于水力光滑管来说，在 $5\,000 < Re < 30\,000$ 范围内有勃拉休斯公式

$$\lambda = \frac{0.316\,4}{Re^{0.25}}$$

将上述式子计算的结果对比，可判断螺旋槽纹管的流动阻力特性。

对于水力光滑管道，传热经验公式为（Dittus-Bolter）

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}\ \text{（20 度水}\ Pr = 7.02\text{）}$$

对于槽纹管，有

$$Nu = 165(a/D)^{1/3}(t/D)^{-0.5}(Re/10^4)^{(0.8-3.5a/D)}Pr^{0.4}$$

本节主要内容如下：

1. 螺旋线的创建
2. 螺旋槽的创建
3. 创建有螺旋槽纹的管道
4. 计算模型的选取及参数的确定
5. 计算结果的处理

第 1 步：启动 Gambit

（1）在 D 盘根目录下建立名为 pipe 的文件夹。

（2）点击 Gambit 快捷方式，将 D:\pipe 作为当前工作目录。

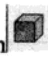
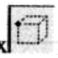
（3）建立新文件，名为 pipe，如图 3-2-2 所示，点击 Accept 按钮。

第 2 步：建立螺旋槽纹管内的螺旋槽

1. 建立螺旋线

在创建螺旋槽之前，必须先创建螺旋线。对于螺旋线来说，基本要素是半径、螺距和中心轴。对于本问题来说，螺旋线旋转半径为 10，螺距为 5，中心轴为 x 轴。

（1）建立旋转点。

点击 Geometry Command Button  →Create Vertex ，打开创建点对话框，如图 3-2-3 所示。确定螺旋线起点位置：x=0，y=10，z=0；点击 Apply 按钮。

（2）创建螺旋线。

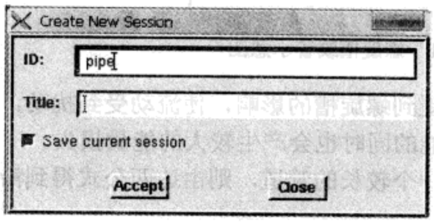


图 3-2-2　创建新文件

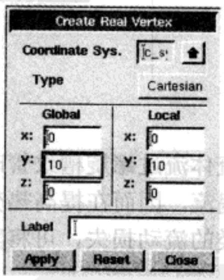
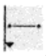
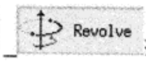


图 3-2-3　创建点对话框

点击 Geometry Command Button  →Edge Command Button ，→Create Edge  

打开创建螺旋线对话框，如图 3-2-4 所示。

① 点击 Vertices 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击所创建的旋转点。

③ 在 Angle 右侧输入 360。

④ 点击 Axis 右侧的 Define 按钮，打开定义旋转轴对话框，如图 3-2-5 所示。

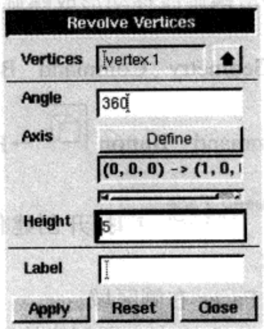


图 3-2-4 创建螺旋线对话框

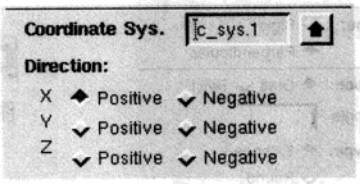


图 3-2-5 定义旋转轴对话框

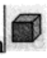
⑤ 选择 X Positive，点击 Apply 按钮。
⑥ 在 Height 右侧输入螺距 5。
⑦ 点击 Apply 按钮；点击 Close。

2. 创建螺旋槽

先创建螺旋槽截面，再用此截面沿螺旋线移动，创建螺旋槽。

（1）创建螺旋槽截面。

① 创建 4 个点：

点击 Geometry Command Button  →Create Vertex ，打开创建点对话框，如图 3-2-6 所示。四个点的位置分别为：

x	1	−1	1	−1
y	10	10	12	12
z	0	0	0	0

② 用以上 4 个点连成 4 条线。
③ 用这 4 条直线组成一个面。
此时创建的图像如图 3-2-7 所示。

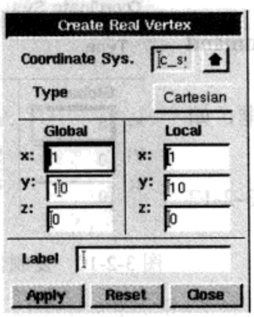


图 3-2-6 创建点对话框

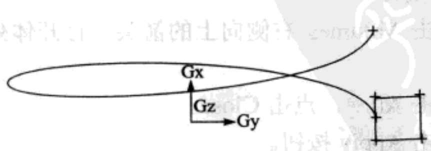


图 3-2-7 螺旋槽截面与螺旋线

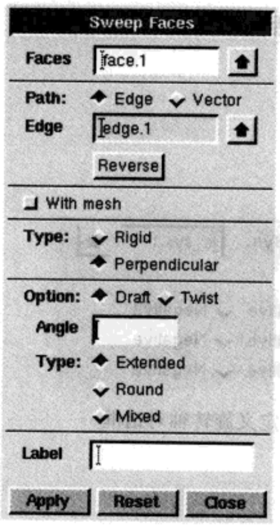


图 3-2-8　创建体对话框

（2）创建基本螺旋槽。

① 截面沿螺旋线移动形成螺旋槽。

点击 Geometry Command Button → Volume Command Button →Form Volume Sweep Face 打开创建体对话框，如图 3-2-8 所示。

② 点击 Faces 右侧区域。

③ 按住 Shift 键点击所创建的平面。

④ 在 Path 项选择 Edge。

⑤ 在 Edge 项选择螺旋线。

⑥ 在Type 项选择Perpendicular(垂直于螺旋线)。

⑦ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

此时所创建的螺旋槽如图 3-2-9 所示。

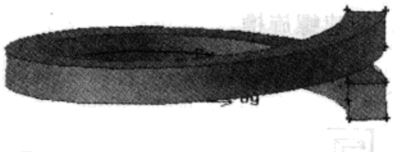


图 3-2-9　螺旋槽

（3）将此螺旋槽沿 x 轴复制 19 个。

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Move/Copy/Align Volumes，打开复制体设置对话框，如图 3-2-10 所示。

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击所创建的螺旋槽。

③ 选择 Copy，输入 19。

④ 在 Operation 项选择 Translate。

⑤ 在 Global 项，x=5，y=0，z=0。

⑥ 点击 Apply 按钮，点击 Close。

（4）合并后组成螺旋槽。

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Boolean Operations，打开合并体操作对话框，如图 3-2-11 所示。

① 点击 Volumes 右侧向上的箭头，打开体列表如图 3-2-12 所示。

② 点击 All→，点击 Close。

③ 点击 Apply 按钮。

所创建的螺旋槽如图 3-2-13 所示。

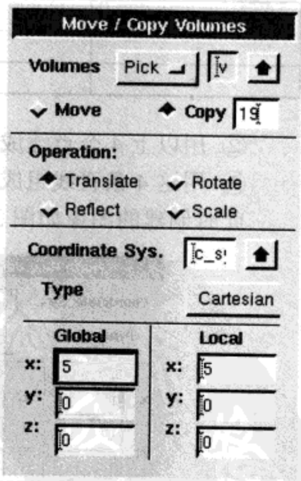


图 3-2-10　复制体设置对话框

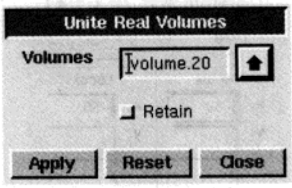


图 3-2-11　合并体对话框

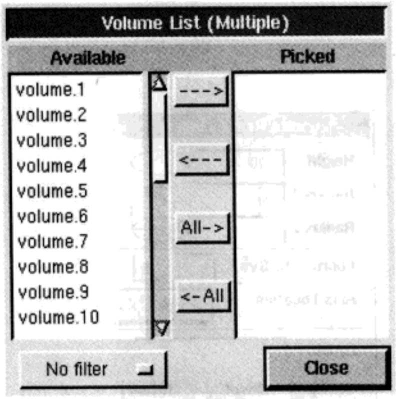


图 3-2-12　体列表对话框

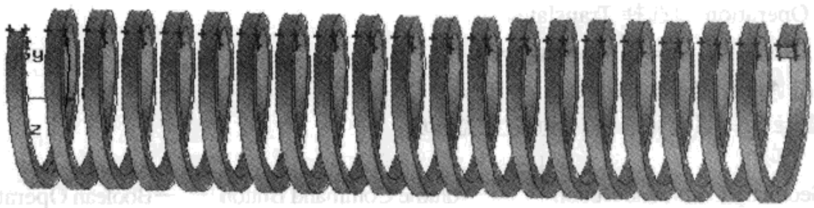


图 3-2-13　螺旋槽

第 3 步：创建主管道

1. 创建半径为 10 mm，长为 200 mm 的管道

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Create Volume _ Cylinder，打开创建圆柱体对话框，如图 3-2-14 所示。

① 在 Height 右侧输入 200。
② 在 Radius 1 右侧输入 10。
③ 在 Axis Location 项选择 Positive X。
④ 点击 Apply 按钮。

2. 将圆柱体左移 50 mm

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Move/Copy/Align Volumes，打开移动体对话框，如图 3-2-15 所示。

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。
② 按住 Shift 键点击圆柱体。
③ 选择 Move。

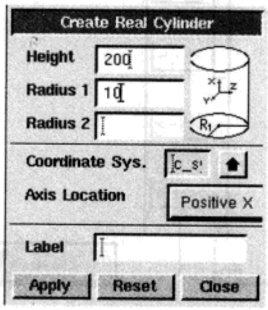


图 3-2-14　创建圆柱体对话框

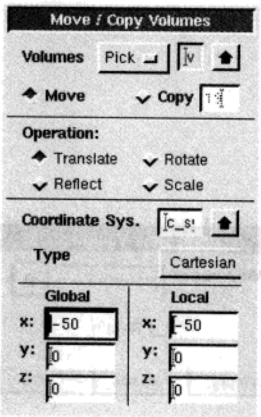


图 3-2-15　移动圆柱体对话框

④ 在 Operation 项选择 Translate。

⑤ 在 Global 项，x=−50，y=0，z=0。

⑥ 点击 Apply 按钮。

3. 将圆柱体与螺旋槽合并，构成主流区域

点击 Geometry Command Button  →Volume Command Button  →Boolean Operations ，打开合并体设置对话框，如图 3-2-16 所示。

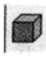
① 点击 Volumes 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击所建的两个体。

③ 选择 Retain（保留原体）。

④ 点击 Apply 按钮。

4. 删除原螺旋槽

点击 Geometry Command Button  →Volume Command Button  →Delete Volumes ，打开删除体对话框，如图 3-2-17 所示。

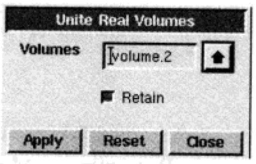


图 3-2-16　合并体对话框

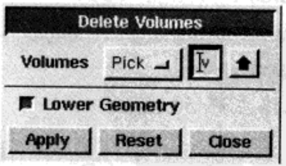


图 3-2-17　删除体对话框

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击原来的螺旋槽。

③ 点击 Apply 按钮。

5. 将主流区域用圆柱体分割

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Split/Merge Volumes，打开体分割对话框，如图 3-2-18 所示。

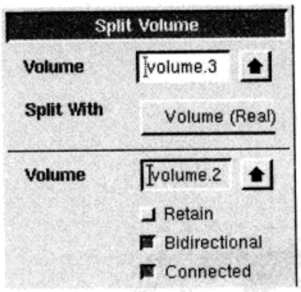


图 3-2-18 体分割对话框

① 点击 Volume 右侧区域。

② 按住 Shift 键点击合并后的整个流域。

③ 在 Split With 项选择 Volume（Real）。

④ 点击下面 Volume 右侧黄色区域。

⑤ 按住 Shift 键点击圆柱体。

⑥ 点击下面的 Apply 按钮。

此时所创建的流域如图 3-2-19 所示。整个流域分为两个部分，一个是螺旋槽部分，另一个是圆柱体部分，这样分割的目的是为了便于划分网格。

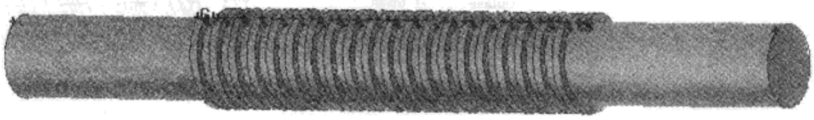


图 3-2-19 螺旋槽纹管

第 4 步：网格划分

1. 螺旋槽截面边线网格划分

点击 Mesh Command Button →Edge Command Button → Mesh Edges，打开边线网格设置对话框，如图 3-2-20 所示。

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击螺旋槽截面的 4 条边线。

③ 在 Spacing 项选择 Interval count。

④ 网格数为 3，保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

此时螺旋槽截面的网格如图 3-2-21 所示。

2. 螺旋槽内表面网格划分

点击 Mesh Command Button →Face Command Button →Mesh Faces，打开面网格设置对话框，如图 3-2-22 所示。

① 点击 Faces 右侧黄色区域。

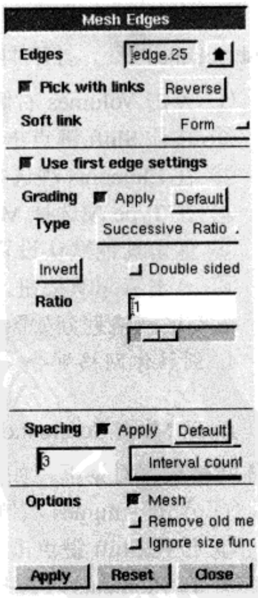


图 3-2-20 边线网格设置对话框

② 按住 Shift 键点击螺旋槽贴近圆柱面的面。

③ 在 Spacing 项选择 Interval size，输入 2。

④ 点击 Apply 按钮。

网格划分结果如图 3-2-23 所示。

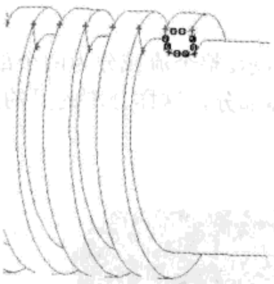


图 3-2-21　螺旋槽截面网格

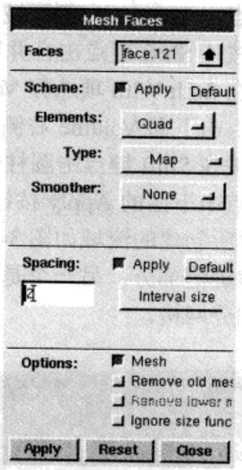


图 3-2-22　面网格对话框

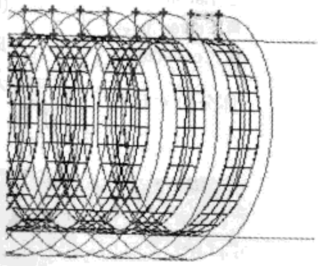


图 3-2-23　螺旋槽面网格

3. 螺旋槽网格划分

点击 Mesh Command Button→Volume Command Button→Mesh Volumes，打开体网格设置对话框，如图 3-2-24 所示。

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击螺旋槽。

③ 在 Elements 项选择 Hex。

④ 在 Type 项选择 Map。

⑤ 保留其他默认设置。

⑥ 点击 Apply 按钮。

螺旋槽网格划分如图 3-2-25 所示。

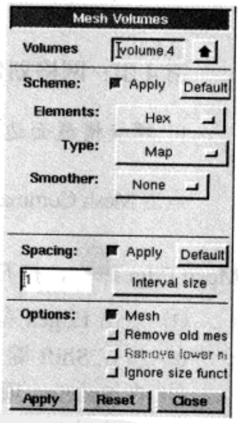


图 3-2-24　体网格设置对话框

4. 圆柱体网格划分

点击 Mesh Command Button→Volume Command Button→Mesh Volumes，打开体网格设置对话框，如图 3-2-26 所示。

① 点击 Volumes 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击圆柱体。

③ 在 Elements 项选择 Tet/Hybrid。

④ 在 Type 项选择 TGrid。

⑤ 在 Spacing 项选择 Interval size，输入 2。
⑥ 保留其他默认设置。

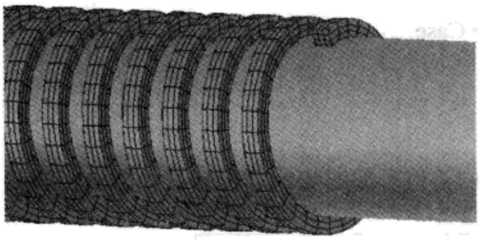


图 3-2-25 螺旋槽体网格

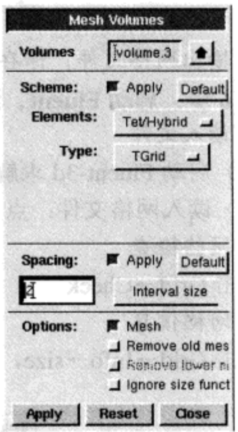


图 3-2-26 体网格设置对话框

⑦ 点击 Apply 按钮。
所建流域的网格如图 3-2-27 所示。

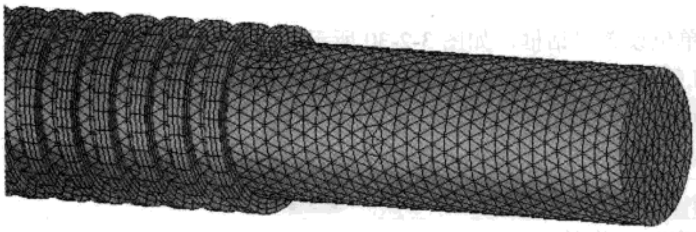


图 3-2-27 流域网格图

第 5 步：确定边界类型

点击 Zones Command Button →Specify Boundary Types Command Button，打开边界类型设置对话框，如图 3-2-28 所示。

1. 设置入口边界的类型
① 确定 Action 项为 Add。
② 在 Name 右侧输入边界名 inlet。
③ 在 Type 下拉列表中选择 Velocity_inlet。
④ 在 Entity 项，点击 Faces 右侧黄色区域。
⑤ 按住 Shift 键点击圆柱体的入口端面。
⑥ 点击 Apply 按钮。
此时已创建了名为 inlet、类型为速度入口的边界。

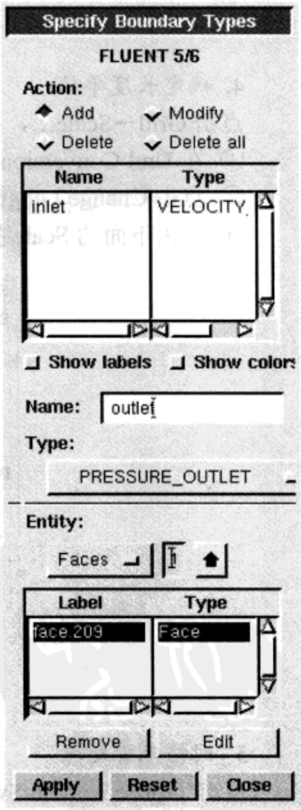


图 3-2-28 边界类型设置对话框

2. 对出口边界设置类型

设置出口边界为 Pressure_outlet（压力出流）类型；命名为 outlet；选取圆柱体的另一个端面。

3. 输出网格文件，保存文件

第 6 步：启动 Fluent，读入网格文件

1. 读入文件

（1）启动 Fluent-3d 求解器。

（2）读入网格文件：点击 File→Read→Case…，选择 D:\pipe\pipe.msh 文件。

2. 网格检查

点击 Grid→Check

3. 网格信息

点击 Grid→Info→size，工作窗口显示网格信息如图 3-2-29 所示。

Grid Size

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	83021	179023	23641	1

图 3-2-29 网格信息

4. 确定长度单位

点击 Grid→Scale…，打开单位设置对话框，如图 3-2-30 所示。

① 在 Unit Conversion 项的 Grid Was Created In 下拉列表中选择 mm。

② 点击 Change Length Units。

③ 点击下面的 Scale 按钮。

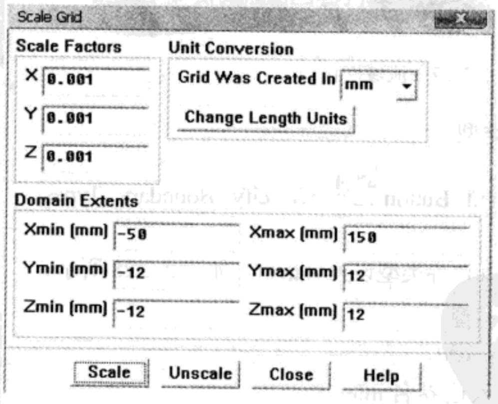


图 3-2-30 单位设置对话框

5. 网格光滑处理

点击 Grid→Smooth/Swap…，打开网格光滑对话框，如图 3-2-31 所示。反复点击 Swap 和 Smooth 按钮，直到 Number faces swapped：0 为止（见图 3-2-32）。

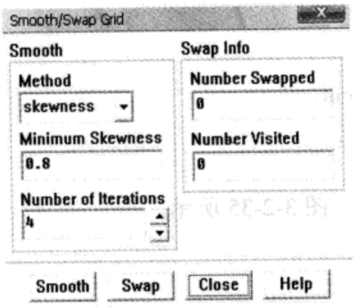


图 3-2-31 网格光滑对话框

```
Number faces swapped: 3
Number faces visited: 660
No nodes moved, smoothing complete.
Done.

Number faces swapped: 0
Number faces visited: 654
No nodes moved, smoothing complete.
Done.
```

图 3-2-32 反馈信息

注：对于结构化网格和六面体网格，不用进行网格的光滑处理，但对于四面体网格，这一操作非常重要，可提高网格质量。

第 7 步：计算模型及边界条件设置

1. 启动能量方程

点击 Define→Models→Energy…，打开能量方程对话框，如图 3-2-33 所示。选择 Energy Equation，点击 OK 按钮。

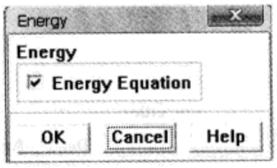


图 3-2-33 启动能量方程对话框

2. 选择紊流模型

点击 Define→Models→Viscous…，打开紊流模型选择与设置对话框，如图 3-2-34 所示。

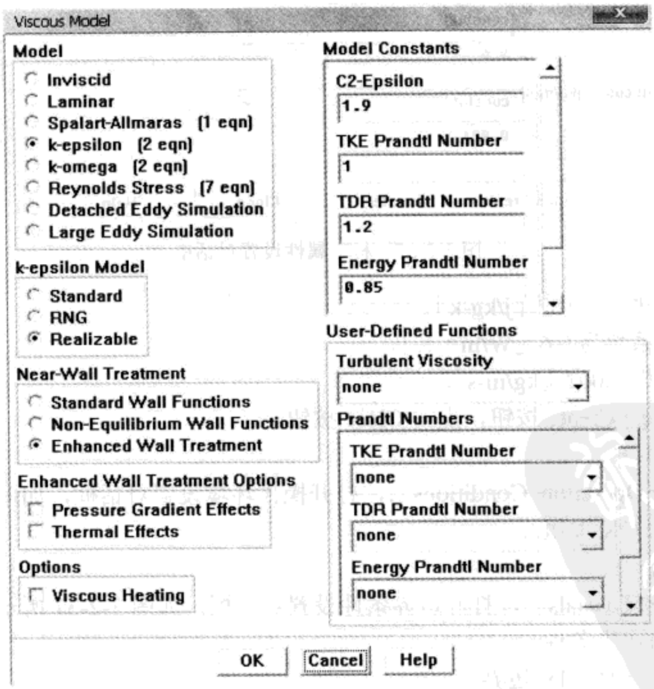


图 3-2-34 紊流模型选择与设置对话框

① 在 Model 项选择 k-epsilon［2 eqn］。
② 在 k-epsilon Model 项选择 Realizable。
③ 在 Near-Wall Treatment 项选择 Enhanced Wall Treatment。
④ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

3. 选取流体材料

点击 Define→Materials…，打开材料属性设置对话框，如图 3-2-35 所示。

① 设水为不可压缩流体，密度为常数 1 000［kg/m^3］。

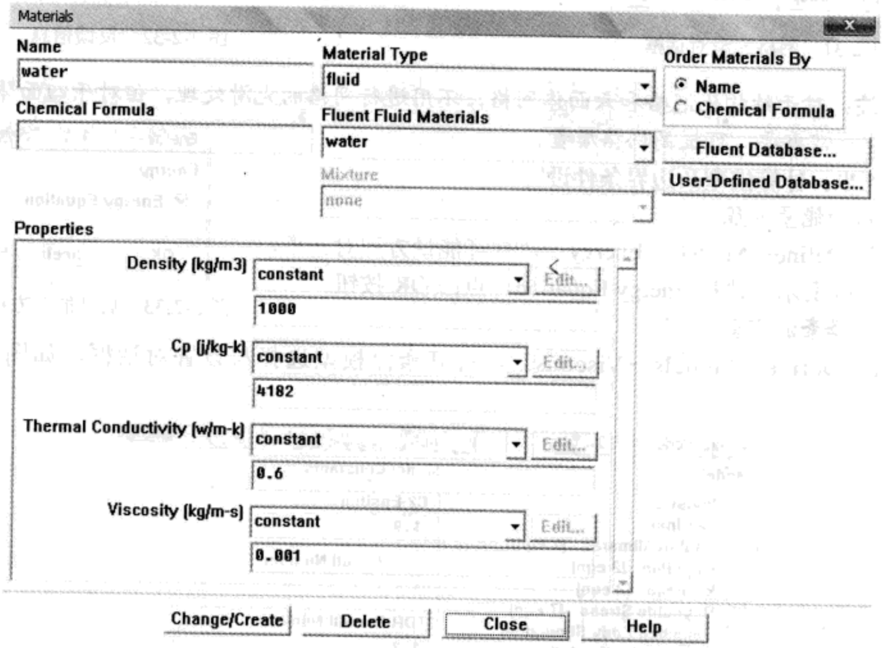


图 3-2-35 材料属性设置对话框

② 设定压比热为 4 182［j/kg-k］。
③ 设热传导系数为 0.6［W/m·K］。
④ 动力黏度为 0.001［kg/m-s］。
⑤ 点击 Change/Create 按钮，点击 Close 按钮。

4. 设置操作环境

点击 Define→Operation Conditions…，打开操作环境设置对话框，如图 3-2-36 所示。保留默认设置，点击 OK 按钮。

5. 设置边界条件

点击 Define→Materials…，打开边界条件设置对话框，如图 3-2-37 所示。

（1）设置入口边界条件。

① 在 Zone 项选择 inlet 边界。
② 在 Type 项为 velocity-inlet。

③ 点击 Set...按钮；打开速度边界设置对话框，如图 3-2-38 所示。

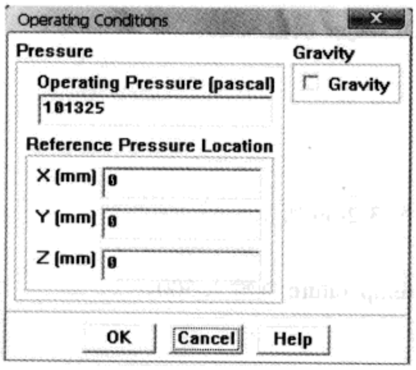


图 3-2-36 操作环境设置对话框

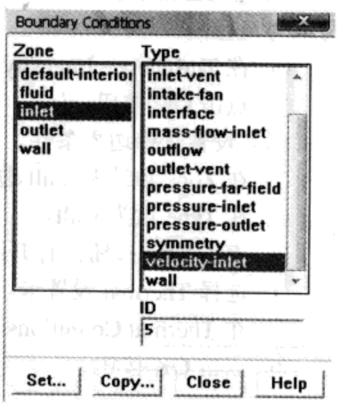


图 3-2-37 边界条件设置对话框

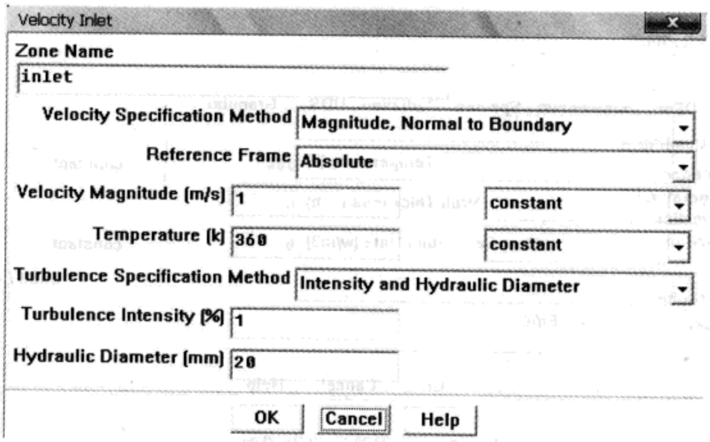


图 3-2-38 速度边界设置对话框

④ 在 Velocity Magnitude 项输入进口速度 1。

⑤ 在 Temperature 项输入入口温度 360。

⑥ 在 Turbulence Specification Method 项选择 Intensity and Hydraulic Diameter（湍流强度与水力直径）。

⑦ 在 Turbulence Intensity 项输入 1。

⑧ 在 Hydraulic Diameter 项输入 20。

⑨ 点击 OK 按钮。

（2）设置入口边界条件。

① 在 Zone 项选择 outlet 边界。

② 在 Type 项为 pressure-outlet。

③ 点击 Set...按钮；打开压力出流边界设置对话框。

④ 在 Turbulence Specification Method 项选择 Intensity and Hydraulic Diameter（湍流强度与水力直径）。

⑤ 在 Turbulence Intensity 项输入 1，在 Hydraulic Diameter 项输入 20。

⑥ 点击 OK 按钮。

（3）设置管壁边界条件。

① 在 Zone 项选择 wall 边界。

② 在 Type 项为 wall。

③ 点击 Set...按钮；打开固壁边界设置对话框，如图 3-2-39 所示。

④ 选择 Thermal 设置卡。

⑤ 在 Thermal Conditions 项选择 Temperature，在 Temperature 项输入 300。

⑥ 点击 OK 按钮。

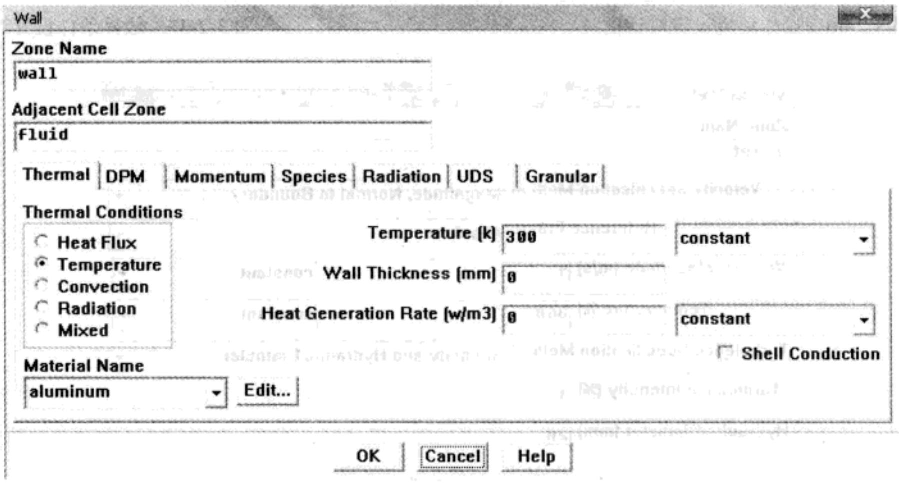


图 3-2-39　固壁边界设置对话框

注：对于速度入口边界，设置中没有静压强这一项，入口处的静压强是由出口处的压强以及流动损失所确定的，在计算结束时，可以查看入口压强。

第 8 步：求解器控制参数设置

1. 求解器控制参数设置

点击 Solve→Controls→Solution…

打开求解设置对话框，如图 3-2-40 所示。保留默认设置，点击 OK 按钮。

2. 流场初始化

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开流场初始化对话框，如图 3-2-41 所示。在 Compute From 下拉列表中选择 inlet，点击 Init 按钮。

注：流场初始化仅仅是一个猜测值，目的是使计算尽快地达到收敛。

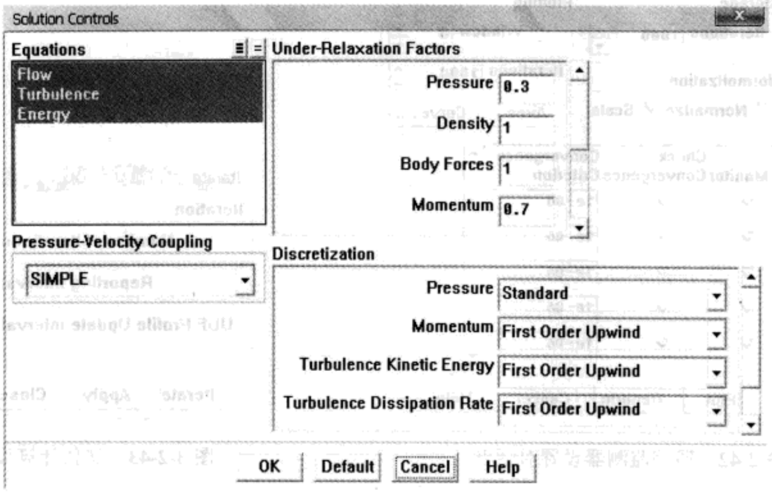


图 3-2-40 求解设置对话框

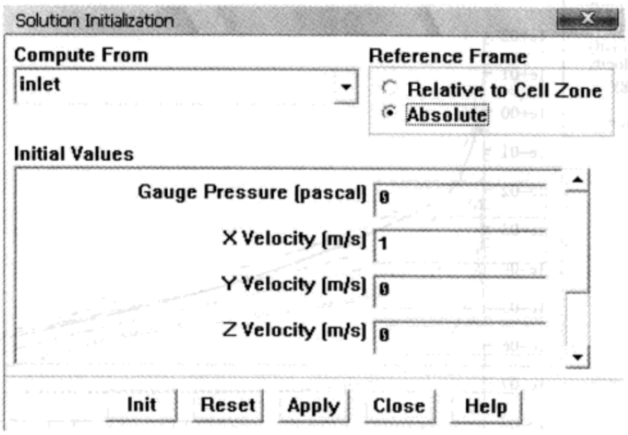


图 3-2-41 流场初始化对话框

3. 设置残差监测器

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开残差监测器设置对话框，如图 3-2-42 所示。

① 在 Options 项选择 Print 和 Plot。

② 在 Convergence Criterion 项全部改为 1e-06。

③ 点击 OK 按钮。

4. 求解计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框，如图 3-2-43 所示。在 Number of Iterations 项输入 1 000；点击 Iterate 按钮，开始迭代计算。

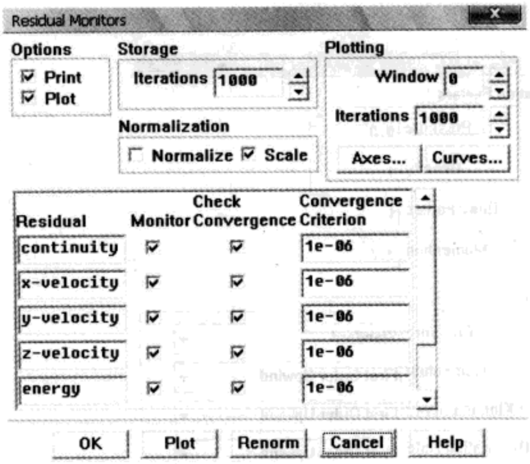


图 3-2-42 残差监测器设置对话框

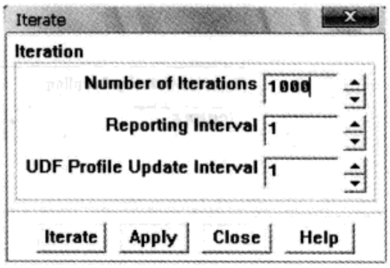


图 3-2-43 迭代计算设置对话框

经过 207 次迭代后残差收敛，残差监测曲线如图 3-2-44 所示。

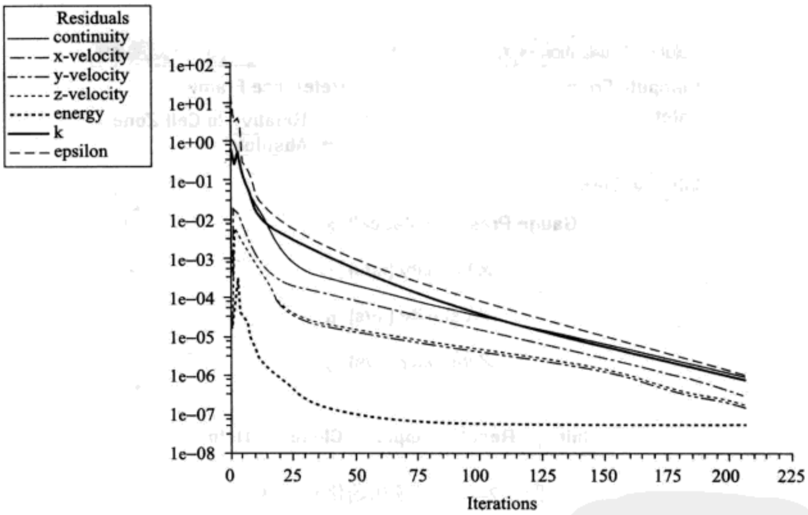


图 3-2-44 残差监测曲线

第 9 步：后处理

对于三维流动来说，需要用某些特殊面上的流动状态来显示整个流动的特征，这就需要先创建这些面。

1. 创建 $z=0$ 的平面

点击 Surface→Iso-surface...，打开等值面设置对话框，如图 3-2-45 所示。

① 在 Surface of Constant 下拉列表中，选择 Grid...和 Z-Coordinate。

② 在 Iso-Values 项设置为 0。

③ 在 New Surface Name 项输入平面的名字 z=0。

④ 点击 Create 按钮，点击 Close 按钮。

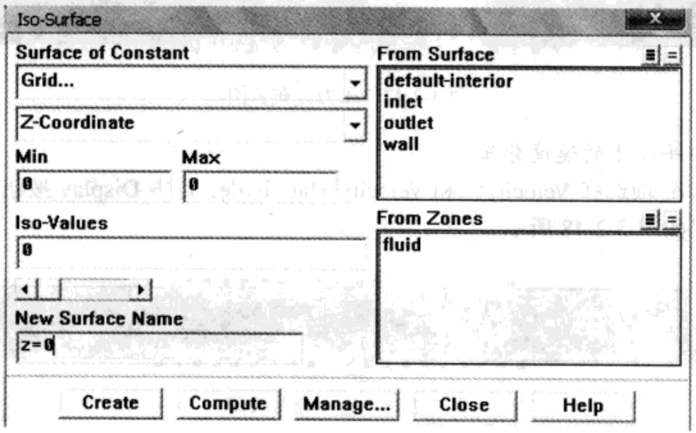


图 3-2-45 等值面设置对话框

2. 显示 z=0 平面上的压力分布

点击 Display→Contours…，打开绘图设置对话框，如图 3-2-46 所示。

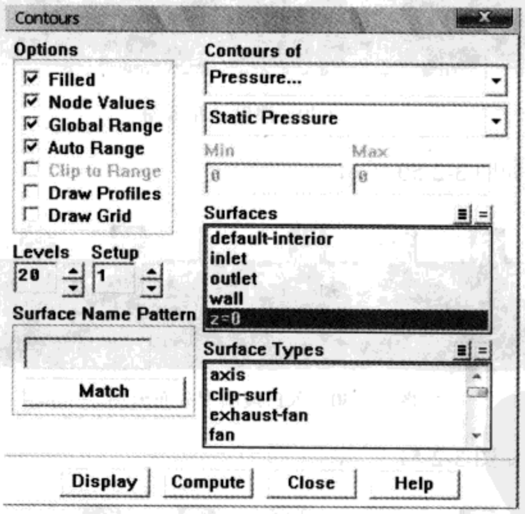


图 3-2-46 绘图设置对话框

① 在 Options 项选择 Filled（绘制分布云图，否则绘制等值线）。

② 在 Contours of 项选择 Pressure…和 Static Pressure。

③ 在 Surfaces 项选择 z=0。

④ 点击 Display 按钮。

在 z=0 平面上的压力分布云图如图 3-2-47 所示。

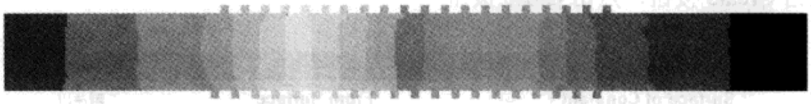


图 3-2-47 压力分布云图

3. 显示 z=0 平面上的速度分布

在 Contours of 项选择 Velocity…和 Velocity Magnitude；点击 Display 按钮，在 z=0 平面上的速度分布云图如图 3-2-48 所示。

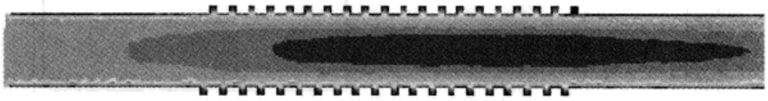


图 3-2-48 速度分布云图

4. 显示 z=0 平面上的温度分布

在 Contours of 项选择 Temperature…和 Static Temperature；点击 Display 按钮，在 z=0 平面上的温度分布云图如图 3-2-49 所示。

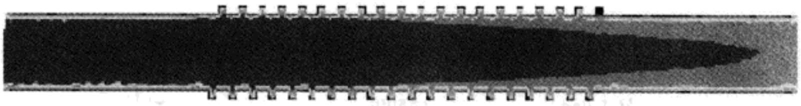


图 3-2-49 温度分布云图

入口段的温度分布如图 3-2-50 所示。

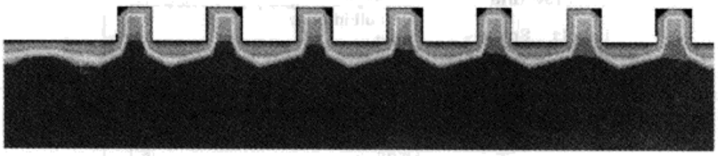


图 3-2-50 入口段温度分布云图

出口段的温度分布如图 3-2-51 所示。

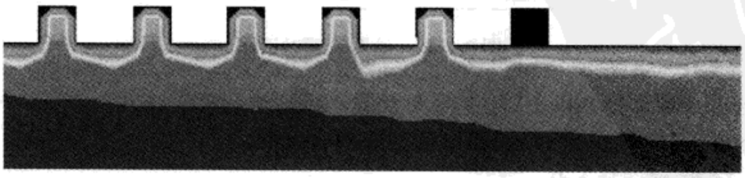


图 3-2-51 出口段温度分布云图

5. 显示 z=0 平面上的湍动能和湍流强度分布

（1）湍动能分布云图如图 3-2-52 所示。

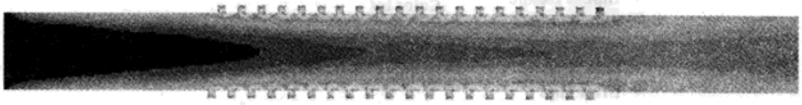


图 3-2-52 湍动能分布云图

（2）湍流强度分布云图如图 3-2-53 所示。

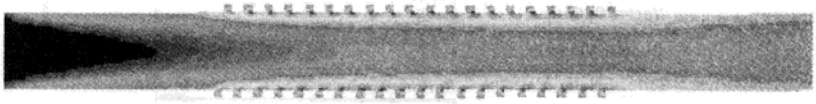


图 3-2-53 湍流强度分布云图

6. 采集云图的方法

在做报告时，经常要把计算结果用绘图方式显示出来，也需要把这些图粘贴到报告中，故要采集这些图片。

① 右击窗口左上角的图标，显示操作对话框，如图 3-2-54 所示。

② 选择 Page Setup…，打开页面设置对话框，如图 3-2-55 所示。

③ 在 Color 项选择 Color（否则为黑白两色图）。

④ 点击 OK 按钮，关闭对话框。

⑤ 点击 Copy to Clipboard，将图形复制到剪贴板上。



图 3-2-54 窗口操作下拉菜单

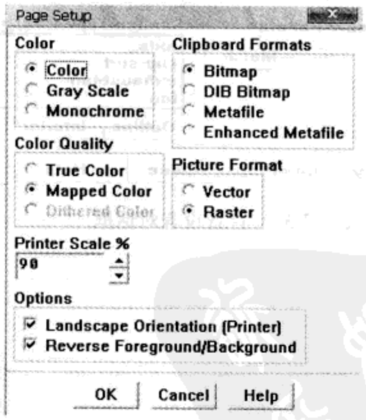


图 3-2-55 页面设置对话框

7. 显示 z=0 平面速度矢量图

点击 Display→Vectors…，打开速度矢量图设置对话框，如图 3-2-56 所示。

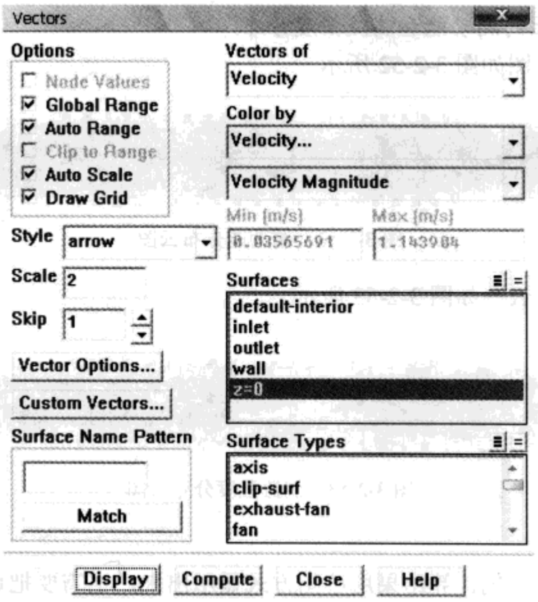


图 3-2-56　速度矢量图对话框

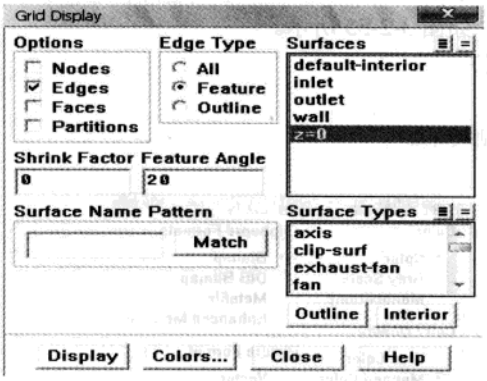


图 3-2-57　背景设置对话框

① 在 Vectors of 项选择 Velocity。

② 在 Color by 下拉列表中选择 Velocity…和 Velocity Magnitude。

③ 在 Surfaces 下拉列表中选择 z=0 的平面。

④ 在 Options 项选择 Draw Grid，打开背景设置对话框，如图 3-2-57 所示。

（i）在 Options 项选择 Edges。

（ii）在 Edges Type 项选择 Feature。

（iii）在 Surfaces 项选择 z=0。

（iv）点击 Display 按钮。

显示结果如图 3-2-58 所示。

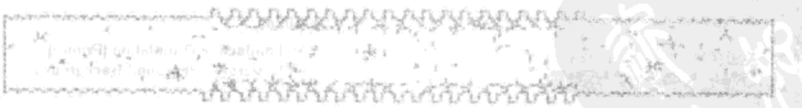


图 3-2-58　速度矢量图背景

⑤ 点击 Display 按钮，螺旋槽附近的速度矢量图如图 3-2-59 所示。

8. 计算螺旋槽段入口与出口的平均压强

（1）创建 x=−5 和 x=105 的平面，如图 3-2-60 所示。

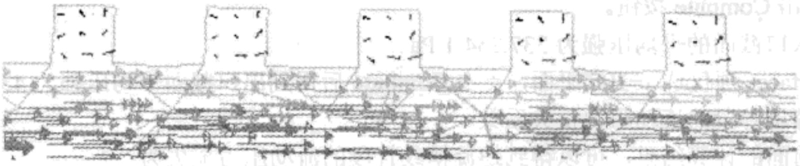


图 3-2-59 速度矢量图

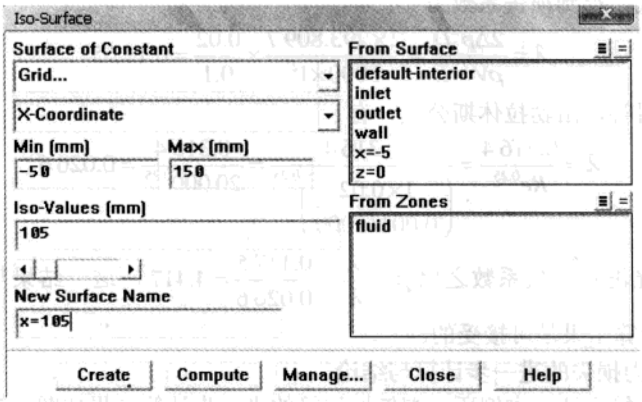


图 3-2-60 创建等值面对话框

（2）计算 $x=-5$（入口截面）的平均压强。

点击 Report→Surface Integrals...，打开表面值统计对话框如图 3-2-61 所示。

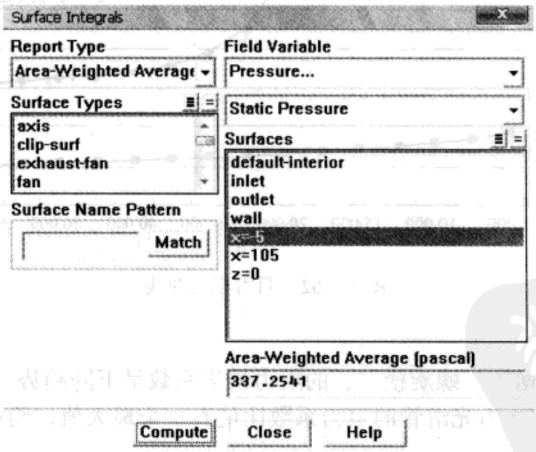


图 3-2-61 表面值统计对话框

① 在 Report Type 下拉列表中选择 Area-Weighted Average（面积加权平均）。

② 在 Field Variable 项选择 Pressure...和 Static Pressure。

③ 在 Surfaces 项选择 $x=-5$。

④ 点击 Compute 按钮。

显示入口截面的平均压强为 337.254 1 Pa。

在 Surfaces 项仅选 x=105 平面，点击 Compute 后得到出口截面平均压强为 43.444 41 Pa。

（3）螺旋管段的流动阻力损失系数。

根据前面的计算结果，可以得到螺旋槽纹管段的流动压力损失为

$$\Delta p = 337.2541 - 43.4444 = 293.8097 \text{ Pa}$$

根据达西公式，得到损失系数为

$$\lambda = \frac{2\Delta p}{\rho V^2}\frac{D}{L} = \frac{2\times 293.8097}{1000\times 1^2}\times\frac{0.02}{0.1} = 0.1175$$

（4）对于光滑管，由勃拉休斯公式，有

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} = \frac{0.3164}{\left(\dfrac{1\times 0.02}{0.001/1000}\right)^{0.25}} = \frac{0.3164}{20\,000^{0.25}} = 0.0266$$

螺旋槽管与光滑管损失系数之比 $\beta = \dfrac{\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{0.1175}{0.0266} = 4.417$，这一结果与实验值的误差在10%以内，证明计算结果是可接受的。

第 10 步：阻力损失的进一步计算与结论

利用上面的计算方法对本例所示螺旋槽纹管的进一步计算结果如图 3-2-62 所示，二者之比的曲线图如图 3-2-63 所示。

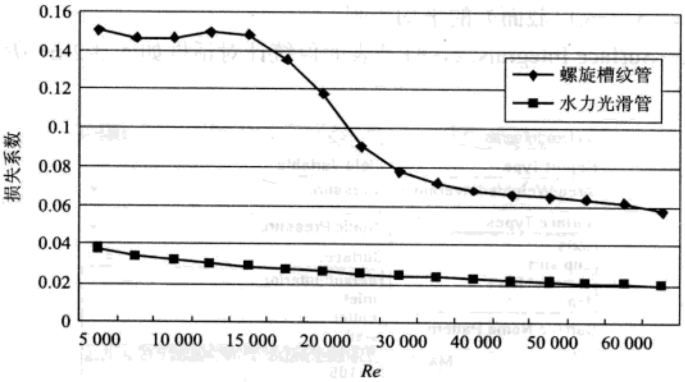


图 3-2-62 阻力损失曲线

结论

（1）随着 Re 数的增大，螺旋槽纹管的阻力损失系数呈下降趋势。

（2）螺旋槽纹管与水力光滑管的阻力系数比值有一个最大值，约在 Re=15 000 左右，比值在 5 左右。

（3）在 Re>15 000 后，随着 Re 数的增大，二者之间的比值呈下降趋势，并接近一个固定值 3。

（4）在 Re=5 000 左右时，二者的比值约为 4，这与实验值很接近。

（5）影响螺旋槽纹管阻力损失的因素主要是螺距、槽深等因素。

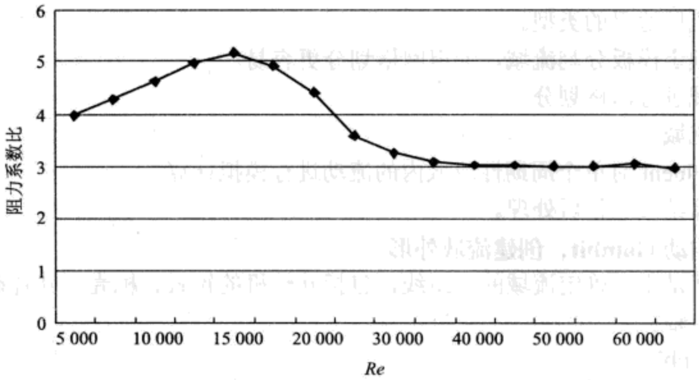


图 3-2-63　阻力损失对比图

练习 1：将螺距改为 $T = D/2$，其他不变，重新进行计算并加以分析。

练习 2：将槽深改为 $a = D/20$，其他不变，重新进行计算并加以分析。

第三节　叶轮机械流动问题——Turbo 工具的应用

本节讨论对类似于风扇或涡轮增压器等叶轮机械进行建模与流动过程的模拟计算问题。叶轮机械内部流域由一个或多个实体构成，且可包含有若干个叶片。

流域的边界有轮毂(hub)、机壳(casing)、入口、出口和叶片，如图 3-3-1 所示。轮毂与机壳确定了叶轮机械流域内部与外部的径向边界；叶片安装在轮毂上，对于压气机是将机械能转换为流体的动能，用于产生流体的流动；对于涡轮机而言则是将流体的动能转换为叶轮转动的机械能。对于叶轮机械来说，有时还包含有分流叶片（splitter），分流叶片是可选组件，放在两个叶片之间，安装在轮毂上，用于在两个叶片之间进行分流。

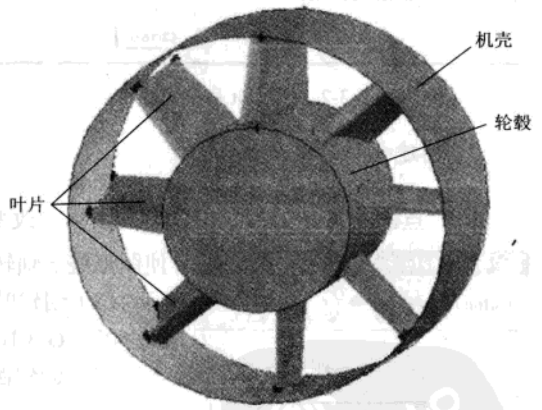


图 3-3-1　叶轮机械的构成

基本问题

设轮毂直径为 200 mm，机壳直径为 300 mm，轮毂与机壳轴向长度为 150 mm，叶片弦长约 110 mm，叶片安装角为 75°，叶片个数为 8，无分流叶片，无叶顶间隙。

Turbo 工具栏是专为包含有叶片的叶轮机械内部流域的创建与网格划分而设计的，主要功能如下：

（1）确定轮毂与机壳的形状与位置。

（2）确定叶片与分流叶片的形状。

（3）创建实体——含有一个孤立叶片的流域。

（4）设置流域边界的类型。

（5）按照预定模板分割流域，使得网格划分更容易。

（6）对流域进行网格划分。

（7）显示流域。

（8）利用 Fluent 对单个周期性流域内的流动进行模拟计算。

（9）对计算结果进行后处理。

第 1 步：启动 Gambit，创建流域外形

流域外形就是用于确定流域的一组线，包括叶轮机的轮毂、机壳、叶片截面形状等线段以及叶轮的旋转轴。

1. 启动 Gambit

启动 Gambit，将 D 盘下的 turbo 文件夹作为当前工作目录，建立名为 turbo 的新工程文件。点击 File→new...，打开 Gambit 启动对话框，如图 3-3-2 所示。

2. 创建轮毂和机壳的母线

（1）创建 4 个点：*A*（100，0，–75），*B*（100，0，75），*C*（150，0，–75），*D*（150，0，75）。

（2）连接 *AB* 两点构成轮毂母线；连接 *CD* 两点构成机壳的母线。

叶轮的轴线沿 *z* 轴方向，最后图形如图 3-3-3 所示。

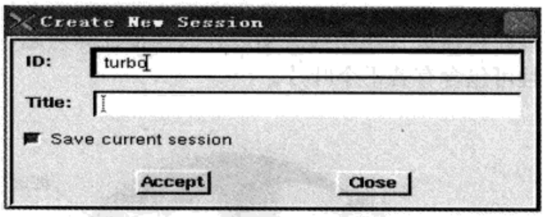


图 3-3-2　Gambit 启动对话框

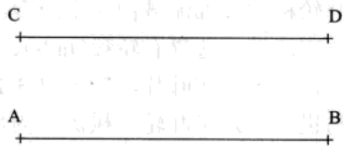


图 3-3-3　轮毂与机壳母线

3. 创建叶片的一个截面

（1）点击右下角工具栏中的图标，改变视角为沿–*x* 轴方向；按住鼠标左键向下拖，使图形绕 *z* 轴转动 180°。

（2）创建叶片截面的关键点：*E*（100，0，–60），*F*（100，0，60）；*G*（100，10，0），*H*（100，15，0）。

（3）创建圆弧 EGF 和 EHF。

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Create Edge Arc，打开创建圆弧对话框，如图 3-3-4 所示。点击 Apply 按钮，得到图形如图 3-3-5 所示。

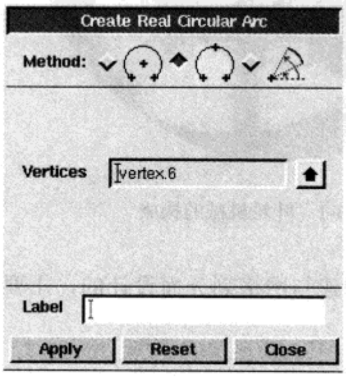


图 3-3-4　创建圆弧对话框

（4）对叶片截面的 *E* 点和 *F* 点进行圆角处理。

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Create Edge →Fillet，打开创建圆角对话框，如图 3-3-6 所示。

① Edge1 取 *EH* 线段。

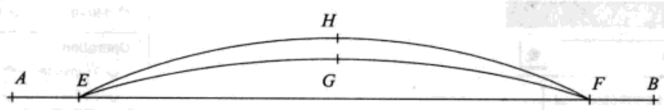


图 3-3-5 创建叶片截面

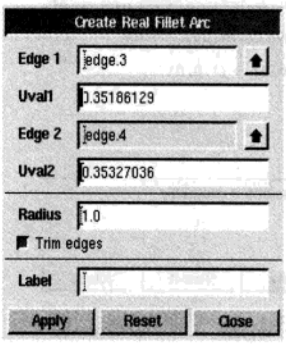


图 3-3-6 创建圆角对话框

② Edge2 取 *EG* 线段。

③ 其他保留默认设置，点击 Apply。

对 *F* 点进行同样的操作，最后得到图形如图 3-3-7 和图 3-3-8 所示。

（5）将前、后缘的圆弧分割为两段。

点击 Geometry Command Button →Edge Command Button →Split/Merge Edges，打开线段分割对话框，如图 3-3-9 所示。

① 在 Edge 项取前缘圆弧线段。

② 在 U Value 项取值 0.5。

③ 点击 Apply，得到结果如图 3-3-8 所示。对后缘点进行同样的操作。

（6）将叶片截面轮廓线组成面。

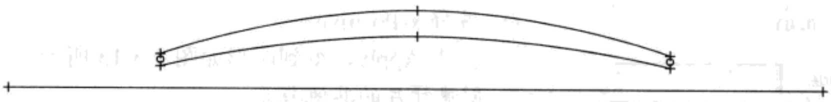


图 3-3-7 叶片截面形状图

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Form Face，打开创建面对话框，如图 3-3-10 所示。在 Edges 右侧选择组成叶片截面的 6 条线，点击 Apply 按钮。

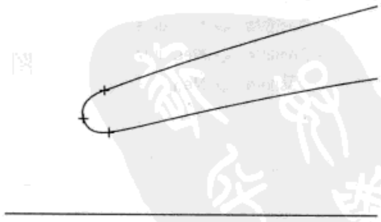


图 3-3-8 叶片前缘

注意：① 并不要求切割叶片的面一定是平面。

② 确定叶片截面形状的一组线必须是 2、4 或 6 条，不能为奇数，也不能超过 6 条。

4. 确定叶片安装角

将叶片截面绕 *x* 轴顺时针旋转 15°。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Form Face，打开平面移动对话框如图 3-3-11 所示。

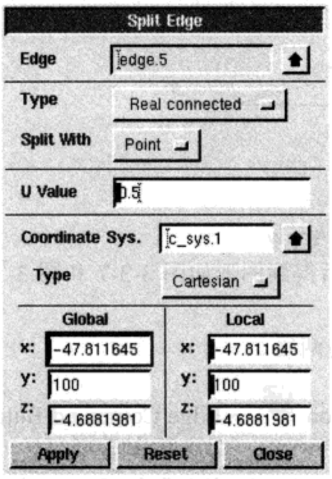


图 3-3-9　线段分割对话框

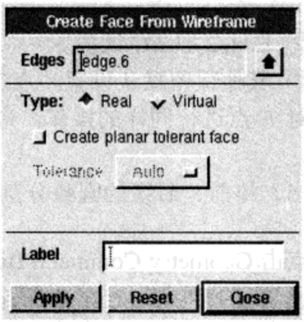


图 3-3-10　创建面对话框

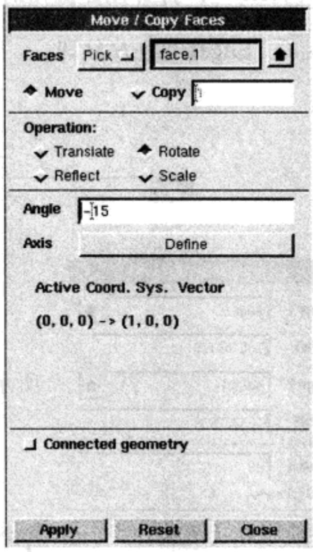


图 3-3-11　平面移动对话框

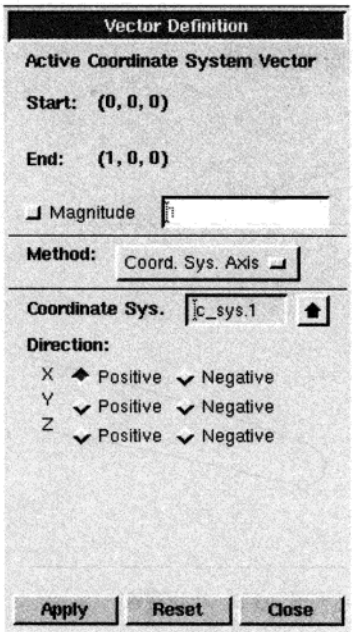


图 3-3-12　旋转轴设置对话框

① 在 Operation 项，选择 Rotate。

② 在 Angle 项输入−15。

③ 点击 Define，打开旋转轴设置对话框，如图 3-3-12 所示。

④ 选择 x-Positive。

⑤ 点击 Apply，得到图形如图 3-3-13 所示。

5. 创建叶片的其他截面

由于叶片形状比较复杂，往往需要多个截面才可确定，至少要求有 2 个截面。为简单起见，本例设为 2 个，且两个叶片截面的形状相同。

将位于 $x = 100$ 处的叶片截面复制到 $x = 150$ 处。操作如图 3-3-14 所示。

6. 删除两个面

删除两个叶片截面的面，但保留形成面的点和线。Turbo 工具要求只保留叶片截面的边线和点，不能是面。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Delete Faces，打开面删除对话框，如图

3-3-15 所示。选择两个叶片截面所形成的面，点击 Apply。（注意：不选 Lower Geoemtry，以保留点和线。）

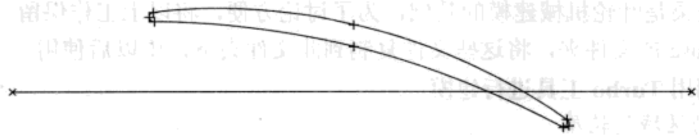


图 3-3-13 旋转后的叶片截面

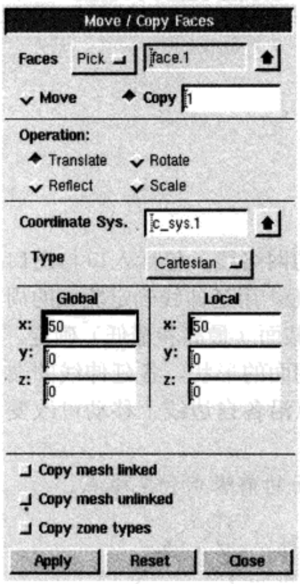


图 3-3-14 复制面对话框

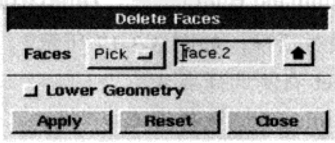


图 3-3-15 面删除对话框

最后所得到的叶轮设计线段图如图 3-3-16 所示。流域外形由 14 条实线所确定。两条线确定了轮毂与机壳的形状与位置；另外 12 条线分成两组，每组 6 条线，分别确定了叶片的截面形状，其中两条线确定了叶片的压力面和吸力面，另外 4 条线确定了入流段和出流段的曲面形状。叶片截面形状是用两个不同径向距离的平面切割孤立叶片所成。叶片截面前后缘点也分别称为导流点（leading vertices）和尾部出流点（trailing vertices）。

7. 确定叶轮的轴线

叶轮的旋转轴为 z 轴，轮毂与机壳的母线与旋转轴的方向相同。

注意：① 旋转轴方向是否重要依赖于流域中是否包含有分流叶片：若没有分流叶片，轴的方向对流域没有任何影响；若包含分流叶片，则分流叶片到叶片与旋转轴的方向必须满足右手法则。

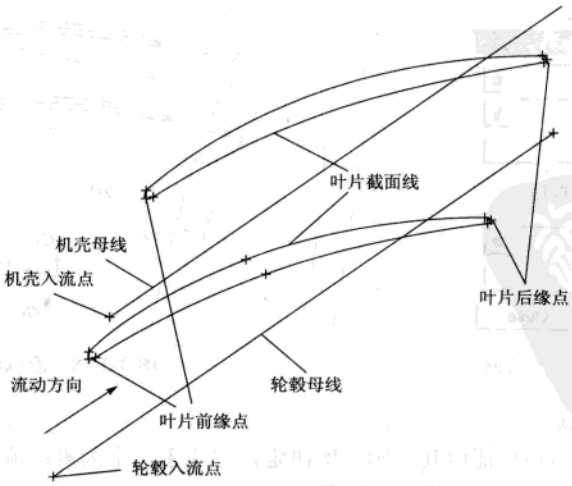


图 3-3-16 叶轮设计线段图

② Gambit 不允许将轮毂边线或外壳边线设置为旋转轴。

8. 保存文件

以上操作结果是叶轮机械建模的基础，为了讨论方便，将以上工作保留。在 Turbo 文件夹下建立名为 base 的文件夹，将这些文件复制到此文件夹下，供以后使用。

第 2 步：利用 Turbo 工具进行建模

1. 创建流动区域的轮廓

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Create Turbo Profile，打开创建叶轮流域对话框，如图 3-3-17 所示。

① 在 Hub Inlet 右侧选择点 *A*。

② 在 Casing Inlet 右侧选择点 *C*。

③ 定义好叶轮轴（*z* 轴）。

④ 在 Blade Tips 右侧选择两个叶片截面的前缘点。

⑤ 点击 Apply。

所创建流域的轮廓如图 3-3-18 所示。这是一组用来确定流域的网络线，包括入口与出口的圆周线以及延伸线。用入口和出口的圆周线确定流域入口和出口面，用延伸线确定流域的周期边界界面，底面和顶面分别由轮毂和机壳的边线以及叶片的两个截面（最高和最低）确定。

延伸线为虚实线，其中心点过叶片截面的中点，用于确定周期面的形状。各延伸线的端点位于相应的入口和出口边线上。因为延伸线为虚实线，将其端点沿各自边线上移动可改变其形状，相应也可改变流域周期界面的形状。

注意：移动延伸线端点的约束条件是延伸线必须过叶片截面的前缘点和尾缘点。

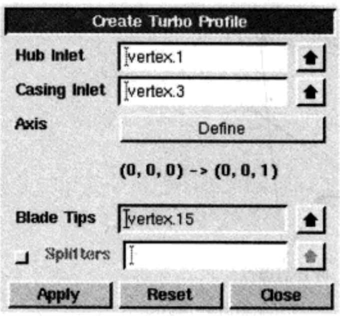


图 3-3-17 创建叶轮流域对话框

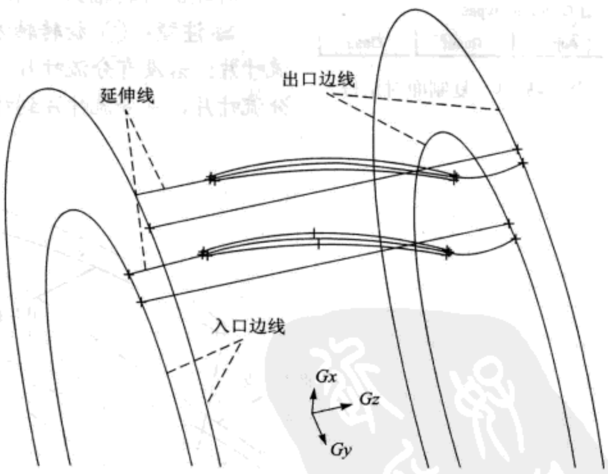


图 3-3-18 流域轮廓图

2. 创建单叶片流域

流域的形状、大小和特征由其轮廓线所决定，取决于三个因素：流域周向长度（Pitch）、叶顶间隙（Tip clearance）、叶片截面的数量。

流域周向长度决定了流域的夹角；叶顶间隙确定了机壳与叶片的距离；叶片截面数量规定了组成完整流域的实体的个数。

点击 Tools Command Button→Turbo Command Button→Create Turbo Volume，打开创建流域对话框，如图 3-3-19 所示。

① 在 Pitch 下选择 Blade Count（选用叶片个数确定流域周向长度或栅距）。

② 在 Blade Count 项填入 8（8 个叶片）。

③ 不选 Tip Clearance（没有叶顶间隙）。

④ 点击 Apply 按钮，得到流域如图 3-3-20 所示。

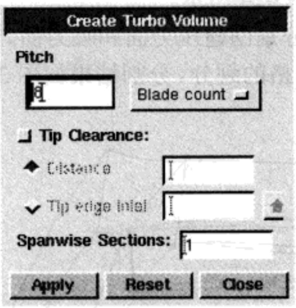


图 3-3-19 创建流域对话框

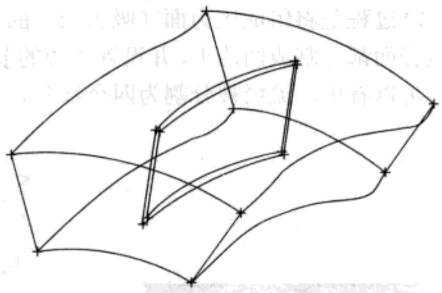


图 3-3-20 单叶片流域

3. 设置流域的边界类型

流域边界的类型有六种：轮毂（Hub）和机壳（Casing）、入口（Inlet）和出口（Outlet）、压力面（Pressure)和吸力面（Suction）。

点击 Tools Command Button→Turbo Command Button→Define Turbo Zone，打开流域边界类型设置对话框，如图 3-3-21 所示。其中 Hub（轮毂面）、Casing（机壳面）、Inlet（入口面）、Outlet（出口面）以及 Pressure（压力面）和吸力面如图 3-3-22 所示。

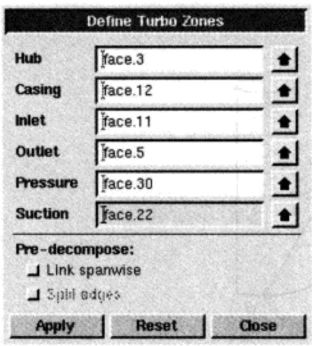


图 3-3-21 流域边界类型设置对话框

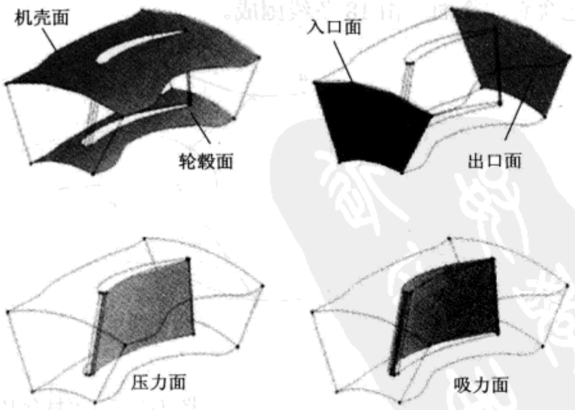


图 3-3-22 流域边界示意图

Gambit 会自动创建与这六种边界相符的边界类型。另外，Gambit 仅创建了一个周期的区域，并对流域边界类型进行自动设置，如 wall 或 outlet 等。

4. 流域的分割

对流域的分割功能可对实体进行适当地切割，以利于网格的划分。在对流域进行分割时，Gambit 是按照预定的 H 型（H-type）模板对线和面进行分割的，所设置的面节点类型适合进行结构化网格划分。

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Decompose Turbo Volume ，打开流域分割对话框，如图 3-3-23 所示。

采用默认的分割设置，点击 Apply，得到流域分割如图 3-3-24 所示。

分割过程是将组成压力面（吸力面）的各个面合并后再分别创建压力面和吸力面，将轮毂和机壳面都分割成四边形，并设置各边的节点以利于结构网格的划分。分割结果如图 3-3-24 所示，可以看出，流域被分割为四个部分。

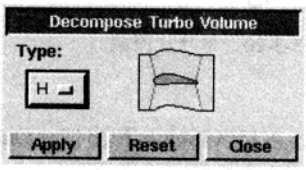


图 3-3-23　流域分割对话框

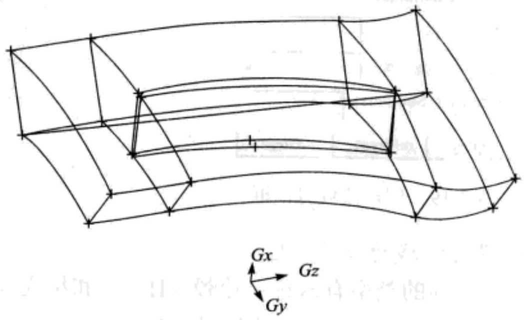


图 3-3-24　流域分割后的图形

Gambit 应用 H 型分解模板对流域进行分割，对于单一叶片，用四条线将一个水平面分割成四部分，分割线为虚实线，可沿着控制线移动其端点以修改流域的网格特性。若流域中有分流叶片，各水平面都被七条线分割为六个面。单一叶片的分割情况如图 3-3-25 所示。此面包含有四个面，由 18 条线围成。

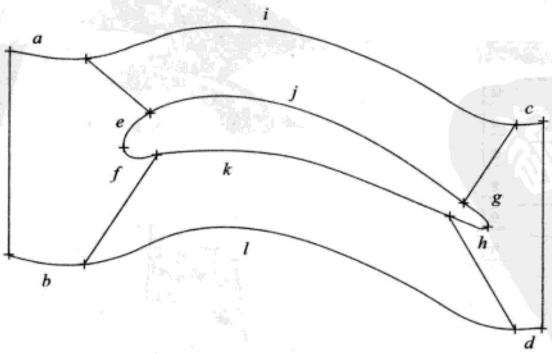


图 3-3-25　流域分割示意图

A (= *aic*)—流域中吸力面的周期边界

B (= *ejg*)—叶片吸力面

C (= *fkh*)—叶片压力面

D (= *bld*)—流域中压力面的周期边界

Gambit 使用了一套默认参数来确定线段的分割点。可通过 Edit Defaults 对话框改动默认设置。操作如下：

① 在 Gambit 主菜单中选择 Edit。

② 在 Edit 菜单中选择 Defaults，打开 Edit Defaults 对话框。

③ 在 Edit Defaults 对话框中选择 TURBO。

④ 选择 P2P，打开对话框，如图 3-3-26 所示。

⑤ 选择并修改相应的默认值。

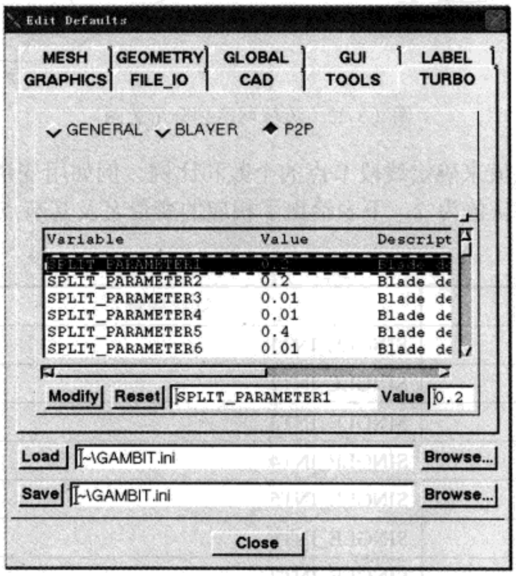


图 3-3-26 流域分割默认设置

注意：依照是否有分流叶片来确定不同的默认设置。

Gambit 用一组默认值来确定线段分割点的位置。例如用变量 SPLIT_PARAMETER2 确定线段 *c* 的长度，其默认值为 0.2，表示 *c* 线段的长度是 *a* 线段长度的 0.2 倍。下表给出了相应的变量名及其默认值。

线段	默认变量	值
a，*b*	SPLIT_PARAMETER1	0.2
c，*d*	SPLIT_PARAMETER2	0.2
e，*f*	SPLIT_PARAMETER3	0.01
g，*h*	SPLIT_PARAMETER4	0.01

5. 网格划分

现在就可以利用 Gambit 对分割后的 4 个部分分别进行网格划分了。对于未经过 H 分割的流域，只能用 Pave 命令进行网格划分，而不能用 Map 或 Submap 进行网格划分。经过 H 分割后的区域，Gambit 对网格划分有默认的设置，见图 3-3-27。

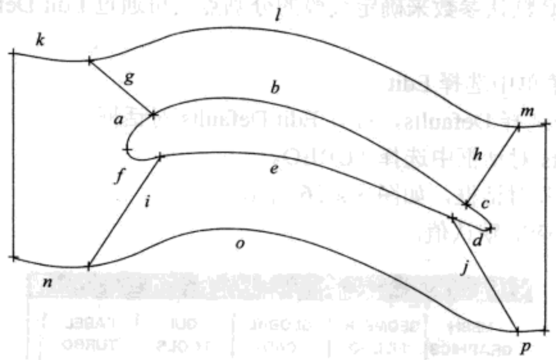


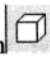
图 3-3-27 流域网格划分示意图

Gambit 用一组默认值来确定线段节点的个数和比例。例如用变量 SINGLE_INT1 确定线段 *a* 的节点个数，其默认值为 2。下表给出了相应的变量名及其节点个数和节点间隔长度比例的默认值。

线段	默认变量	值
a	SINGLE_INT1	2
b，*e*，*l*	SINGLE_INT2	80
c	SINGLE_INT3	4
d	SINGLE_INT4	4
f	SINGLE_INT5	2
g，*h*	SINGLE_INT6	20
i，*j*，*o*	SINGLE_INT7	20
k，*n*	SINGLE_INT8	20
m，*p*	SINGLE_INT9	20

节点间隔长度默认比例如下：

线段	默认变量	值	起始点
a，*c*，*d*，*f*	SINGLE_GRAD1	1	单向：*f*，*d*，*c*，*a*
b，*e*，*l*，*o*	SINGLE_GRAD2	1.075	双向
g，*h*，*i*，*j*	SINGLE_GRAD3	1.1	单向：*a*，*c*，*f*，*d*
k，*m*，*n*，*p*	SINGLE_GRAD4	1.25	单向：*g*，*h*，*i*，*j*
other	SINGLE_GRAD5	1	

点击 Mesh Command Button →Volume Command Button →Mesh Voumes ，打开网格划分设置对话框，如图 3-3-28 所示，并用 Hex 和 Map 分别对上面分割好的 4 个体进行网格划分，结果如图 3-3-29 所示。

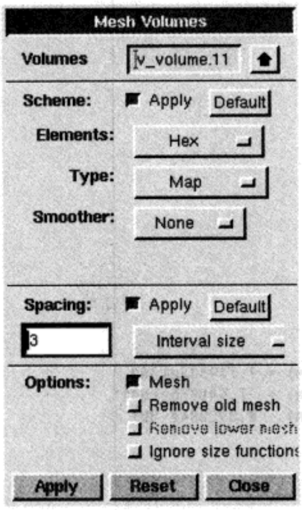


图 3-3-28 网格划分设置对话框

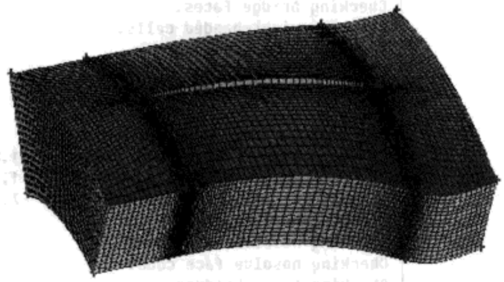


图 3-3-29 流域的网格图

6. 输出网格并保存文件

点击 File→Export→Mesh…，输出的网格文件为 turbo.msh，并保存文件。

第 3 步：利用 Fluent-3d 求解器进行计算

1. 启动 Fluent

启动 Fluent-3d 求解器如图 3-3-30 所示。

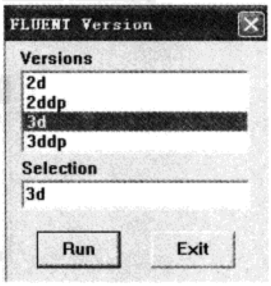


图 3-3-30 启动 Fluent-3d 求解器

2. 读入网格文件

点击 File→Read→Case…，网格文件为 turbo.msh。

3. 网格检查

点击 Grid→Check，网格检查结果如图 3-3-31 所示。

➘ 注意：网格检查结果中不能有任何警告信息，特别是不能出现负体积，否则 Fluent 无法进行计算。

4. 确定长度单位为 mm

点击 Grid→Scale…，打开单位设置对话框，如图 3-3-32 所示。

① 在 Grid Was Created In 项选择 mm。

② 点击 Change Length Units。

③ 点击 Scale 按钮，点击 Close。

5. 网格信息

点击 Grid→Info→Size，得到网格反馈信息如图 3-3-33 所示。

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

```
Grid Check

 Domain Extents:
   x-coordinate: min (m) = 8.447668e+001, max (m) = 1.500000e+002
   y-coordinate: min (m) = -7.283541e+001, max (m) = 6.666141e+001
   z-coordinate: min (m) = -7.500000e+001, max (m) = 7.500000e+001
 Volume statistics:
   minimum volume (m3): 1.447615e-001
   maximum volume (m3): 5.937245e+001
     total volume (m3): 7.169356e+005
 Face area statistics:
   minimum face area (m2): 4.897368e-002
   maximum face area (m2): 2.036768e+001
 Checking number of nodes per cell.
 Checking number of faces per cell.
 Checking thread pointers.
 Checking number of cells per face.
 Checking face cells.
 Checking bridge faces.
 Checking right-handed cells.
 Checking face handedness.
 Checking element type consistency.
 Checking boundary types:
 Checking face pairs.
 Checking periodic boundaries.
   Zone    4: x-translation: min (m) = -1.309709e+001, max (m) = 7.779633e+000
              y-translation: min (m) = -1.148050e+002, max (m) = -7.540776e+001
              z-translation: min (m) = -7.152557e-005, max (m) = 8.392334e-005
 Checking node count.
 Checking nosolve cell count.
 Checking nosolve face count.
 Checking face children.
 Checking cell children.
 Checking storage.
Done.
```

图 3-3-31　网格检查结果

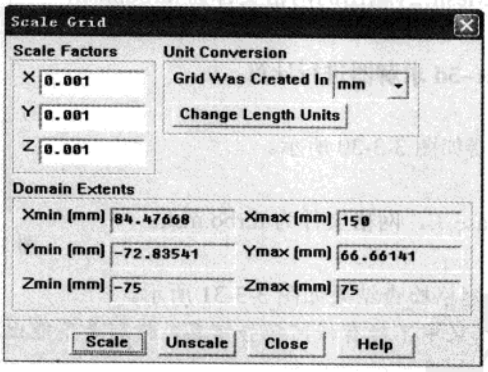


图 3-3-32　单位设置对话框

```
Grid Size

Level    Cells    Faces    Nodes    Partitions
    0    85680    264324   95256             1
```

图 3-3-33　网格信息

6. 对求解器进行设置

点击 Define→Models→Solver…，保留默认设置，点击 OK 按钮。

7. 启动能量方程

点击 Define→Models→Energy…，保留默认设置，点击 OK 按钮。

8. 选择紊流模型

点击 Define→Models→Viscous…，保留默认设置，点击 OK 按钮。

9. 选择流体

点击 Define→Materials…，打开流体材料属性设置对话框，如图 3-3-34 所示。

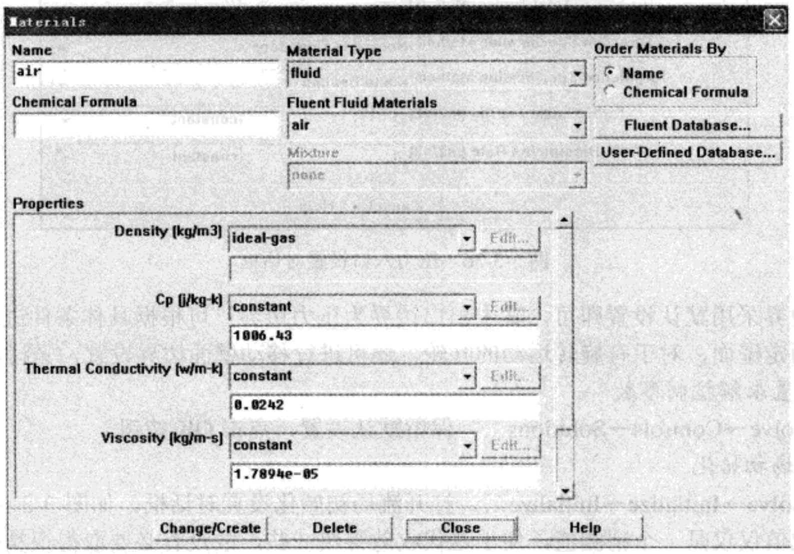


图 3-3-34　流体材料属性设置对话框

在 Density 项选择 ideal-gas（理想气体），保留其他默认设置，点击 Change/Create 按钮，点击 Close 按钮。

10. 确定操作环境

点击 Define→Operations…，保留默认设置，点击 OK 按钮。

11. 确定边界条件

点击 Define→Boundary→Conditions…，打开边界条件设置对话框，如图 3-3-35 所示。

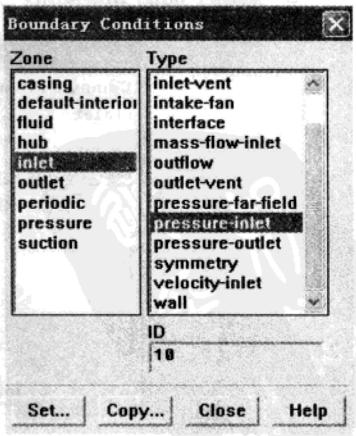


图 3-3-35　边界条件设置对话框

➘ 注意：在进行流域建模过程中，Gambit 已经把相应的边界类型以及计算模型等都进行了设置，比如 Casing、Hub 等为固壁，所以只需要对特殊的边界进行设置就可以了。

① 在 Zone 项选择 inlet，点击 Set...按钮，打开入口边界设置对话框，如图 3-3-36 所示。

② 在入口边界设置对话框中，在 Gauge Total Pressure

项输入 1 000。

③ 在 Total Temperature 项输入 350。

④ 保留其他默认设置，点击 OK。

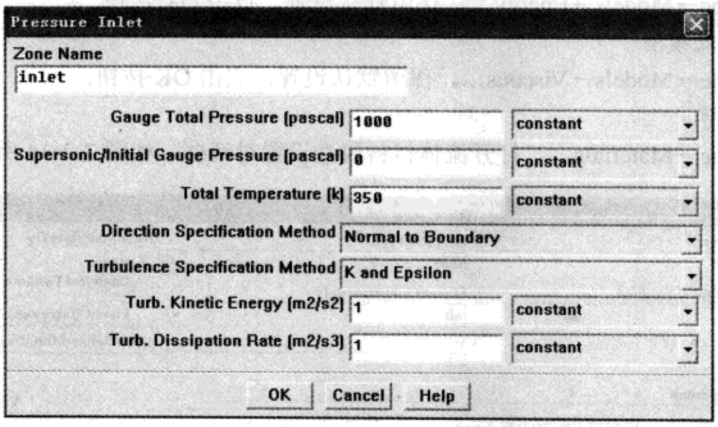


图 3-3-36　压力入口设置对话框

其他边界采用默认设置即可，其中出口边界为压力边界，可根据具体条件进行设置；固壁边界为固定壁面，对于有旋转运动的叶轮，还可进行移动壁面边界设置，见讨论 2。

12. *设置求解控制参数*

点击 Solve→Controls→Solutions…，保留默认设置，点击 OK 按钮。

13. *流场初始化*

点击 Solve→Initialize→Initialize…，打开流场初始化设置对话框，如图 3-3-37 所示。流场初始化数值仅仅是一个猜测值，便于迭代收敛得快一些，故没有必要取得很精确，一般取入口处的值。

① 在 Compute From 下拉列表中选择 inlet。

② 点击下面的 Init 按钮，点击 Close。

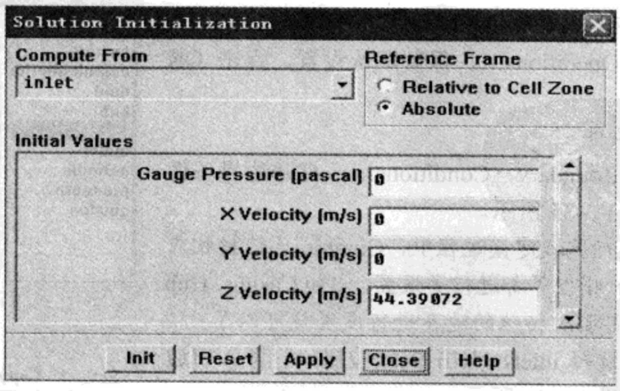


图 3-3-37　流场初始化设置对话框

14. 设置残差监视器

点击 Solve→Monitors→Residual…，打开残差监测器设置对话框，如图 3-3-38 所示。

① 在 Options 项选择 Print 和 Plot;

② 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

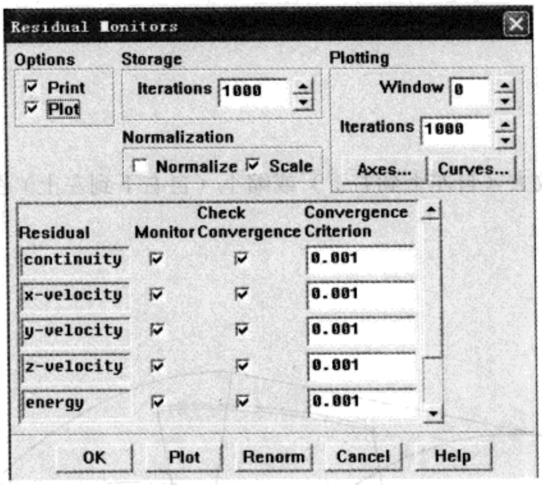


图 3-3-38 残差监测器设置对话框

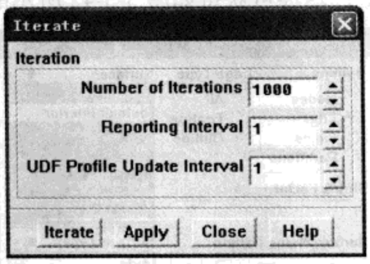


图 3-3-39 迭代计算设置对话框

15. 开始迭代计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框，如图 3-3-39 所示。在 Number of Iterations 项输入 1 000，点击下面的 Iterate 按钮，开始进行迭代计算。

迭代 536 次后收敛，残差监测曲线如图 3-3-40 所示。

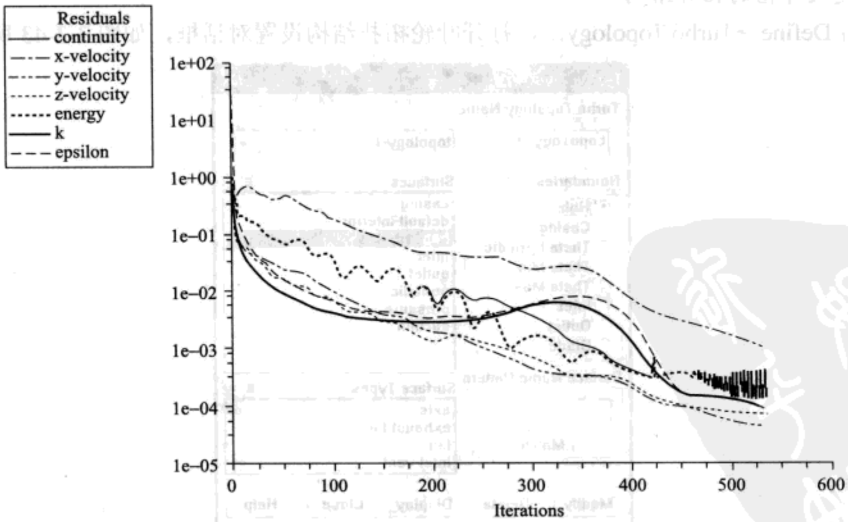


图 3-3-40 残差监测曲线图

第 4 步：计算结果的后处理

1. 显示流域轮廓

点击 Display→Grid...，打开网格显示对话框，如图 3-3-41 所示。

① 在 Options 下选择 Edges。

② 在 Edge Type 下选择 Outline。

③ 点击 Surfaces 右侧的 ☰ 按钮。

④ 点击下面的 Outline 按钮。

⑤ 点击 Display 按钮。

拖动鼠标左键转动图形；用鼠标中键放大（自左上到右下）或缩小（自右下到左上）图形；这样可获得如图 3-3-42 所示的图形。

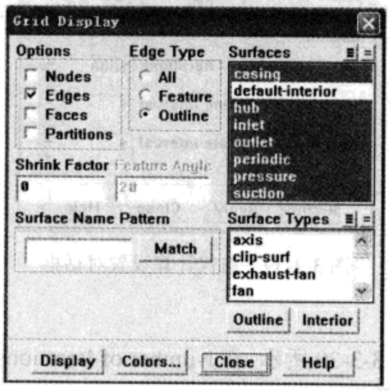


图 3-3-41 网格显示对话框

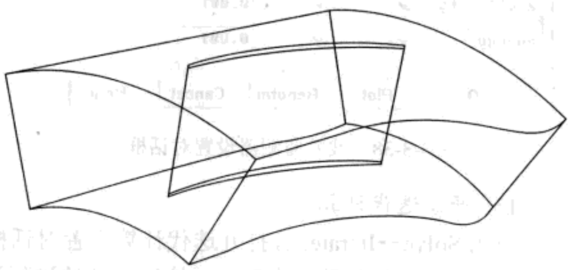


图 3-3-42 流域外形图

2. 定义叶轮的拓扑结构

点击 Define→Turbo Topology...，打开叶轮拓扑结构设置对话框，如图 3-3-43 所示。

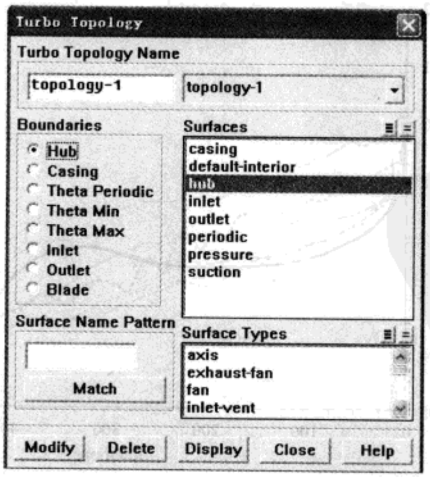


图 3-3-43 叶轮拓扑结构设置对话框

在 Turbo Topology Name 下拉列表中选择 topology-1，可以看到左侧 Boundaries 下的边界与右侧 Surfaces 下的面相对应，这是 Gambit 已经设定好的。

3. 创建特殊面

对于三维模型来说，为显示计算结果需要创建显示数据的某些特殊的面，Fluent 自动创建了边界面，但还需要创建一些其他的面，以便更好地显示计算结果。下面创建等值子午面（iso-meridional，沿着流动方向移动的面）和等径圆柱面（spanwise，位于轮毂与机壳之间）。

（1）创建等值子午面（iso-meridional）。

这是由子午面上 z 值相同的点组成的面，是一个垂直于 z 轴的平面。等值子午面的值为 0 时，就是入口端面，等值子午面值为 1 时就是出口端面，故子午面的值介于 0 到 1 之间。

点击 Surface→Iso-Surface…，打开等值面设置对话框，如图 3-3-44 所示。

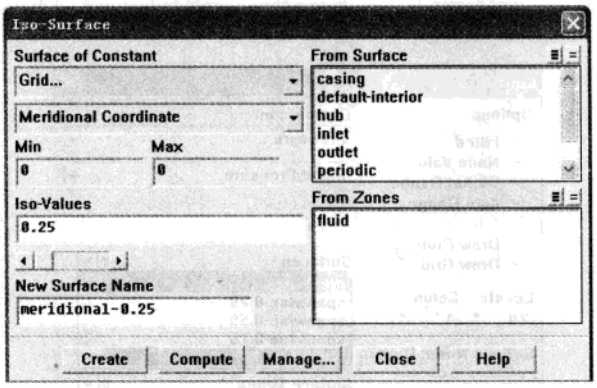


图 3-3-44　等值子午面设置对话框

① 在 Surface of Constant 下拉列表中选择 Grid…和 Meridional Coordinate。

② 在 Iso-Values 项填入 0.25。

③ 在 New Surface Name 项输入此面的名字 meridional-0.25。

④ 点击 Create。

用同样的方法分别创建三个面，等值子午面的值分别为 0.25，0.50，0.75。

（2）创建等径圆柱面（spanwise）。

这是沿叶片翼展方向的切平面，等径圆柱面的值为 0 时，就是轮毂面，等径圆柱面值为 1 时就是机壳面，故等径圆柱面的值介于 0 到 1 之间。

如图 3-3-45 所示，分别创建三个等径圆柱面，面值分别取为 0.25，0.50，0.75，并取相应的名字。

4. 流域内的压力分布

（1）轮毂面与叶片压力面及吸力面上的压力分布云图。

点击 Display→Contours…，打开分布云图设置对话框，如图 3-3-46 所示。

① 在 Options 项选择 Filled（充填式图形）。

② 在 Options 项选择 Draw Grid，打开边界图形设置对话框，如图 3-3-47 所示。

③ 在 Edge Type 项选择 Outline。

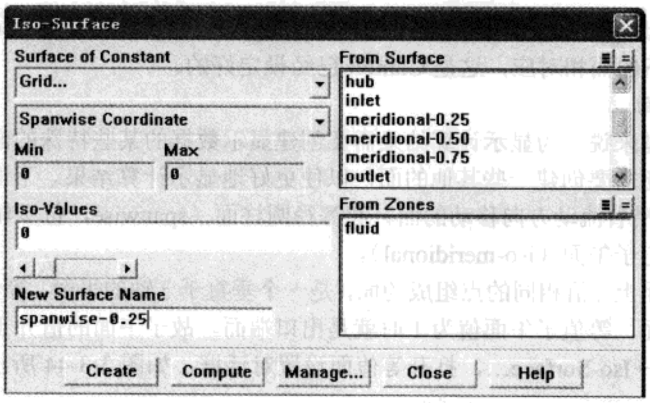


图 3-3-45 等径圆柱面设置对话框

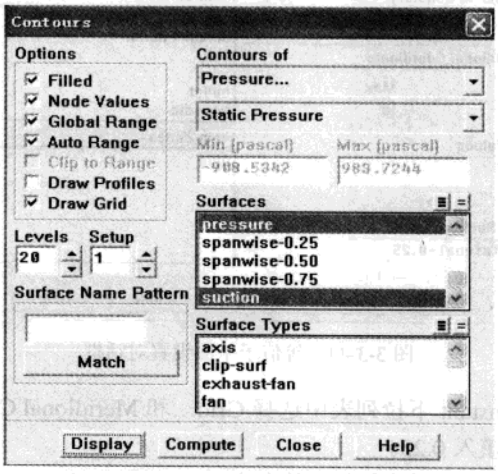


图 3-3-46 分布云图设置对话框

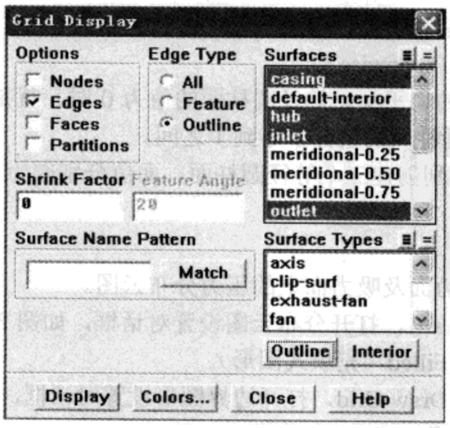


图 3-3-47 边界图形设置对话框

④ 在 Surfaces 项下面点击 Outline 按钮。

⑤ 点击 Display 按钮，点击 Close。

⑥ 在图 3-3-46 中的 Surfaces 项选择 pressure，suction 和 hub。

⑦ 点击 Display 按钮。得到压力分布云图，如图 3-3-48 所示。

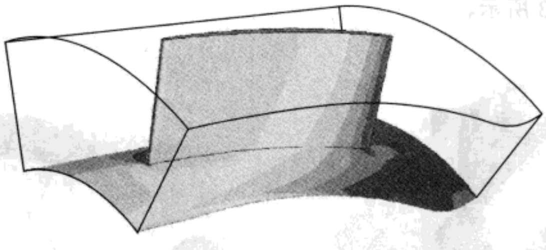


图 3-3-48　轮毂与叶片表面压力分布图

（2）等值子午面及等径圆柱面上的压力分布图如图 3-3-49 和图 3-3-50 所示。

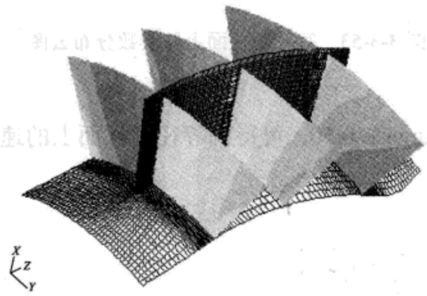


图 3-3-49　等值子午面压力分布图

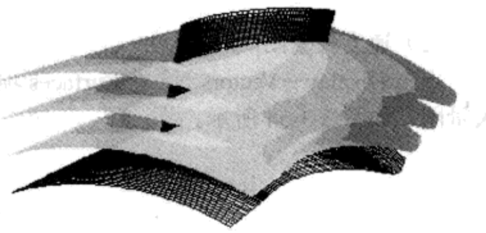


图 3-3-50　等径圆柱面压力分布图

5. 流域内的流动情况

（1）等值子午面上的马赫数分布云图，在图 3-3-51 中进行如下设置。

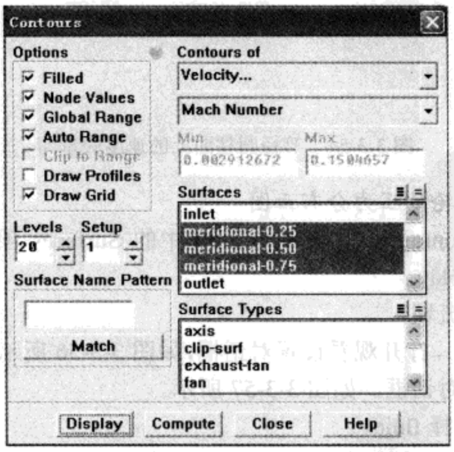


图 3-3-51　分布云图设置对话框

① 在 Contours of 项选择 Velocity…和 Mach Number。

② 在 Surfaces 列表中选择：meridional-0.25，meridional-0.50 和 meridional-0.75。

③ 点击 Display 按钮。

得到等值子午面上的马赫数分布云图如图 3-3-52 所示。同样可得到等径圆柱面上的马赫数分布云图如图 3-3-53 所示。

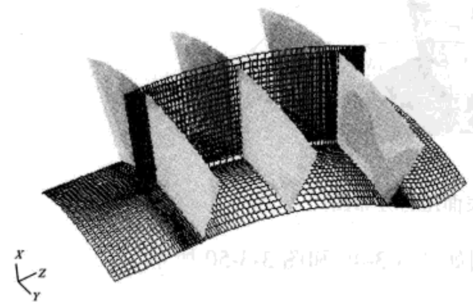


图 3-3-52　等值子午面上马赫数分布云图

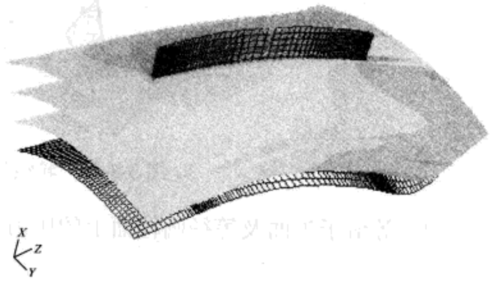


图 3-3-53　等径圆柱面上马赫数分布云图

（2）速度矢量图。

点击 Display→Vectors…，在 Surfaces 项选择 spanwise-0.50，可得到等径圆柱面上的速度矢量图，如图 3-3-54 所示。



图 3-3-54　等径圆柱面上的速度矢量图

6. 展示 360 度完整叶轮的压力分布云图

（1）点击 Display→Contours…，在图 3-3-55 中的 Surfaces 项仅选择名为 hub，pressure 和 suction 的面，点击 Display。

（2）显示 360 度完整流域。

点击 Display→views…，打开观看设置对话框，如图 3-3-56 所示。点击右侧下方的 Define... 按钮，打开周期图形设置对话框，如图 3-3-57 所示。

① 在 Cell Zones 项选择 fluid。

② 在 Associated Surfaces 项选择 hub，pressure 和 suction。

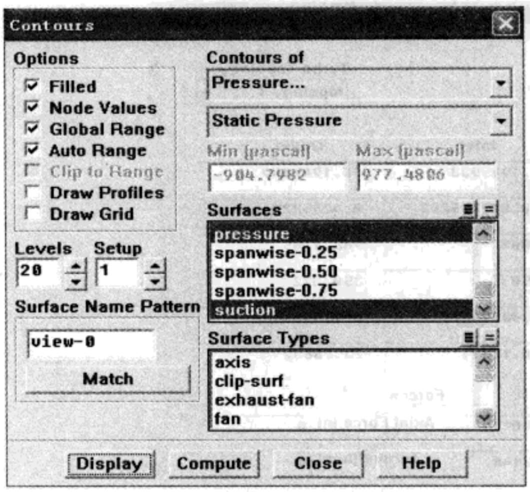


图 3-3-55 分布云图设置对话框

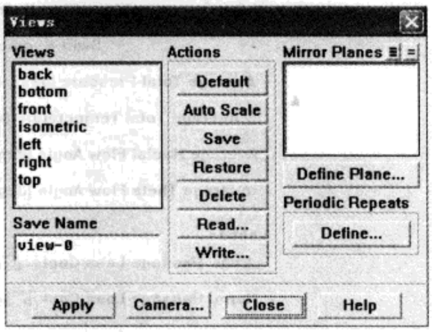


图 3-3-56 观看设置对话框

③ 在 Periodic Type 项选择 Rotational。

④ 在 Angle 向填入 45 度，单流域的圆周角。

⑤ 在 Number of Repeats 项填入 8。

⑥ 点击 Set 按钮，得到叶轮完整流域显示如图 3-3-58 所示。

注：若要回到单个流域的状态，点击 Reset 按钮即可。

7. 计算结果数据统计报告

点击 Turbo→Report…，打开报表设置对话框，如图 3-3-59 所示。

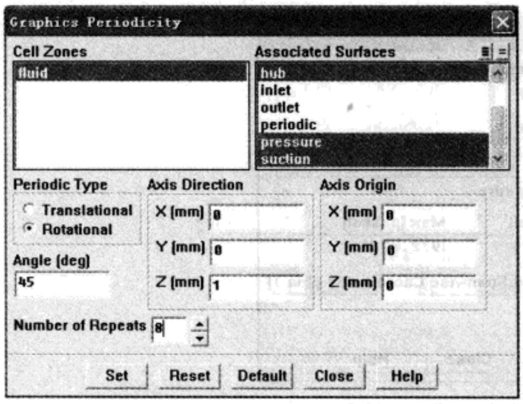


图 3-3-57 周期图形设置对话框

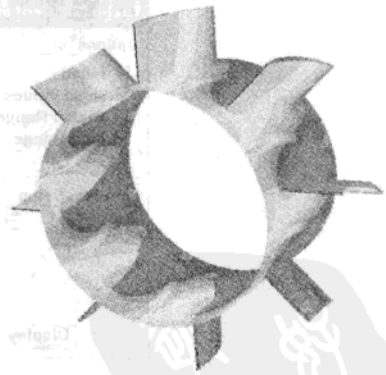


图 3-3-58 完整流域轮毂与叶片压力分布

① 保留 Averages 项的 Mass-Weighted 选项。

② 点击下面的 Compute 按钮。

8. 2d 分布云图

（1）关闭周期显示：点击 Display→Views…，点击下面的 Reset 按钮。

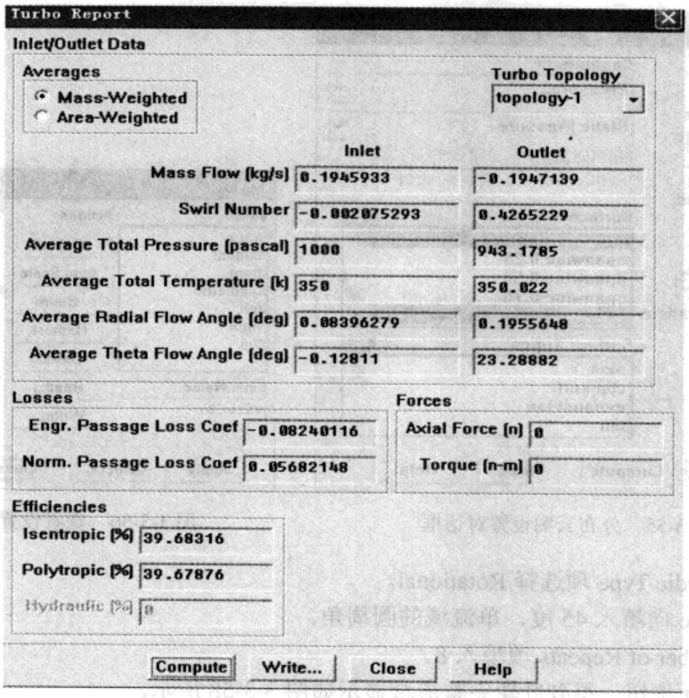


图 3-3-59　叶轮计算结果报表

（2）显示 2d 静压强的分布云图。

点击 Turbo→2D Contours…，打开叶轮二维图形设置对话框，如图 3-3-60 所示。

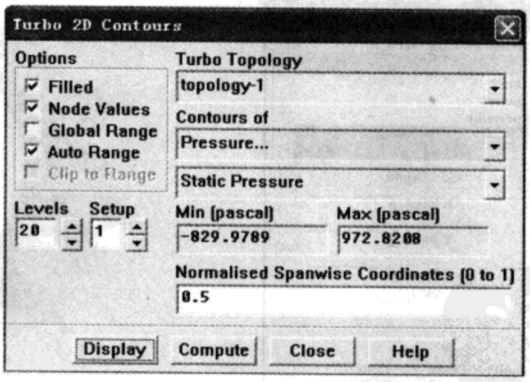


图 3-3-60　叶轮二维图形设置对话框

① 在 Options 项选择 Filled。

② 在 Turbo Topology 项选择 topology-1。

③ 在 Contours of 项选择 Pressure…和 Static Pressure。

④ 在 Normalised Spanwise Coordinates 项填入 0.5。

⑤ 点击 Display 按钮，得到二维显示图如图 3-3-61 所示。

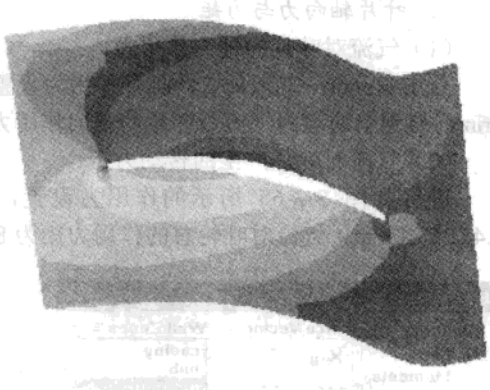


图 3-3-61　二维压力分布云图

9. 绘制平均值的 XY 图

点击 Turbo→Averaged　XY Plot…，打开绘制 XY 图形设置对话框，如图 3-3-62 所示。

（1）在 Y Axis Function 下拉列表中选择 Pressure…和 Static Pressure；

（2）在 Turbo Topology 项选择 topology-1；

（3）在 X Axis Function 下拉列表中选择 Hub to Casing Distance；（轮毂到机壳的距离）

（4）在 Fractional Distance 项填入 0.5；（自入口到出口的比距离，0～1）

（5）点击 Plot 按钮。得到在轴向中间截面上（周向）平均压力沿径向的分布曲线如图 3-3-63 所示。

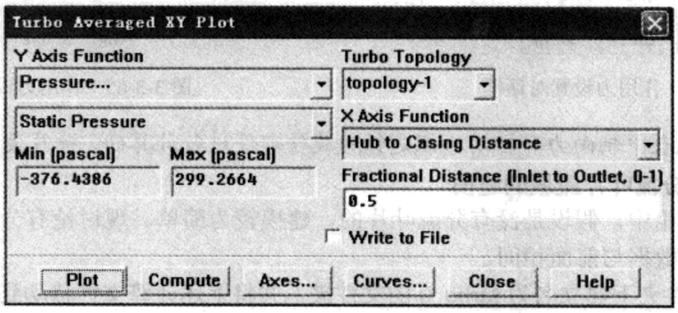


图 3-3-62　XY 图形设置对话框

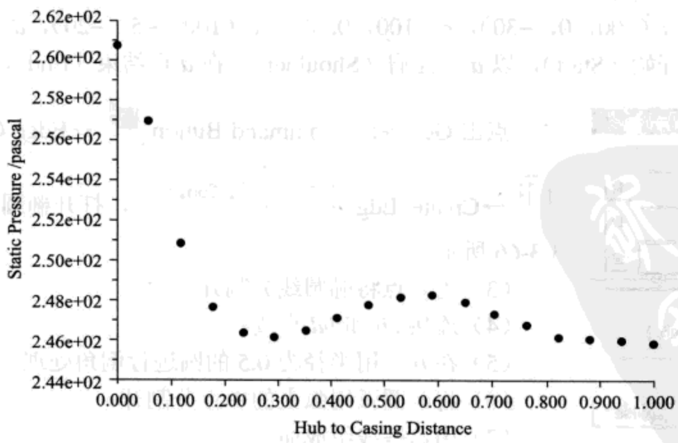


图 3-3-63　压力分布 XY 图

10. 叶片轴向力与力矩

（1）气流对叶片的轴向作用力。

点击 Report→Forces…，打开作用力设置对话框如图 3-3-64 所示。按照图中设置，点击 Print，得到单通道内气流对叶片的轴向作用力为 0.95 N。

（2）气流对叶片产生的转动力矩

进行如图 3-3-65 所示的作用力设置，点击 Print，得到气流对单叶片的转动力矩为 0.451 7 N • m；气流对叶轮总的作用力矩为 8×0.451 7 N • m = 3.613 6 N • m。

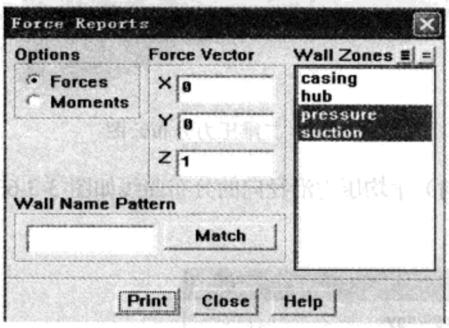


图 3-3-64　作用力设置对话框

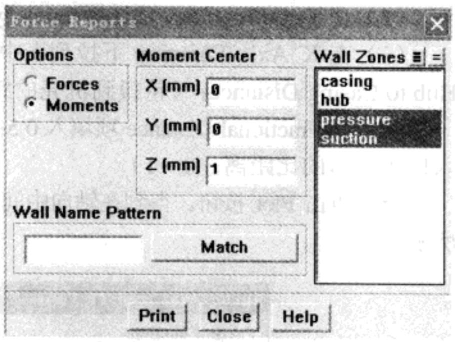


图 3-3-65　作用力设置对话框

注：在报表中轴向力和转动力矩是针对旋转部件进行计算的，叶片没有转动，故为 0。

讨论 1：有分流叶片流域的建模

在前面的讨论中，假设是没有分流叶片的，建模较为简单。现讨论有分流叶片情况时的建模，其他几何数据与前面相同。

在 turbo 文件夹下建立名为 turbo_0 的文件夹，并将上述计算文件移动到此文件夹下。再将 base 下的文件复制到 turbo 文件夹下。

启动 Gambit，读入 turbo.dbs 文件，并进行如下操作。

1. 建立分流叶片轮廓线

（1）创建点 *a*（100，0，–30），*b*（100，0, 30），*c*（100，–5，–20），*d*（100，5，–20）。

（2）从 *c* 点开始（Start），以 *a* 点为肩（Shoulder），在 *d* 点结束（End），画椭圆线。

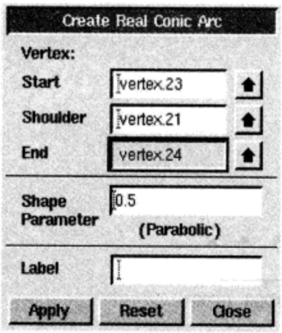


图 3-3-66　椭圆弧对话框

点击 Geometry Command Button  →Edge Command Button  →Create Edge 

，打开椭圆弧对话框，如图 3-3-66 所示。

（3）用 *a* 点将椭圆线分割开。

（4）连接 *cb* 和 *bd* 直线。

（5）在 *b* 点用半径为 0.5 的圆进行倒角处理。

（6）将此圆弧用弧上的中点分割开。

（7）用这些线组成面。

（8）将此面绕 *x* 轴转动–15°。

（9）将此面沿 y 轴移动 10。
（10）将此面复制到 $x = 150$ 处。
（11）删除这两个面，保留线段。
结果如图 3-3-67 所示。

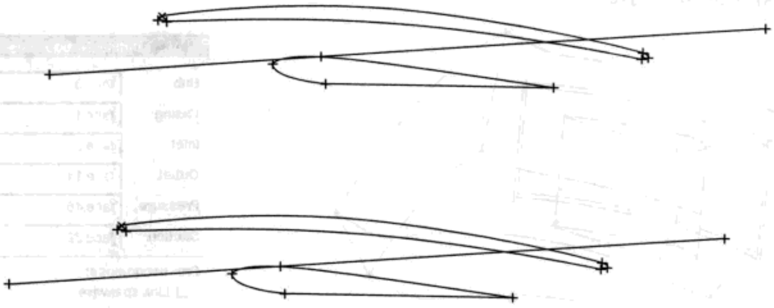


图 3-3-67　有分流叶片的流域轮廓图

2. 创建流动区域的轮廓

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Create Turbo Profile，打开创建叶轮流域对话框，如图 3-3-68 所示。
① Hub Inlet 和 Casing Inlet 项操作如前。
② Blade Tips 项选择主叶片截面的两个前缘点。
③ Splitters 项选择分流叶片截面的两个前缘点。
④ 在 Axis 项，点击 Define，打开旋转轴设置对话框，如图 3-3-69 所示。

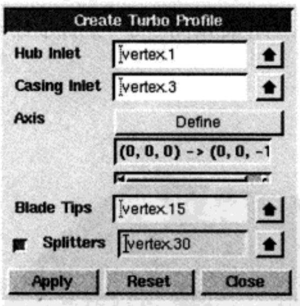


图 3-3-68　创建叶轮流域对话框

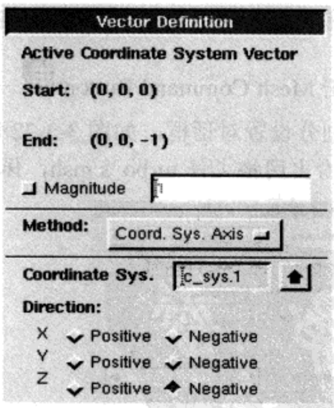


图 3-3-69　叶轮轴设置对话框

⑤ 选择 z 轴的 Negative（负方向），点击 Apply 按钮。
⑥ 点击 Apply 按钮。

注意：叶轮轴的方向，自分流叶片到叶轮叶片与轴满足右手螺旋法则。

3. 创建单叶片流域

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Create Turbo Volume ，打开叶轮流域设置对话框，在 Pitch 项选择 Blade Count 并填入叶片数目 8，点击 Apply 按钮，得到流域如图 3-3-70 所示。

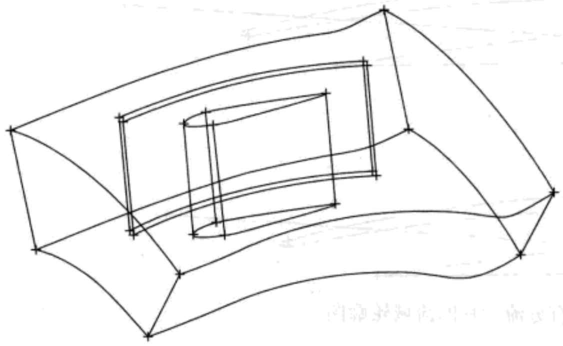


图 3-3-70　有分流叶片的流域

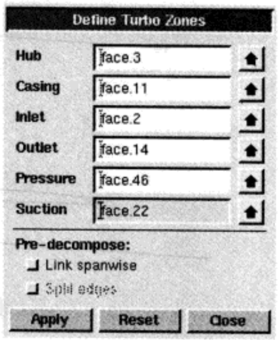


图 3-3-71　流域边界类型设置对话框

4. 设置流域的边界类型

流域边界的类型有六种：轮毂和机壳、入口和出口、压力面和吸力面。

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Define Turbo Zone ，打开流域边界类型设置对话框，如图 3-3-71 所示。进行相应的选择，点击 Apply 按钮。

注意：Hub，Casing，Inlet，Outlet 都各由一个面构成；Pressure 和 Suction 都各由六个面构成。

5. 网格划分

现在就可以利用 Gambit 进行网格划分了。

点击 Mesh Command Button →Volume Command Button →Mesh Volumes ，打开网格划分设置对话框，如图 3-3-72 所示。进行网格划分后结果如图 3-3-73 所示。

6. 输出网格文件 turbo_s.msh，保存文件

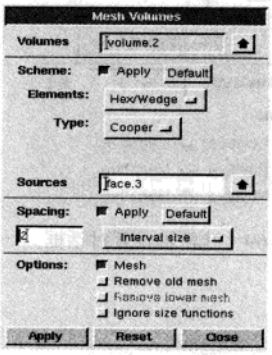


图 3-3-72　网格划分设置对话框



图 3-3-73　流域网格划分结果图

7. 启动 Fluent 进行计算

进行类似的设置，经 460 次迭代后残差收敛，曲线如图 3-3-74 所示。

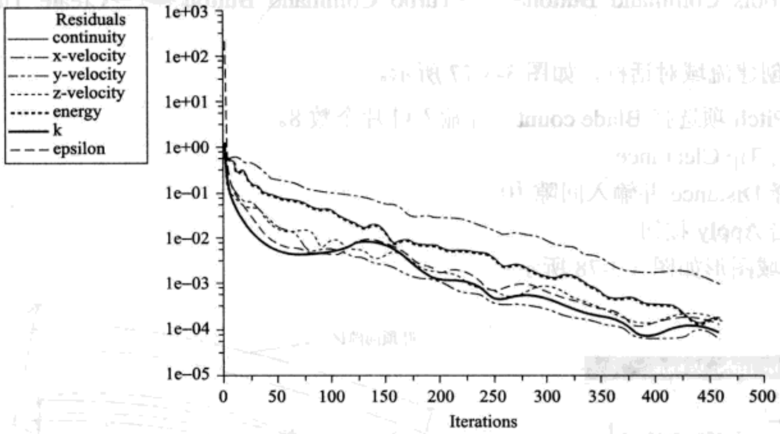


图 3-3-74　残差监测曲线图

8. 压力分布云图（如图 3-3-75 所示）

讨论 2：涡轮建模与旋转坐标系的应用

在气流的作用下，叶轮机械将流体的能量转化为自身的转动并对外做功，输出轴功率，这就是涡轮机。假设叶轮入口处的气体压强为 1 000 Pa，流经叶轮通道后经出口流出，气流对叶轮有轴向作用力和周向作用力，周向作用力产生力矩并使叶轮以 50 rad/s 的角速度绕 z 轴顺时针旋转。对气体流动以及涡轮工作特性进行模拟计算。

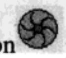
第 1 步：有叶顶间隙流域的建模

前面的讨论是假设没有叶顶间隙的，建模较为简单。现讨论有叶顶间隙情况时的建模，其他几何数据与前面相同。

在 turbo 文件夹下建立名为 turbo_s 的文件夹，并将有分流叶片流域建模的文件移动到此文件夹中，再将 base 下的文件复制到 turbo 文件夹下。

启动 Gambit，读入 turbo.dbs 文件，并进行如下操作。

1. 创建流动区域的轮廓

点击 Tools Command Button→Turbo Command Button→Create Turbo Profile，设置及操作与无叶顶间隙时的操作相同，如图 3-3-76 所示。

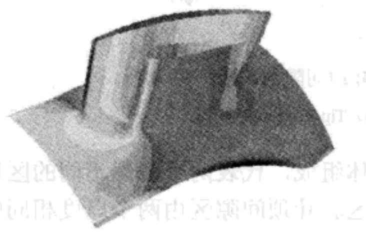


图 3-3-75　轮毂与叶片上的压力分布云图



图 3-3-76　创建叶轮流域对话框

2. 创建单叶片流域

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Create Turbo Volume ，打开创建流域对话框，如图 3-3-77 所示。

① 在 Pitch 项选择 Blade count，并输入叶片个数 8。
② 点击 Tip Clearance。
③ 选择 Distance 并输入间隙 10。
④ 点击 Apply 按钮。

得到流域图形如图 3-3-78 所示。

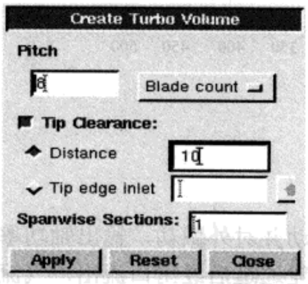


图 3-3-77　创建流域对话框

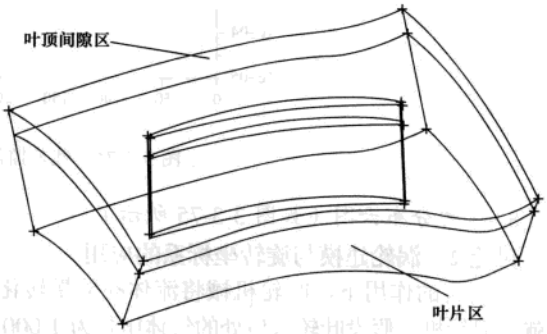
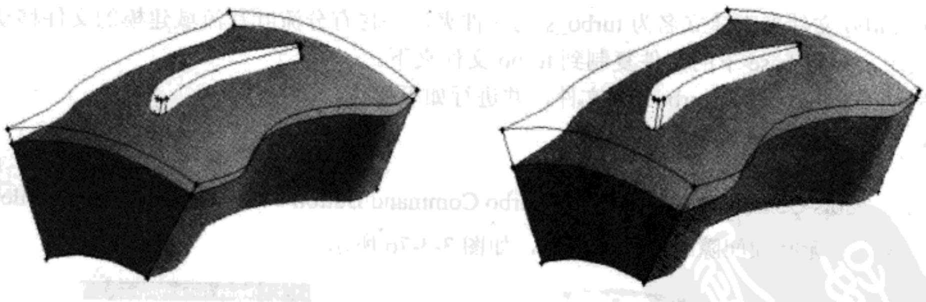


图 3-3-78　有叶顶间隙的流域

叶顶间隙是叶片与机壳之间的间隔，给定的方法有两种，一是给出机壳与叶片叶顶的平均距离（Distance）；二是分别给定叶片前、后缘点距机壳的距离。图 3-3-79 显示了这两种区域的区别。在图（a）中，两个区域的厚度是相同的；图（b）中，叶顶间隙区域是从入口到出口逐渐变薄的。



（a）　　（b）

图 3-3-79　两种叶顶间隙的比较

（a）Distance；（b）Tip-Edge inlet

确定了叶顶间隙后，流域由三个以上的实体组成，代表两个截然不同的区域，即介于机壳与叶顶之间的叶顶间隙区和包围叶片的叶片区。叶顶间隙区由两个厚度相同的实体组成；叶片区由一个或多个包围叶片的实体组成。本例是由三个体组成的。

3. 设置流域的边界类型

流域边界的类型有六种：轮毂和机壳、入口和出口、压力面和吸力面。

点击 Tools Command Button →Turbo Command Button →Define Turbo Zone ，打开流域边界类型设置对话框，如图 3-3-80 所示。

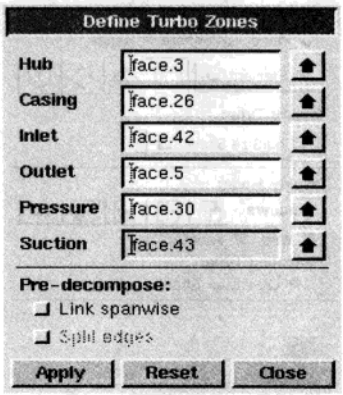


图 3-3-80 流域边界类型设置对话框

（1）Hub 1 个面。
（2）Casing 2 个面。
（3）Inlet 2 个面。
（4）Outlet 2 个面。
（5）Pressure 3 个面。
（6）Suction 3 个面。

点击 Apply，点击 Close。

4. 网格划分

现在就可以利用 Gambit 进行网格划分了。

点击 Mesh Command Button →Volume Command Button →Mesh Volumes ，打开体网格划分对话框，如图 3-3-81 所示。依次对所分割好的三个体进行网格划分，由于没有预先进行 H 分割，故不能用 Map 或 Submap 命令进行网格划分。

选择叶片区进行网格划分后，结果如图 3-3-82（a）所示，再对间隙区进行网格划分后，流域的网格划分情况如图 3-3-82（b）所示。

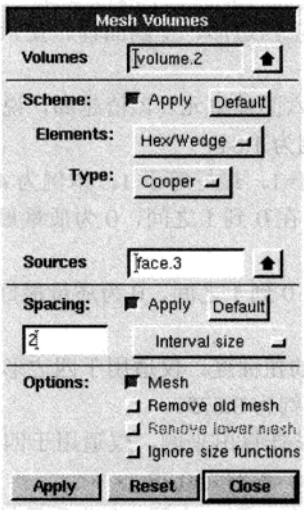


图 3-3-81 体网格划分对话框

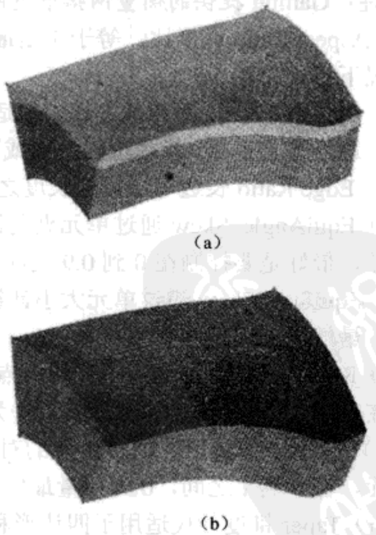


图 3-3-82 流域网格图

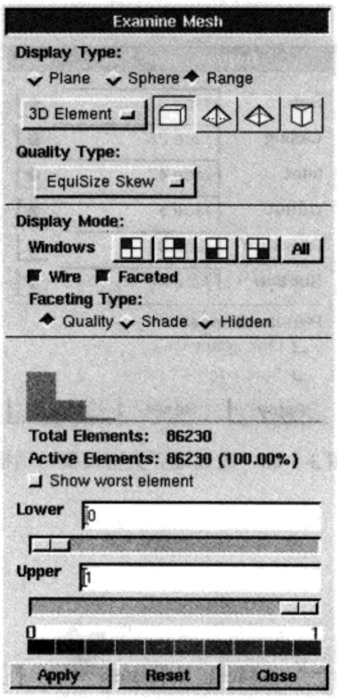


图 3-3-83　网格质量检查对话框

5. 网格质量检查

点击右下方工具栏内的图标，打开网格检查对话框，如图 3-3-83 所示。

① 在 Display 项选择 Range（进行范围选择，默认是整个流域）。

② 在 3D Element 项选择六面体（本节的网格为六面体网格）。

③ 在 Quality Type（网格质量类型）项选择 EquiSize Skew（网格扭曲程度）。

这时可看到，在 Total Elements 项为 86 230，表示总共检查的网格单元数。在 Active Elements 项为 100.00%，表示检查全部网格。

④ 点击下面的 Show worst element 左侧按钮。

此时在 Gambit 工作窗口将会显示扭曲最严重的网格单元，并在信息反馈窗口给出最大扭曲度为 0.66。一般来说，扭曲度应小于 0.9，否则网格质量不高，计算时由于扭曲度太大而使计算结果不可靠。

⑤ 在 Quality Type 项选择 Aspect Ratio（网格纵横比），点击 Show worst element 左侧按钮。

此时在工作窗口将会显示纵横比最大的网格单元，并在信息反馈窗口给出最大纵横比为 3.53。一般来说，最大纵横比应小于 5 比较合适，但 Fluent 对此项并没有一定的要求。

注：Gambit 提供的衡量网格质量的指标如下：

（i）Aspect Ratio 纵横比，等于 1 是最好的单元，如正四边形、正四面体、正六面体等；一般情况下不要超过 5。

（ii）Diagonal Ratio 对角线之比，仅适用于四边形和六面体单元。该值越高，说明单元越不规则，最好等于 1，也就是正四边形或正六面体，本例为 1.84。

（iii）Edge Ratio 长边与最短边长度之比，大于或等于 1，最好等于 1，本例为 4.25。

（iv）EquiAngle Skew 通过单元夹角计算的扭曲度，在 0 到 1 之间，0 为质量最好，1 为质量最差，最好是要控制在 0 到 0.9 之间，本例为 0.66。

（v）EquiSize Skew 通过单元大小计算的扭曲度，在 0 到 1 之间，0 为质量最好，1 为质量最差，最好是要控制在 0 到 0.9 之间，本例为 0.66。

（vi）MidAngle Skew 通过单元边中点连线夹角计算的扭曲度，仅适用于四边形和六面体单元，在 0 到 1 之间，0 为质量最好，1 为质量最差，本例为 0.675。

（vii）Stretch 伸展度，通过单元的对角线长度与边长计算出来的，仅适用于四边形和六面体单元，在 0 到 1 之间，0 为质量最好，1 为质量最差，本例为 0.72。

（viii）Taper 锥度，仅适用于四边形和六面体单元，在 0 到 1 之间，0 为质量最好，1 为质量最差，本例为 0.45。

6. 输出网格文件

网格检查说明所建网格符合要求，另外，边界类型等已经由 turbo 工具定义好，不用再进行定义了。输出网格文件到当前文件夹，文件名为 turbo_c.msh。

第 2 步：建立单旋转坐标系并进行计算

1. 启动 Fluent-3d，进行网格操作

（1）点击 File→Read→Case…，读入网格文件。

（2）点击 Grid→Check，网格检查。

（3）设置长度单位：点击 Grid→Scale…，长度单位设置为 mm。

2. 修订叶轮的拓扑结构

点击 Define→Turbo Topology…，打开叶轮拓扑结构设置对话框，如图 3-3-84 所示。

① 在 Turbo Topology Name 下拉列表中选择 topology-1；可以看到左侧 Boundaries 下的边界与右侧 Surfaces 下的面相对应，这是 Gambit 已经设定好的。

② 在 Boundaries 项选择 Blade。

③ 在右侧 Surfaces 项选择 bladetip（此时叶片由三部分组成，pressure、suction 和 bladetip）。

④ 点击 Modify 按钮。

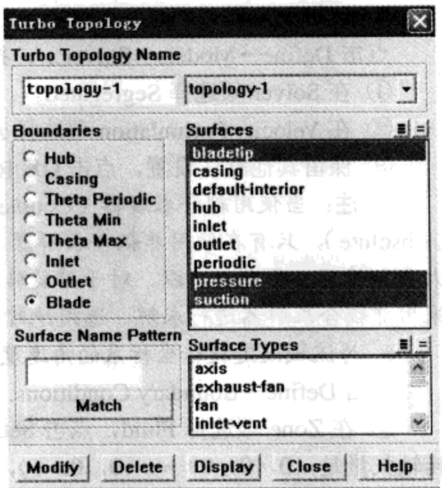


图 3-3-84　拓扑结构设置对话框

3. 旋转坐标系设置的方案

通常 Fluent 中的模型都是建立在惯性参考坐标系中的，对于旋转设备中的流动问题，Fluent 有四种处理方式，分别为单旋转坐标系模型（Rotating Reference Frame），多参考坐标系模型（MRF），混和平面模型（Mixing Plane）和滑移网格模型（Sliding Mesh）。

单旋转坐标系模型仅适用于不考虑定子影响的流场，其思想就是将坐标固定在转子上，坐标随同转子一起运动，在此旋转坐标系中，由于旋转边界与坐标系以相同的速度运动，因此旋转边界相对于坐标系是静止的，不定常的流动转化为定常流动，同时在计算中考虑了惯性力的影响。

多参考坐标系模型（MRF）就是在前一模型的基础上考虑了定子对流场的影响，将流场按不同旋转速度划分成几个流动区域，每个区域里用旋转坐标系进行定常计算，在这些流动区域的交界面上强制流动速度的连续性。

混和平面模型是另一种用定常方法计算定子与转子相互影响下的流场的模型，它在不同流动区域之间的交界面上进行了一定的周向平均，消除了流动本身的非定常性，这种模型要优于 MRF 模型。

滑移网格模型是采用滑移网格技术来进行流场的非定常计算的模型，用它计算的流场最接近于实际的流动，但这种模型需要耗费巨大的机器资源和时间。

本节考虑采用单旋转坐标系进行计算，在建立网格时必须注意以下约束条件：

（1）二维问题，旋转轴必须平行于 z 轴。

（2）二维轴对称性问题，旋转轴必须是 x 轴。

（3）三维问题，对于旋转单元体，应先设想一个旋转轴来建立网格，为了方便通常选取 x 轴，y 轴或 z 轴作为旋转轴。本节属于三维流动问题，并选取 z 轴作为旋转轴。

4. 关闭能量方程，设置流体材料

（1）点击 Define→Models→Energy…，关闭能量方程。

（2）点击 Define→Material…，设置空气密度为常数。

（3）点击 Define→Models→Viscous…，选择标准 k–e 紊流模型。

5. 设置求解器

点击 Define→Models→Solver…，打开求解器设置对话框，如图 3-3-85 所示。

① 在 Solver 项选择 Segregated。

② 在 Velocity Formulation 项选择 Absolute。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：当使用耦合求解器（Coupled）时，在 Velocity Formulation 项只能选择绝对速度（Absolute），只有在使用非耦合求解器（Segregated）时才能选择相对速度（Relative）。对于大多数情况，两者都可以，对于单旋转坐标系，使用绝对速度表达式有利于数值求解。本例采用非耦合求解器进行求解，选用绝对速度表达式。

6. 为流域设定旋转坐标系的角速度和轴

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界条件设置对话框，如图 3-3-86 所示。

① 在 Zone 项选择 Fluid，点击 Set...按钮；打开对话框，如图 3-3-87 所示。注意：到旋转轴矢量是（0，0，0）→（0，0，1），为 z 轴。

② 在 Motion 选项卡中，Motion Type 项选择 Moving Reference Frame。

③ 在 Rotational Velocity 项的 Speed（rad/s），填入–50（涡轮以 50rad/s 绕 z 轴顺时针转动）。

④ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

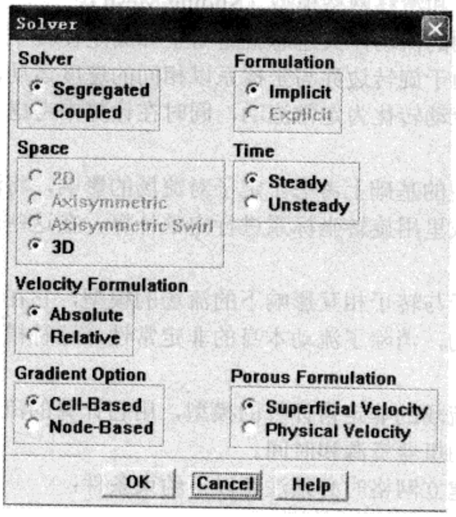


图 3-3-85 求解器设置对话框

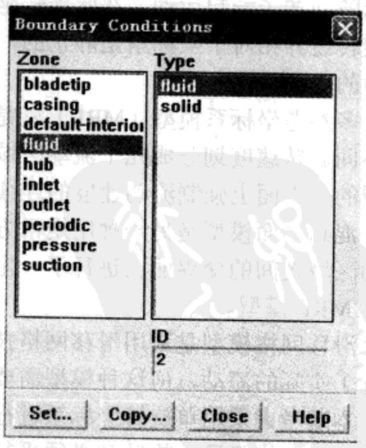


图 3-3-86 边界条件设置对话框

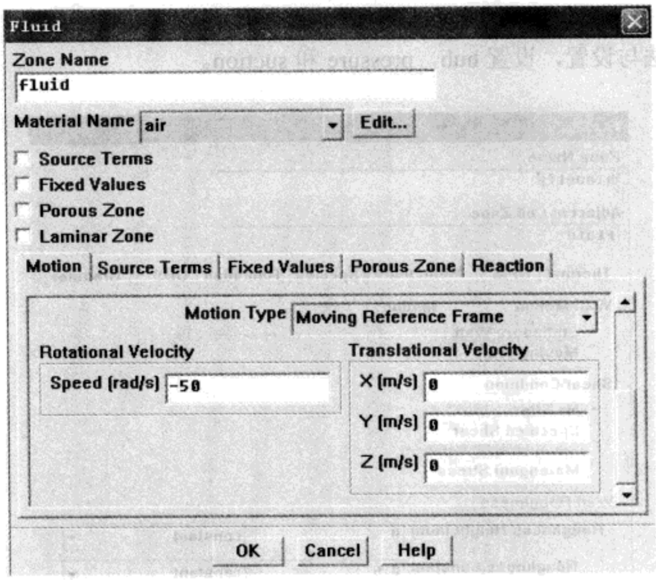


图 3-3-87 设置旋转坐标系对话框

注：① 这样设置后，相当于整个流域（与坐标系固连）是以–50rad/s 的角速度绕 z 轴旋转，计算是在此旋转坐标系内进行的。此时，叶片及轮毂在此坐标系内饰静止的；机壳在此坐标系内的转速为 50rad/s（相对速度），在绝对坐标系内则是固定不动的，转速为 0。

② 系统默认的角速度单位为 rad/s，若想改变单位，可进行如下操作：

点击 Define→Units...，打开计算单位设置对话框，如图 3-3-88 所示。在 Quantities 项选择物理量，在 Units 项选择单位。

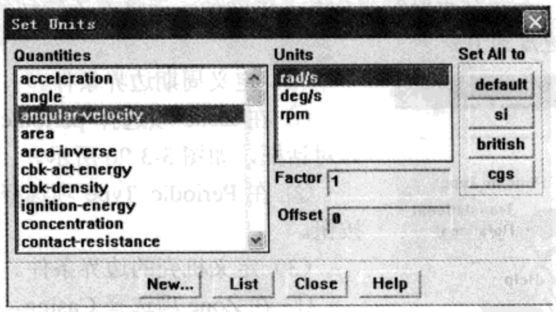


图 3-3-88 计算单位设置对话框

7. 边界条件设置

（1）定义叶片壁面和轮毂的边界条件（旋转壁面相对于旋转坐标系是静止的）。

① 在 Zone 项选择 bladetip，点击 Set...按钮；打开设置对话框，如图 3-3-89 所示。

② 打开 Momentum 选项卡，在 Wall Motion 项选择 Stationary Wall。

③ 保留默认设置，点击 OK 按钮。

用相同的方法与设置，设置 hub，pressure 和 suction。

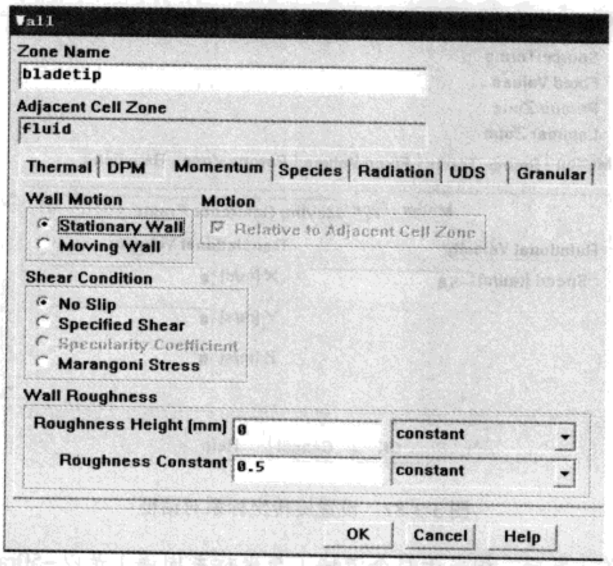


图 3-3-89　设置旋转固壁条件对话框

注： ① 在旋转坐标系中，由于旋转边界与坐标系以相同的速度运动，因此旋转边界相对于坐标系是静止的。这样设置是为了避免在流体计算域的旋转速度发生变化时，修改速度参数。

② 对于单旋转坐标系，Fluent 默认所有壁面都是以参考系的速度旋转的，即相对于旋转坐标系而言是静止的，而相对于绝对坐标系是运动的。若设置不转动的壁面，则必须在绝对参考系中定义其旋转速度为 0。

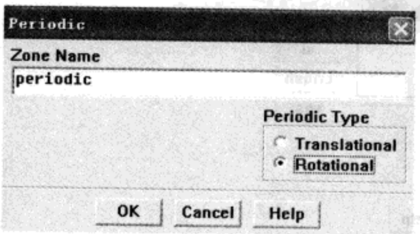


图 3-3-90　设置周期边界条件

（2）定义周期边界条件。

① 在 Zone 项选择 periodic，点击 Set...按钮；打开对话框，如图 3-3-90 所示。

② 在 Periodic Type 项选择 Rotational，点击 OK 按钮。

（3）定义机壳的边界条件。

① 在 Zone 项选择 Casing。

② 打开 Momentum 选项卡。

③ 在 Wall Motion 项选择 Moving Wall。

④ 在 Motion 项选择 Absolute 和 Rotational。

⑤ 在 Speed 项输入绝对转速 0（机壳的绝对速度为 0，相对速度为 50 rad/s）。

⑥ 设置如图 3-3-91 所示，保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

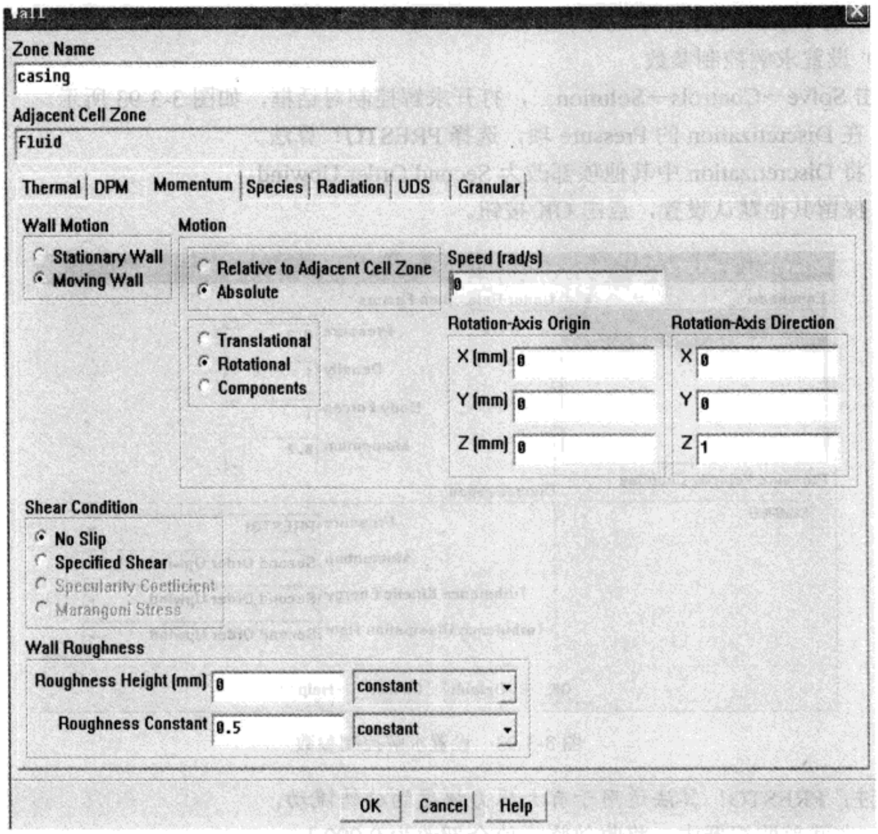


图 3-3-91 设置静止固壁条件

（4）定义压力入口边界与压力出口边界。

入口压力边界设置见图 3-3-92，出口压力边界取默认设置。

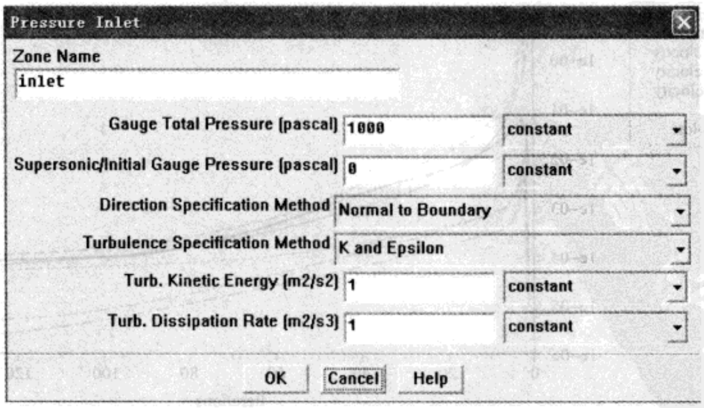


图 3-3-92 压力入口边界条件

8. *启动 Fluent 进行计算*

（1）设置求解控制参数。

点击 Solve→Controls→Solution…，打开求解控制对话框，如图 3-3-93 所示。

① 在 Discretization 的 Pressure 项，选择 PRESTO！算法。

② 将 Discretization 中其他项都改为 Second Order Upwind。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

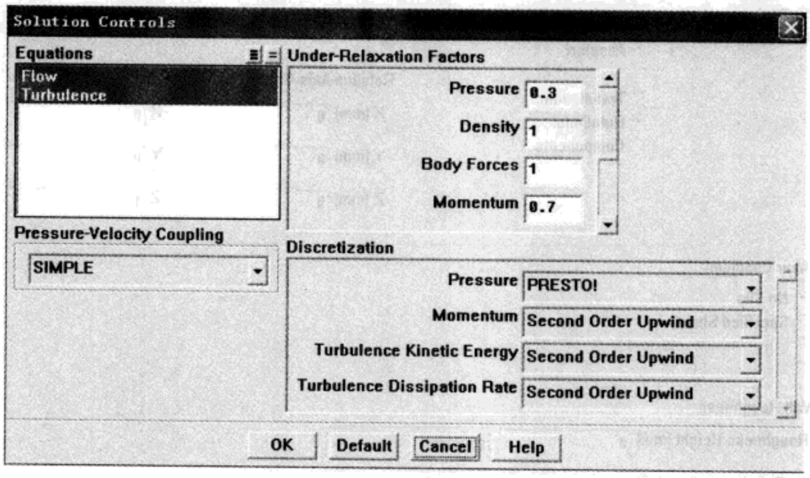


图 3-3-93　设置求解控制参数

注：PRESTO！算法适用于有大压力梯度的旋转流动。

（2）在残差监视器中，将收敛临界值全部改为 0.000 1。

（3）用 inlet 边界对流场初始化。

（4）迭代计算。

经过 137 次迭代后残差收敛，残差监测曲线如图 3-3-94 所示。

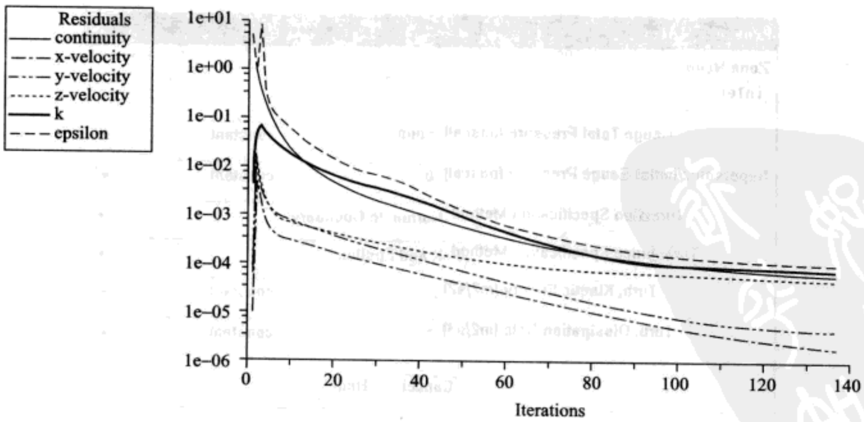


图 3-3-94　残差监测曲线

9. 关于旋转参考坐标系的求解策略

求解旋转坐标系中流动问题遇到的困难主要是当旋转项的影响很大时动量方程的高度耦合。高速的旋转会产生一个很大的径向压力梯度，从而推动流体向轴向和径向流动，因此在流场中形成旋涡。这种耦合会导致求解过程不稳定，这就需要特殊的求解技巧。

● （适用于非耦合求解器）使用 PRESTO！算法（在 Solution Controls 对话框中激活），这种算法适合于旋转流动中有大压力梯度问题。

● 减小速度的欠松弛因子，将其设为 0.3～0.5 或更低。

● 从一个较低旋转速度开始计算，然后逐渐增加，最终获得合理的结果。

因为坐标系的旋转和边界条件的定义所产生的力很复杂，随着速度的增加，求解将会变得不稳定。因此，可以用以比较小的速度开始求解，然后慢慢地增加速度。步骤如下：

（1）给边界条件设定一个较小的旋转速度，即给参考坐标系一个较小的角速度，可以设为正常转速的 10%；

（2）求解并保存求解数据；

（3）改变参考系的角速度，可以将速度提高一倍；

（4）以前面的求解值作为初始值进行求解，并保存结果；

（5）重复 3 和 4 步骤，得到最终解。

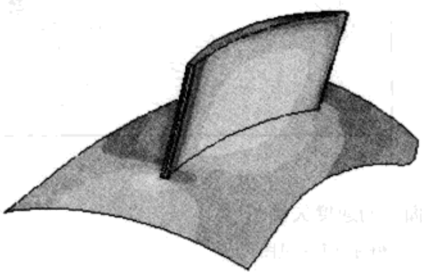
第 3 步：计算结果的后处理

计算结果的后处理过程可参考前面的内容，有些部分如压力分布设置等，在此就不加解释的直接引用了。

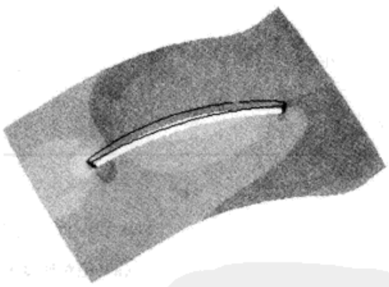
1. 压力分布图

（1）轮毂与叶片上的压力分布云图如图 3-3-95（a）所示。

（2）在 spanwise = 0.5 的等径圆柱面上的压力分布如图 3-3-95（b）所示。



（a）



（b）

图 3-3-95 压力分布云图

（a）轮毂与叶片上的压力分布；（b）等径圆柱面上的压力分布

2. 在 spanwise = 0.5 的等径圆柱面上的速度矢量图

当使用旋转参考坐标系求解时，可以分别绘制绝对速度矢量图和相对速度矢量图。

点击 Display→Vectors...，打开速度矢量图绘制对话框，如图 3-3-96 所示。

（1）在 Vectors of 下选择 Velocity（绝对速度），得到在绝对坐标系的速度矢量分布图如

图 3-3-97（a）所示。

（2）在 Vectors of 下选择 Relative Velocity（相对速度），得到在旋转坐标系的速度矢量分布图如图 3-3-97（b）所示。

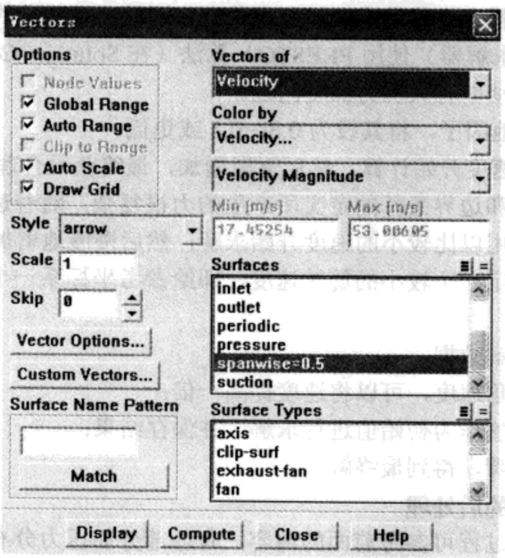
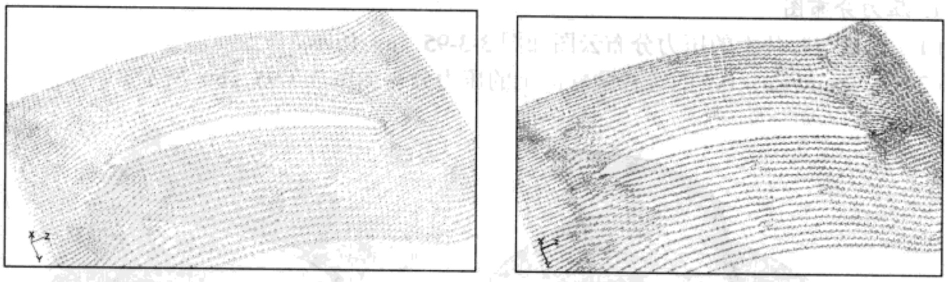


图 3-3-96　速度矢量图设置对话框



（a）　　　　　　　　　　　　（b）

图 3-3-97　等径圆柱面上的速度矢量图

（a）绝对速度矢量图；（b）相对速度矢量图

由对速度矢量图（如图 3-3-97 所示）的观察可明显看出，相对速度矢量在叶片壁面处是沿壁面切向的，而在绝对速度图中，明显有气流冲击叶片的流动。

3. 涡轮通道内的流线图

点击 Display→Path line…，打开流线图设置对话框，如图 3-3-98 所示。

① 在 Options 项选择 Draw Grid，设置好旋转壁面的显示效果。

② 在 Path Skip 项填入间隔数 29。

③ 在 Release from Surfaces 项选择 inlet。

④ 注意到在 Options 项选择了 Relative Pathlines（绘制相对坐标系的流线）。

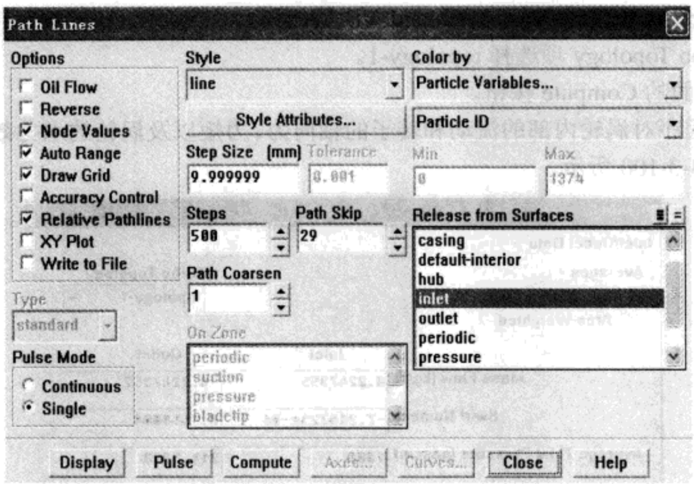


图 3-3-98 绘制流线图设置对话框

⑤ 保留其他默认设置，点击 Display 按钮。

得到流线图如图 3-3-99（a）所示。经过 Display→Lights 操作和 Display→Views 操作，可得到渲染后转动部件的图形如图 3-3-99（b）所示；全流道流线图如图 3-3-99（c）所示。

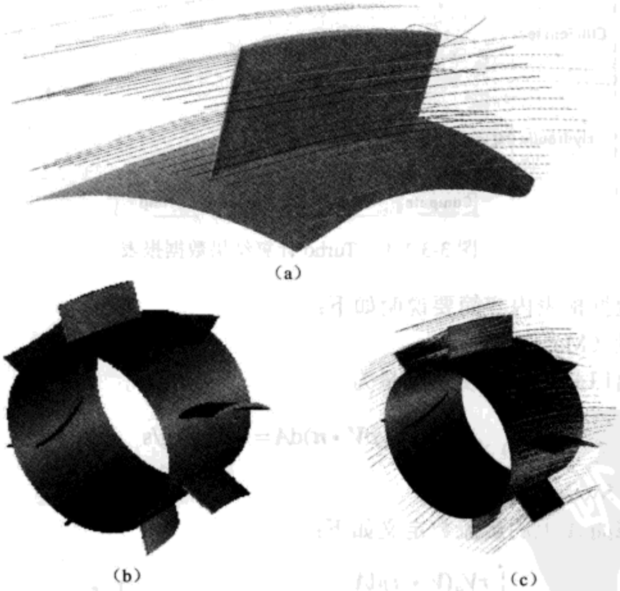


图 3-3-99 通道内的流线图

（a）单通道内的流线图；（b）全流道图；（c）全流道流线图

4. 计算结果数据统计报表及说明

点击 Turbo→Report…，打开报表设置对话框，如图 3-3-100 所示。

① 在 Averages 项保留 Mass-Weighted（质量加权）。

② 在 Turbo Topology 项选择 topology-1。

③ 点击下面的 Compute 按钮。

系统按照程序对涡轮内部的流动和转子的轴向力、力矩以及涡轮的水力效率等进行计算，得到结果如图 3-3-100 所示。

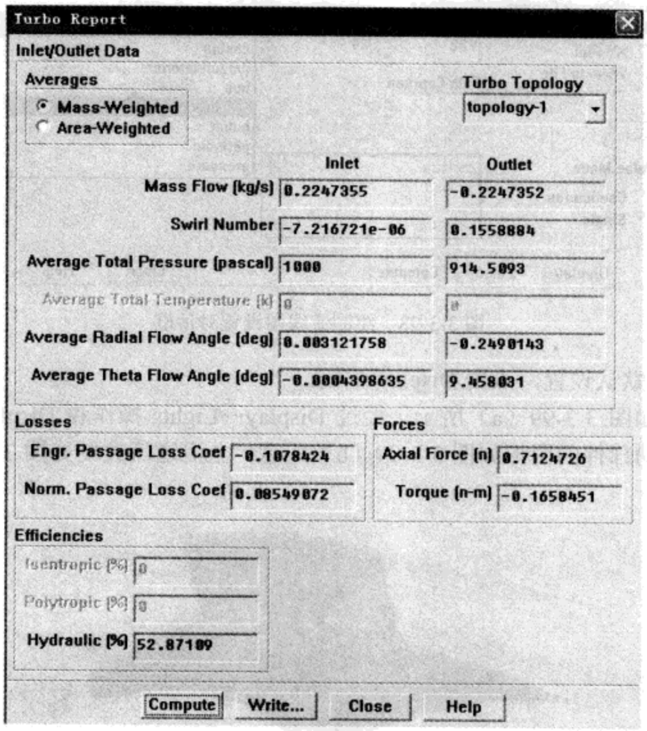


图 3-3-100　Turbo 计算结果数据报表

对计算结果数据报表内容简要说明如下：

（1）质量流量（Mass Flow）。

通过进口或出口截面 A 的质量流量为

$$\dot{m}=\int_A(\rho \boldsymbol{V}\cdot \boldsymbol{n})\mathrm{d}A=0.225\ \mathrm{kg/s}$$

（2）旋流数（Swirl Number）。

入口或出口截面 A 上的旋流数定义如下：

$$Sw=\frac{\int_A rV_\theta(\boldsymbol{V}\cdot \boldsymbol{n})\mathrm{d}A}{\bar{r}\int_A V_z(\boldsymbol{V}\cdot \boldsymbol{n})\mathrm{d}A}\qquad \text{其中}\ \ \bar{r}=\frac{1}{A}\int_A r\mathrm{d}A$$

（3）入口或出口截面 A 的平均总压（Average Total Pressure）。

① 面积平均总压定义如下：

$$\overline{p}_t = \frac{1}{A}\int_A p_t \mathrm{d}A$$

② 质量平均总压定义如下：

$$\overline{p}_t = \frac{\int_A (\rho p_t |\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n}|) \mathrm{d}A}{\int_A (\rho |\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n}|) \mathrm{d}A}$$

入口处 $\overline{p}_{t,i} = 1000\ \mathrm{Pa}$；出口处 $\overline{p}_{t,o} = 914.51\ \mathrm{Pa}$

(4) 质量加权平均流入（出）角（Flow Angle）。

径向角：

$$\overline{\alpha}_{r,m} = \arctan\left(\frac{\int_A (\rho V_r) \mathrm{d}A}{\int_A (\rho V_z) \mathrm{d}A}\right) = \begin{cases} 0.003\mathrm{deg} & 入口 \\ -0.249\mathrm{deg} & 出口 \end{cases}$$

周向角：

$$\overline{\alpha}_{\theta,m} = \arctan\left(\frac{\int_A (\rho V_\theta) \mathrm{d}A}{\int_A (\rho V_z) \mathrm{d}A}\right) = \begin{cases} 0.00\mathrm{deg} & 入口 \\ 9.458\mathrm{deg} & 出口 \end{cases}$$

(5) 通流损失系数（Passage Loss Coef）。

涡轮通道的气流损失系数（Norm. Passage Loss Coef）定义如下：

$$K_L = \frac{\overline{p}_{t,i} - \overline{p}_{t,o}}{\frac{1}{2}\rho \overline{V}_i^2} = \frac{1000 - 914.51}{0.5 \times 1.225 \times 40.4^2} = 0.0855$$

式中，$\overline{p}_{t,i}$ 为入口处的质量平均总压；$\overline{p}_{t,o}$ 为出口处的质量平均总压，$\overline{p}_{s,o}$ 为出口处的质量平均静压强。

(6) 轴向力（Axial Force）与力矩（Torque）。

① 旋转部件上的轴向力定义如下：

$$F_a = \left(\int_S (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{n}) \mathrm{d}S\right) \cdot \boldsymbol{a} = 0.713\ \mathrm{N}$$

② 作用在旋转部件上的力矩定义如下：

$$T = \left(\int_S (\boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{n})) \mathrm{d}S\right) \cdot \boldsymbol{a} = -0.166\ \mathrm{N \cdot m}$$

式中，S 为组成旋转部件的表面面积，$\boldsymbol{\tau}$ 为总应力（正压力与黏性切应力），$\boldsymbol{a}$ 为平行于旋转轴的单位矢量。

注：利用 Report→Forces 操作也可以得到轴向力和力矩，读者可自行验证。

(7) 涡轮机的水力效率（Hydraulic Efficiency）。

涡轮机能量转换示意图见图 3-3-101（a）。对于工作流体为不可压缩流体来说，涡轮机的效率可表示为输出的轴功率与流体流动所产生的功率之比，即有

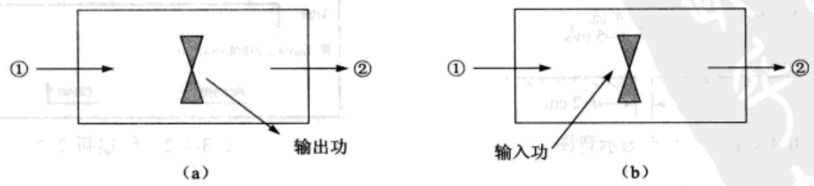


图 3-3-101 叶轮机械功能转换示意图

（a）涡轮机；（b）压气机

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

$$\eta=\frac{T\omega}{Q(p_{t2}-p_{t1})}=\frac{-0.166\times50}{\frac{\dot{m}}{\rho}(914.51-1\,000)}=0.528\,7=52.87\%$$

注：对于液体泵或低速风扇，工作流体可视为不可压缩流体，泵和压气机的能量转换示意图见图 3-3-101（b），其效率定义为泵的有效功与所提供的轴功率（输入功）之比，即

$$\eta=\frac{Q(p_{t,2}-p_{t,1})}{T\omega}$$

练习 1：改变进口压力，讨论进口压力对涡轮水力效率的影响。

练习 2：改变叶顶间隙，将叶顶间隙改为 5mm，重新计算，讨论叶顶间隙对涡轮性能的影响。

练习 3：改变叶片的安装角，讨论叶片安装角对涡轮性能的影响。

第四节　喷泉的喷射——VOF 与 DPM 模型的应用

问题描述

地面有一直径为 2 cm 的喷口，如图 3-4-1 所示。水自喷口以 5 m/s 的速度垂直向上喷出。设侧面风速为 2 m/s，用 Fluent 对水流喷出过程及流动进模拟计算。

分析

水自喷口喷出后，在重力的作用下速度逐渐减小，到达最高处时，上升速度为零。若不计气体对水流的阻力，则水流最高点 H 与水流初速度 V 的关系为

$$H=\frac{V^2}{2g}=\frac{5^2}{2\times9.81}=1.274\,2\text{ m}$$

从喷口到达最高点的时间为

$$t=\frac{V}{g}=0.51\text{ s}$$

另外，由于侧面风的影响，水流还会有沿风向的漂移运动，这个运动涉及气体与液体的相互作用问题，故是一个两相流动问题。

第 1 步：启动 Gambit

（1）在 D 盘根目录下建立名为 spring 的文件夹。

（2）点击 Gambit 快捷方式，将 D:\spring 作为当前工作目录。

（3）建立新文件，如图 3-4-2 所示，文件名为 spring。

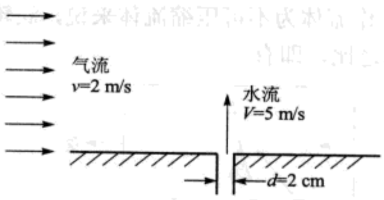


图 3-4-1　喷水流场示意图

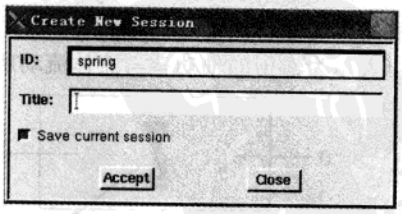


图 3-4-2　创建新文件

第 2 步：建立流域

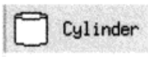
由前面的分析可知，流域的高度应不小于 1.3 m，考虑到边界的影响，设流域高度为 3 m。

另外考虑到喷流的特点以及侧面风的影响，可将流域设计成一圆柱形，圆柱的直径至少为 $2vt$=2.04 m，考虑到边界的影响，设圆柱直径为 3 m。

1. 建立小圆柱体

小圆柱体的直径就是喷口的直径，其高度为流域的高度，设为 3 m。

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Create Volume_



，打开圆柱体创建对话框，如图 3-4-3 所示。

① 在 Height 右侧输入 300。

② 在 Radius 1 右侧输入 1。

③ 在 Axis Location 项选择 Positive Z。

④ 点击 Apply 按钮。

注意：在创建圆柱体的同时也创建了点 *A*，位置在（1，0，0）。

2. 创建流域外围大圆柱体

大圆柱体的高度为 300 cm，半径为 150 cm，操作同前。

注意：在创建大圆柱体的同时也创建了点 *B*，位置在（150，0，0）。

3. 创建切割面

（1）连接 *A*、*B* 两点，成直线 *A*。

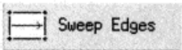
（2）创建点 *C*，位置在（0，0，0）。

（3）创建点 *D*，位置在（0，0，300）。

（4）连接 *C*、*D* 两点，成直线 *B*。

（5）用直线 *A* 沿直线 *B* 延伸而成平面 *A*。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Form Face_



，打开创建切割面对话框，如图 3-4-4 所示。在 Edges 右侧选择直线 *A*；在 Path 项选择 Edge；在 Edge 项选择直线 *B*；保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

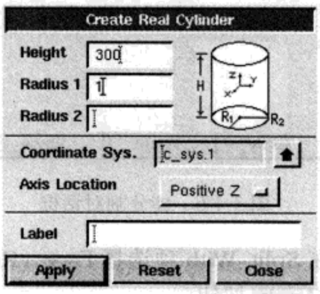


图 3-4-3　创建圆柱体

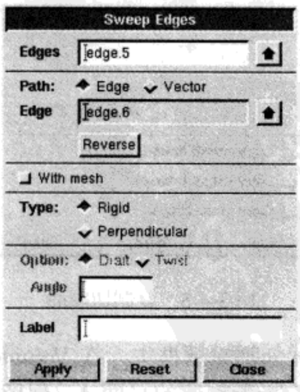


图 3-4-4　创建切割面

（6）将所创建的面 A 绕 z 轴旋转 180° 复制而成平面 B。

点击 Geometry Command Button →Face Command Button →Move/Copy Align Faces ，打开复制切割面对话框，如图 3-4-5 所示。在 Faces 项选择平面 A；选择 Copy 操作；在 Operation 项选择 Rotate；在 Angle 项填入 180；在 Axis 项选择 z 轴正方向，即（0，0，0）→（0，0，1）；点击 Apply 按钮。

4. 对流域进行分割

分割流域的目的是为了划分高质量的网格。

（1）用小圆柱体将大圆柱体分割为两部分。

点击 Geometry Command Button →Volume Command Button →Split/Merge Volumes ，打开体分割对话框，如图 3-4-6 所示。在 Volume 项选择大圆柱体；在 Split With 项选择 Volume（Real）；在下面的 Volume 项选择小圆柱体；保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。此时工作窗口的反馈信息说明，整个流域被分割为两部分，其中一部分与原小圆柱体相同，名字为 Volume.1；另一部分就是大圆柱体中除去小圆柱体后的部分，名为 Volume.2。

（2）分别用两个平面 A 和 B 切割流域。

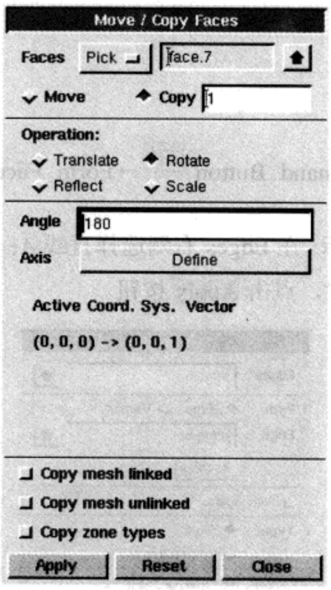


图 3-4-5 复制切割面

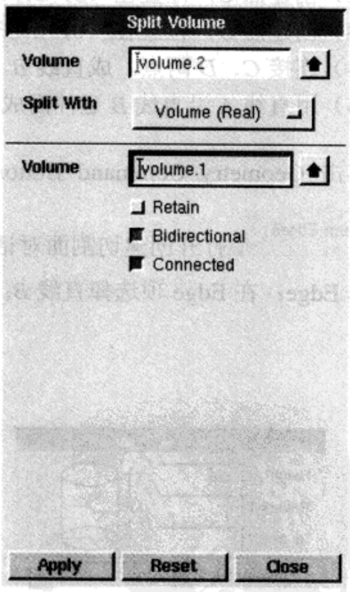


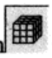
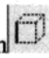
图 3-4-6 体分割对话框

在体分割对话框中，在 Volume 项选择 Volume.2；在 Split With 项选择 Face（Real）；在 Face 项选择所创建的平面 A；保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

再用平面 *B* 切割体积，此时流域被分割成三个体，如图 3-4-7 所示。

第 3 步：网格划分

1. 划分喷口边线网格

点击 Mesh Command Button→Edge Command Button→Mesh Edges，打开边线网格设置对话框，如图 3-4-8 所示。

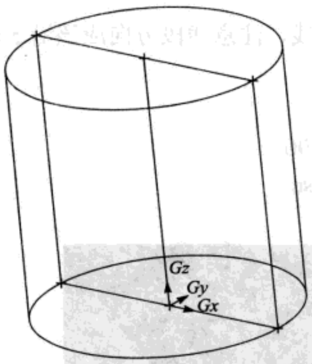


图 3-4-7 流域分割为三个体

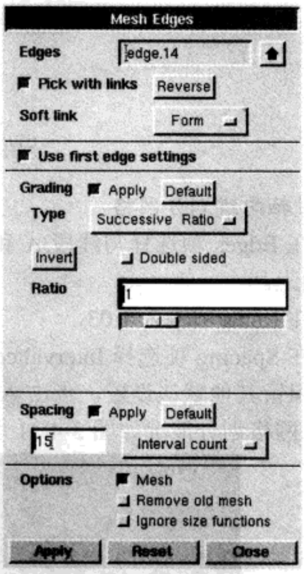


图 3-4-8 边线网格设置对话框

① 点击 Edges 右侧黄色区域。

② 按住 Shift 键点击喷口的两条边线。

③ 在 Spacing 项选择 Interval count 并输入 15。

④ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

此时网格如图 3-4-9 所示。

2. 划分流域径向线网格

① 在 Edges 项选择线 *A* 和它的对称线 *A'*；选择时注意线段方向应由内指向外，若需调整线段方向可按住 Shift 键的同时用鼠标中键点击该线。

② 在 Ratio 项输入等比线段的比例常数 1.06。

③ 在 Spacing 项选择 Interval count，并输入间隔数 50。

④ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮。

结果如图 3-4-10 所示。

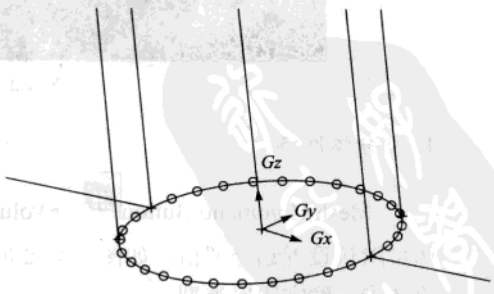


图 3-4-9 喷口线网格

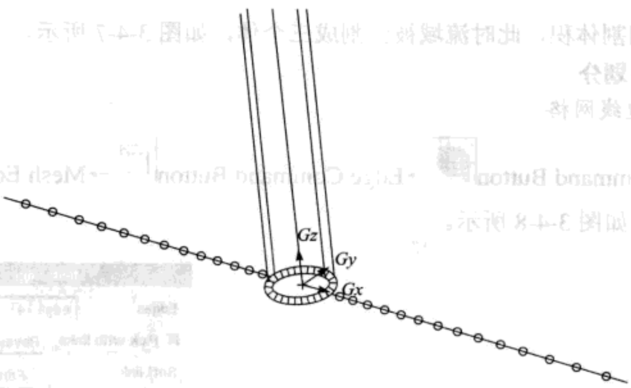


图 3-4-10　喷口及径向线网格

3. 对轴向线划分网格

① 在 Edges 项选择与线段 *A* 和 *A'* 相交的四条竖直线，注意线段方向应该沿 *z* 轴正向，由下指向上。

② 在 Ratio 项输入 1.03。

③ 在 Spacing 项选择 Interval count，并输入间隔数 90。

④ 保留其他默认设置，点击 Apply 按钮，点击 Close。

此时网格划分情况如图 3-4-11 所示。

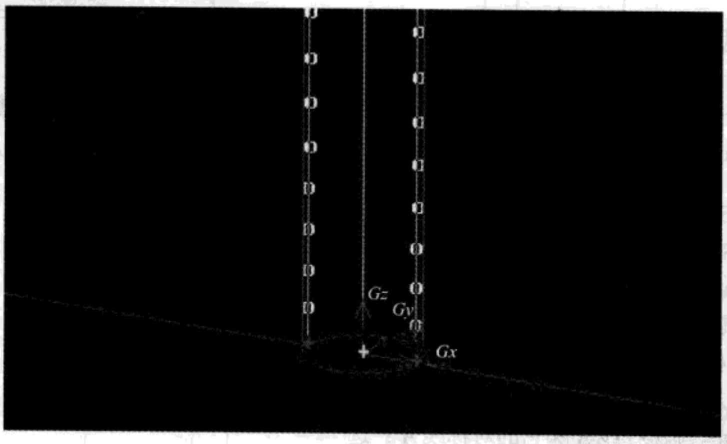


图 3-4-11　线网格图

4. 划分体网格

点击 Mesh Command Button →Volume Command Button →Mesh Volumes，对三个体按默认设置划分网格，如图 3-4-12 所示。

第 4 步：确定边界类型

点击 Zones Command Button →Specify Boundary Types Command Button，打开边

界类型设置对话框，如图 3-4-13 所示。

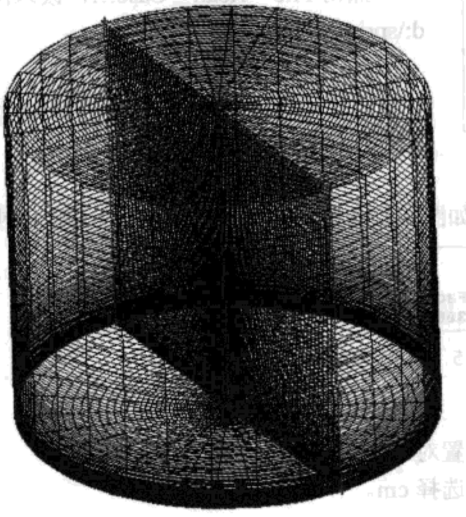


图 3-4-12 体网格图

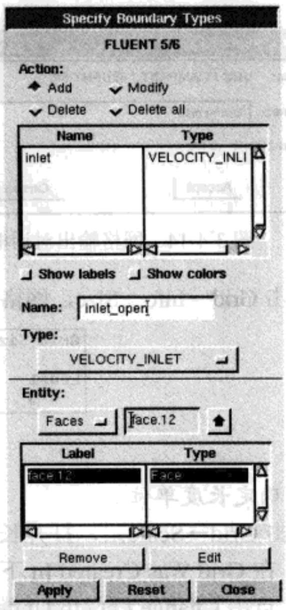


图 3-4-13 边界类型设置对话框

1. 设置入口边界类型

① 确定 Action 项为 Add。

② 在 Name 右侧输入边界名 inlet。

③ 在 Type 下拉列表中选择 VELOCITY_INLET。

④ 在 Entity 项，点击 Faces 右侧黄色区域。

⑤ 按住 Shift 键点击小圆柱体的底部端面。

⑥ 点击 Apply 按钮。

此时已创建了名为 inlet、类型为速度入口的边界。

2. 对侧面边界设置边界类型

（1）设置侧面（沿 y 轴方向左侧）为速度入口边界（Velocity_inlet），命名为 inlet_open。

（2）设置侧面（沿 y 轴方向右侧）为自由出流边界（outflow），命名为 outlet_open。

3. 对顶部边界设置类型

设置顶部边界为 Symmytry（对称）类型；命名为 top；选取小圆柱体的顶部端面以及流域的顶部面（共三个面）。

4. 对底部边界设置类型

设置底部边界为 wall（固壁）类型，命名为 ground，含有两个面。

5. 输出网格文件，保存文件

点击 File→Export→Mesh…，打开网格输出对话框，如图 3-4-14 所示，点击 Accept 按钮，点击 Close。

第 5 步：启动 Fluent-3d，读入网格文件

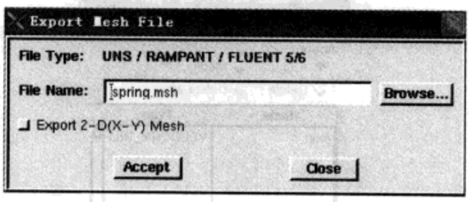


图 3-4-14　网格输出对话框

1. 读入网格文件

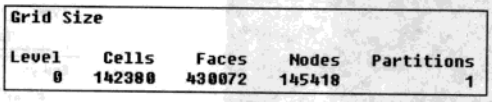
点击 File→Read→Case...，读入网格文件：d:\spring\spring.msh。

2. 网格检查

点击 Grid→Check。保证网格的正确性，不能有任何警告信息。

3. 网格信息

点击 Grid→Info→Size，网格信息显示如图 3-4-15 所示，可看出共有 142 380 个网格单元。



Grid Size

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	142380	430072	145418	1

图 3-4-15　流域网格信息

4. 确定长度单位

点击 Grid→Scale...，打开长度单位设置对话框，如图 3-4-16 所示。

① 在 Grid Was Created In 下拉列表中选择 cm。

② 点击 Change Length Units 按钮。

③ 点击 Scale 按钮，点击 Close。

第 6 步：计算模型及边界条件设置

1. 选择 VOF 多相流模型

点击 Define→Models→Multiphase...，打开多相流模型对话框，如图 3-4-17 所示。

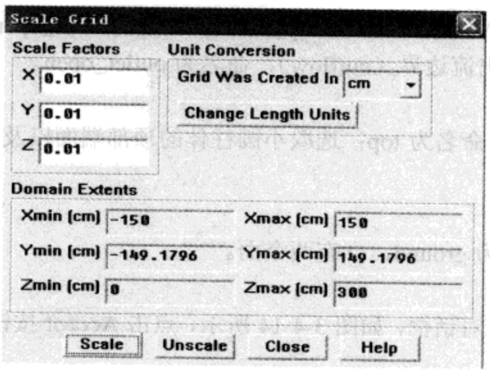


图 3-4-16　长度单位设置对话框

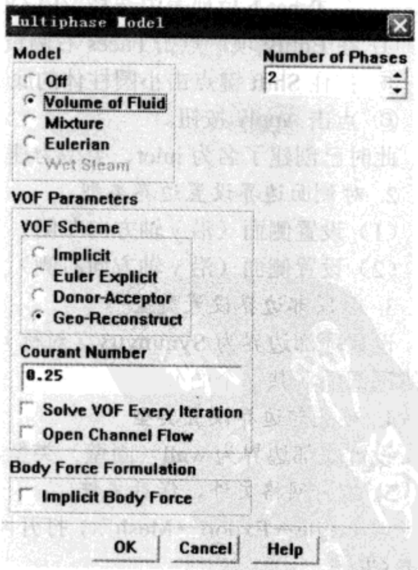


图 3-4-17　选取 VOF 模型

① 在 Model 项选择 Volume of Fluid。

② 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：① Courant Number 数大则计算收敛快，但容易出现不收敛问题；把此数改小一点利于计算的收敛。

② 本例只涉及气体和液体的两相流动，故在 Number of Phases 项为 2。

③ 对于涉及体积力的 VOF 和 mixture 计算，Fluent 建议在 Body Force Formulation 项选择 Implicit Body Force，通过解决压力梯度和动量方程中体积力的平衡可提高解的收敛性，读者可进行验证。

2. 选择紊流模型

点击 Define→Models→Viscous…，打开紊流模型对话框，如图 3-4-18 所示。在 Model 项选择 k-epsilon［2 eqn］，保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：对于类似于射流这类流动，实验证明选择标准的 k-ε紊流模型是比较适当的。

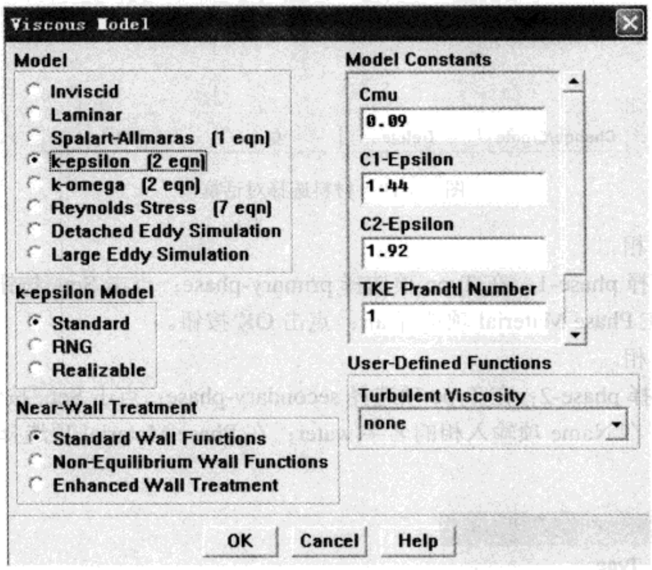


图 3-4-18　选取紊流模型对话框

3. 选取材料

点击 Define→Materials…，打开材料选择对话框，如图 3-4-19 所示。点击右侧 Fluent Database...按钮，打开材料库，选择 water-liquid，点击 Copy 按钮；将 Density 项改为 1 000；将 Viscosity 项改为 0.001；点击 Change/Create 按钮，点击 Close。

此时选择了两种流体材料，一是系统默认的空气（air），另一种是新选择的流体液态水（water-liquid）。

4. 设置基本相和第二相

点击 Define→Phase…，打开相设置对话框，如图 3-4-20 所示。

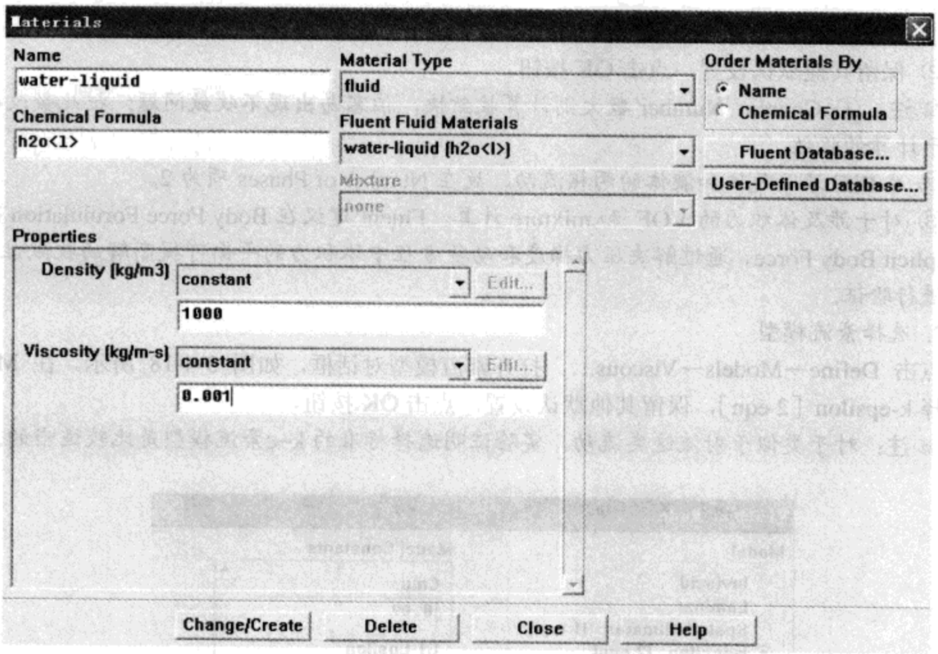


图 3-4-19　材料选择对话框

（1）设置基本相。

在 Phase 项选择 phase-1；在 Type 项选择 primary-phase；点击 Set...按钮；在 Name 项输入相的名字 air；在 Phase Material 项选择 air；点击 OK 按钮。

（2）设置第二相。

在 Phase 项选择 phase-2；在 Type 项选择 secondary-phase；点击 Set...按钮，打开对话框，如图 3-4-21 所示；在 Name 项输入相的名字 water；在 Phase Material 项选择 water-liquid；点击 OK 按钮。

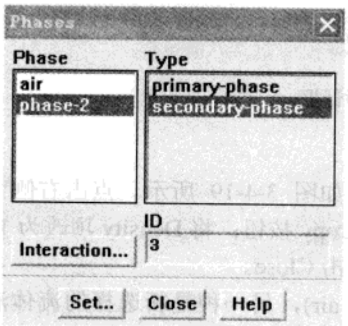


图 3-4-20　相设置对话框

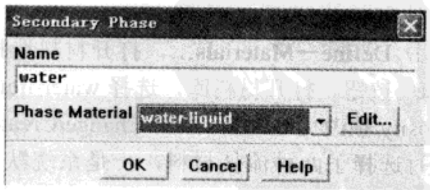


图 3-4-21　设置第二相

5. 操作环境

点击 Define→Operation Conditions…，打开环境设置对话框，如图 3-4-22 所示。

① 在 Gravity 项选择 Gravity，有重力影响的流动。

② 在 Gravitational Acceleration 项，x=0，y=0，z=−9.81；重力沿 z 轴的负方向。

③ 在 Variable-Density Parameters 项选择 Specified Operating Density。

④ 在 Operating Density 项选择气体的密度。

注：① 对于多相流动，考虑重力影响时，在 Operating Density 项总是选择密度较小的流体密度。

② 关于 Reference Pressure Location 项的设置，参考压力的位置应该选择能减少压力计算的位置。在包含空气和水的系统，参考压力的位置应选在充满空气的区域而不选在充满水的区域，因为当给定相同的速度分布时高密度流体的静压变化大于低密度流体。如果相对压力为零的区域出现在压力变化小的区域，将比压力变化出现在大的非零值的区域带来的计算量少。即参考压力位置应在总是包含密度最小的流体区域中。默认的情况，参考压力的位置在（0，0，0），本例中压力参考位置选择了默认设置，读者可做适当的改变。

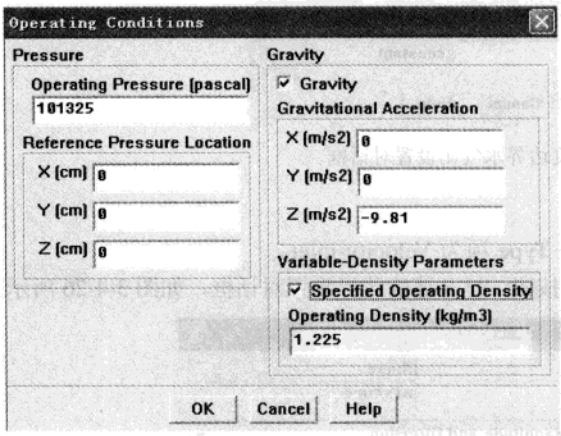


图 3-4-22 环境设置对话框

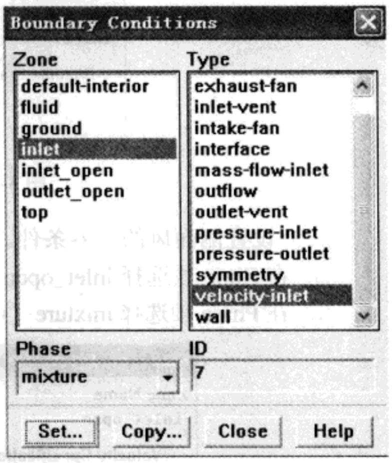


图 3-4-23 边界条件设置对话框

6. 边界条件

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界条件设置对话框，如图 3-4-23 所示。

（1）设置喷水口的边界条件。

① 在 Zone 项选择 inlet；确认在 Type 项为 Velocity-inlet。

② 在 Phase 项选择 mixture；点击 Set...按钮，打开速度边界设置对话框，如图 3-4-24 所示。在 Velocity Magnitude 项输入流入速度 5；在 Turbulence Specification Method 项选择 Intensity and Hydraulic Diameter（紊流强度和水力直径）；在 Turbulence Intensity 项输入 1；在 Hydraulic Diameter 项输入喷口的水利直径 20；点击 OK 按钮。

③ 在 Phase 项选择 water；点击 Set...按钮，打开设置对话框，如图 3-4-25 所示。在 Volume Fraction 项输入 1，表示流入的流体完全是水；点击 OK 按钮。

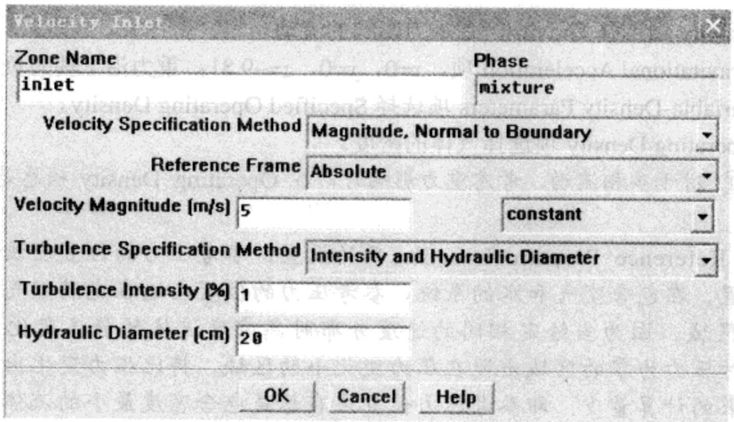


图 3-4-24　速度边界设置对话框

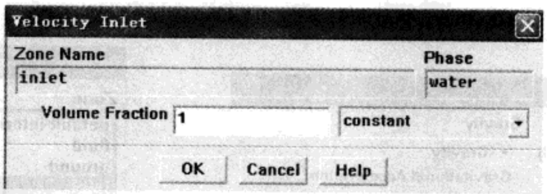


图 3-4-25　速度边界水气比设置对话框

（2）设置侧面风的边界条件。

① 在 Zone 项选择 inlet_open；确认在 Type 项为 Velocity-inlet。

② 在 Phase 项选择 mixture；点击 Set...按钮，打开速度边界设置对话框，如图 3-4-26 所示。

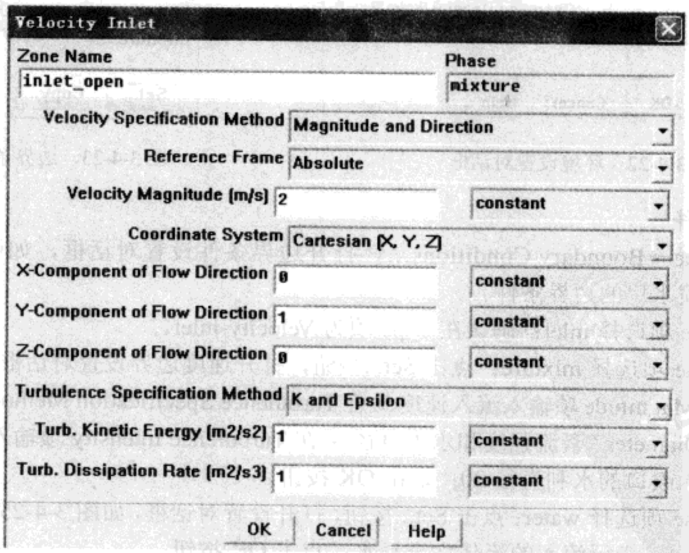


图 3-4-26　速度边界设置对话框

③ 在 Velocity Specification Method 项选择 Magnitude and Direction（大小与方向）。

④ 在 Velocity Magnitude 项输入侧面风速 2。

⑤ 在 X、Y、Z-Component of flow Direction 项分别输入 0，1，0，表示风向沿 y 轴的正方向。

⑥ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

在 Phase 项选择 water；点击 Set...按钮，打开设置对话框。在 Volume Fraction 项默认为 0，表示流入的流体完全是空气；点击 OK 按钮。

第 7 步：求解器控制参数设置

1. 求解器控制参数设置

点击 Solve→Controls→Solution...，打开求解控制参数设置对话框，如图 3-4-27 所示。

① 在 Pressure-Velocity Coupling 项选择 PISO 算法。

② 在 Discretization 项的 Pressure 项，选择 Body Force Weighted。

③ 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

注：① 对于迭代计算不收敛情况，可适当改小 Under-Relaxation Factors 项的松弛因子。

② 对于非定常流动，建议在 Pressure-Velocity Coupling 项选择 PISO 算法，收敛性很好。

③ 对于 VOF 模型，在 Discretization 项的 Pressure 项，应选择 body-force-weighted 或 PRESTO！算法。

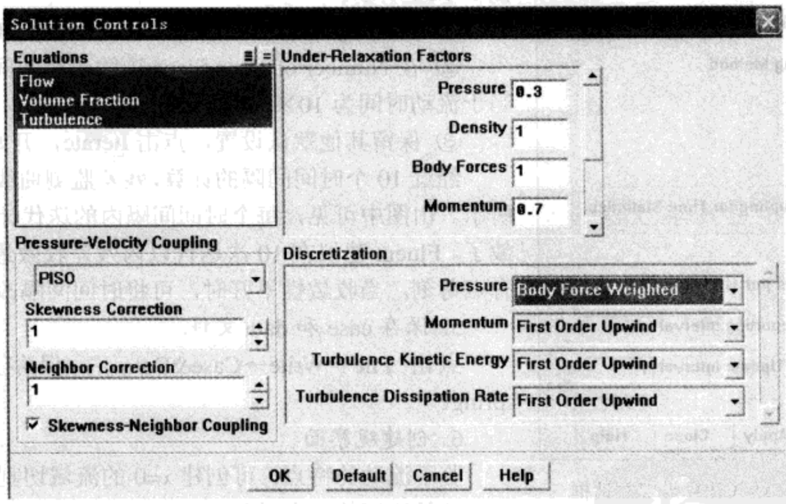


图 3-4-27　求解控制参数设置对话框

2. 流场初始化

点击 Solve→Initialize→Initialize...，打开流场初始化设置对话框，如图 3-4-28 所示。在 Compute From 项选择 inlet_open；点击 Init 按钮，点击 Close。

3. 残差监测器设置

点击 Solve→Monitors→Residual...，打开残差监视器设置对话框，如图 3-4-29 所示。

① 在 Options 项选择 Print 和 Plot。

② 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

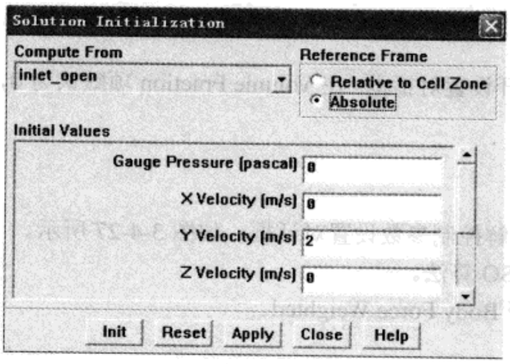


图 3-4-28　流场初始化设置对话框

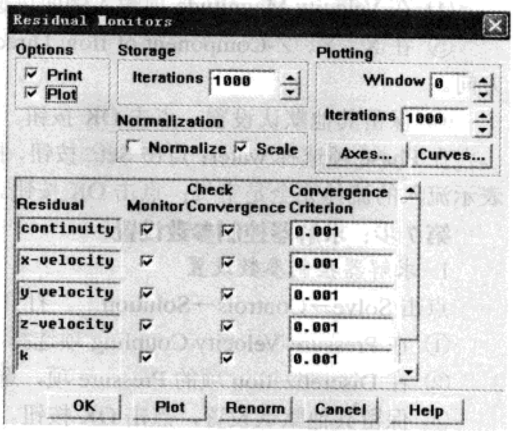


图 3-4-29　残差监视器设置对话框

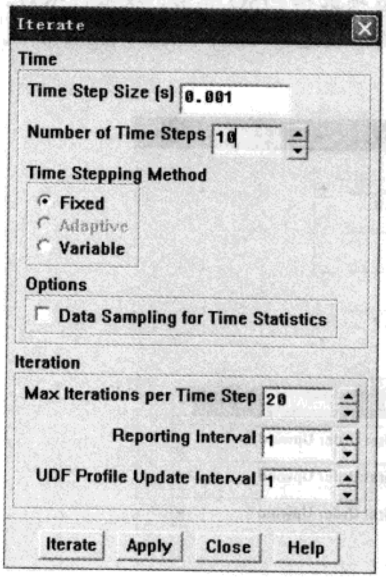


图 3-4-30　迭代计算设置对话框

4. *求解计算*

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框，如图 3-4-30 所示。

① 在 Time Step Size 项输入时间间隔 0.001。

② 在 Number of Time Steps 项输入时间间隔数 10（相当于流动时间为 10×0.001=0.01 s）。

③ 保留其他默认设置，点击 Iterate，开始迭代计算。

经过 10 个时间间隔的计算，残差监测曲线如图 3-4-31 所示。由图中可见，每个时间间隔内的迭代计算都已经收敛了。Fluent 建议在 10 次迭代以内残差收敛最好，当然这有点苛刻。当收敛性不好时，可将时间间隔改小一点。

5. *保存 case 和 data 文件*

点击 File→Write→Case&Data…，保存文件，名为 spring。

6. *创建观察面*

鉴于流动的特点，可创建 x=0 的流域切割面作为观察面，这是流域的一个对称面。

点击 Surface→Iso-surface…，打开等值面设置对话框，如图 3-4-32 所示。在 Surface of Constant 项选择 Grid…和 X-Coordinate；在 Phase 项选择 mixture；在 Iso-Values 项输入 0；在 New Surface Name 项输入表面的名字 x=0；点击 Create 按钮，则创建了一个名字为 x=0 的流域切割面。

7. *观察在对称面上的水的分布情况*

点击 Display→Contours…，打开绘图设置对话框，如图 3-4-33 所示。在 Options 项选择 Filled；在 Contours of 项选择 Phases…和 Volume fraction；在 Phase 项选择 water，在 Surfaces

项选择 x=0 的平面。

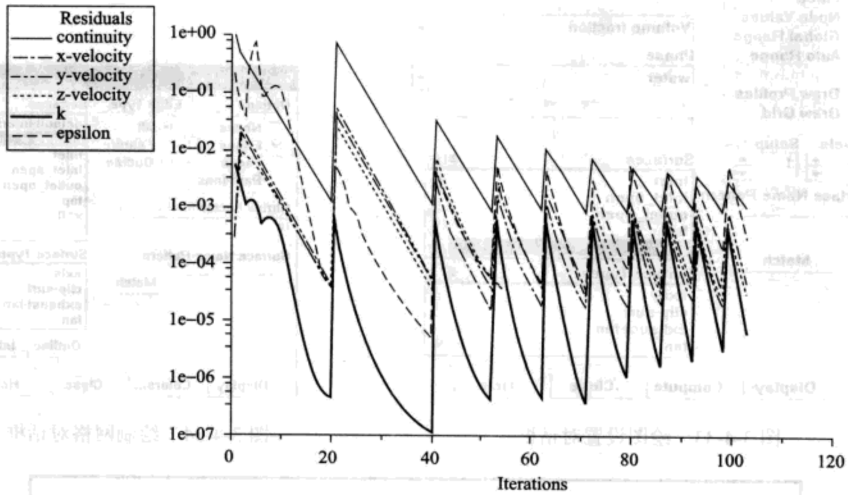


图 3-4-31 残差监测曲线

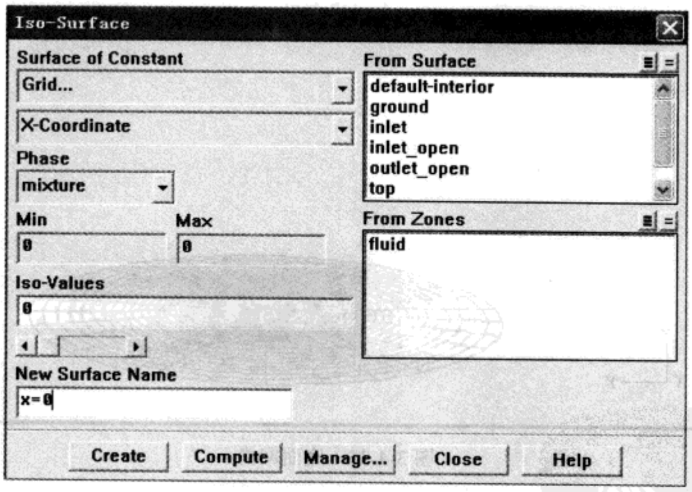


图 3-4-32 等值面设置对话框

在 Options 项选择 Draw Grid，打开绘制网格对话框，如图 3-4-34 所示。在 Surfaces 项仅选 ground；点击 Display，点击 Close。此时窗口显示流域中地面部分的网格如图 3-4-35 所示。

注：通过按住鼠标左键上下或左右移动可对图形进行转动操作，通过按住鼠标中键自左上到右下的移动可放大图形。

Fluent——流体工程仿真计算实例与分析

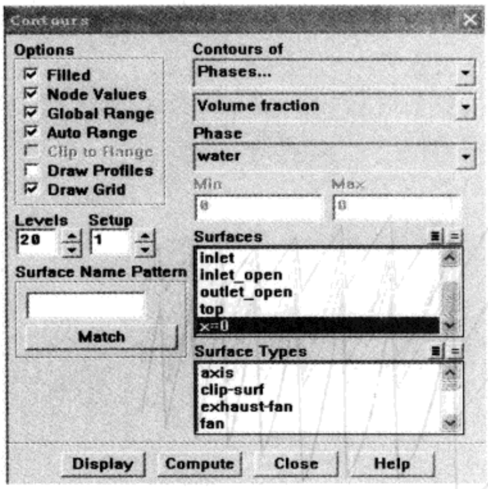


图 3-4-33　绘图设置对话框

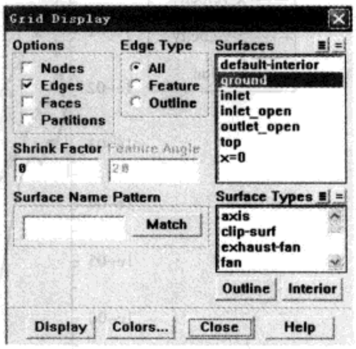


图 3-4-34　绘制网格对话框

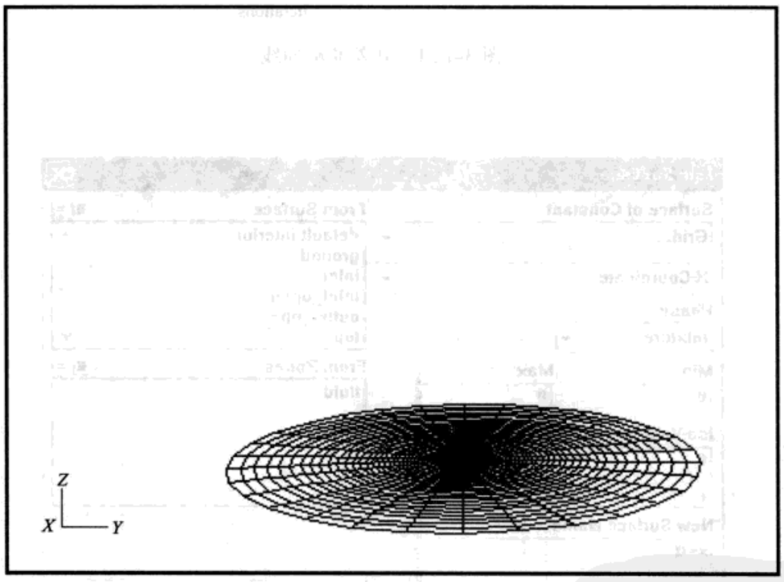


图 3-4-35　底面网格

点击 Display 按钮，显示在 t=0.01 s 时刻的水流情况如图 3-4-36 中红色部分所示。这表明水流经过 0.01 s 的时间喷出的高度约为 0.05 m。

8. 动画设置

为了更好地显示喷水过程，可进行动画演示设置。

点击 Solve→Animate→Define…，打开动画设置对话框，如图 3-4-37 所示。点击 Animation Sequences 右侧向上的箭头，使空白处显示数字 1；在 Name 项输入名字 spring；在 Every 项输入 10（每隔 10 个间隔采集一帧）；在 When 项选择 Time Step。

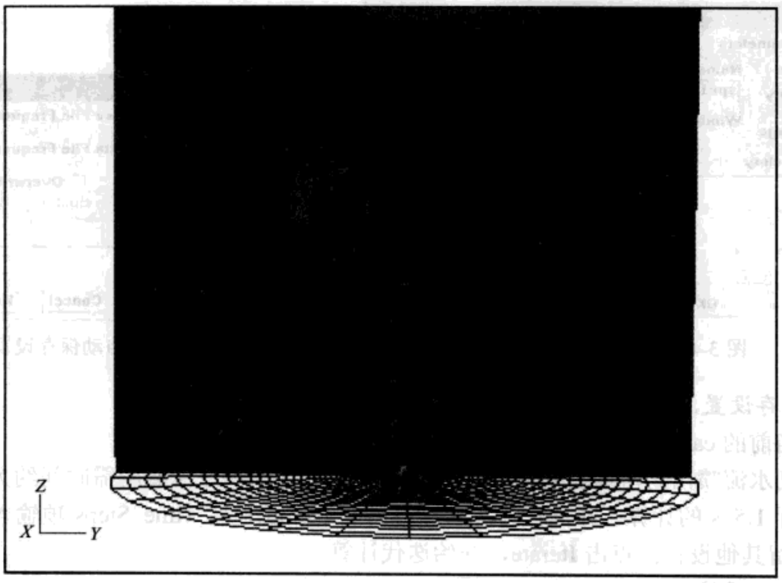


图 3-4-36 水流开始喷出

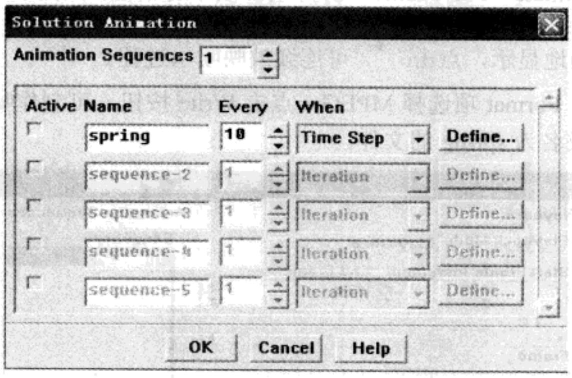


图 3-4-37 动画设置对话框

点击 Define...按钮，打开对话框，如图 3-4-38 所示。点击 Window 右侧向上的箭头，使内容为 1；点击 Set 按钮，有窗口打开，并显示当前的状态；在 Display Type 项选择 Contours，打开了绘图窗口，点击 Display，点击 Close，关闭对话框。点击 OK 按钮，确认设置。适当调整窗口内的图像，改善图形的显示效果。点击 OK 关闭动画设置对话框。

9. 设置自动保存文件

点击 File→Write→AutoSave…，打开自动保存设置对话框，如图 3-4-39 所示。在 Autosave Data File Frequency 项输入 500，表示每 500 个时间间隔保存一次数据文件；在 Filename 下面的栏内是默认的路径与文件名，保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

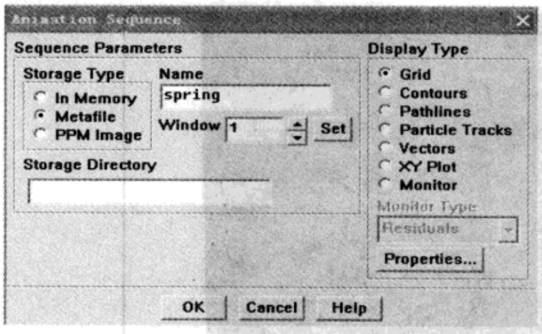


图 3-4-38　动画采集设置

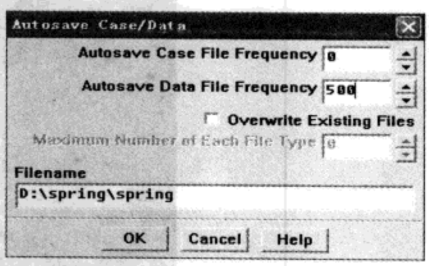


图 3-4-39　自动保存设置对话框

10. 保存设置，继续计算

保存当前的 case 与 data 文件。

考虑到水流喷出到落地需要的时间大于 1 s，而侧面风吹过流域所需时间约为 1.5 s，可考虑继续进行 1.5 s 的计算。在迭代计算对话框内的 Number of Time Steps 项输入时间间隔数 1 500；保留其他设置，点击 Iterate，开始迭代计算。

第 8 步：后处理

1. 制作喷流过程动画演示程序

点击 Solve→Animate→Playback…，打开动画演示对话框，如图 3-4-40 所示。点击 Frame 项的 可一帧一帧地显示，点击 可连续放映喷水过程。

在 Write/Record Format 项选择 MPEG，点击 Write 按钮，可制作喷水过程的动画文件，在当前文件夹下生成名为 spring 的文件。

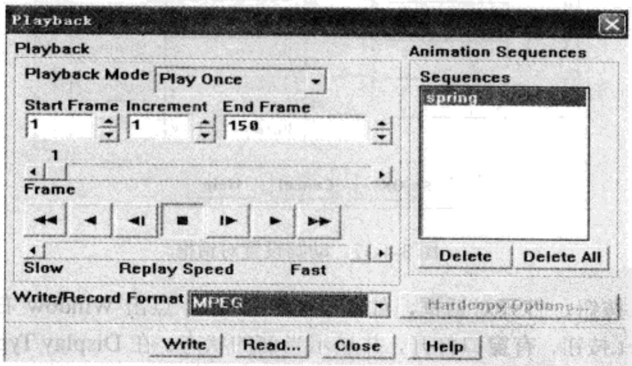


图 3-4-40　动画演示对话框

2. 绘制流线

点击 Display→Path lines…，打开绘制流线对话框，如图 3-4-41 所示。在右下方 Release from Surfaces 项仅选择 inlet；在 Options 项选择 Draw Grid；打开绘制网格对话框，如图 3-4-42 所示。

在 Surfaces 项仅选择 ground；点击下面的 Display 按钮；若要改变显示效果，可通过点

击 Colors...按钮打开显示效果对话框进行设置；若保留默认设置，点击 Close 关闭对话框。

点击流线设置对话框中的 Display 按钮，得到此时刻水流的流线如图 3-4-43 所示。

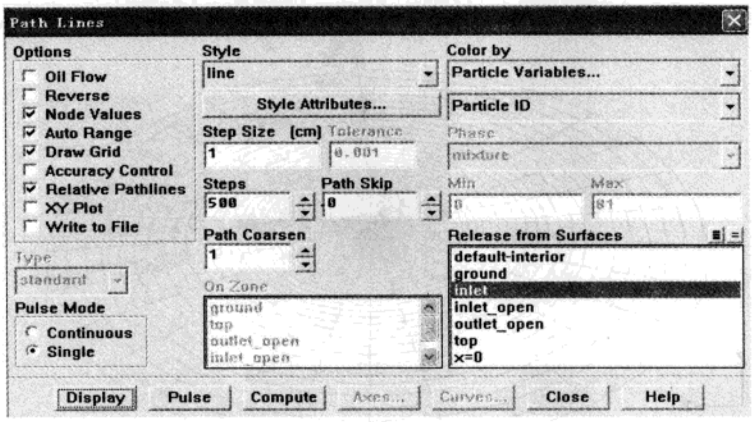


图 3-4-41 绘制流线对话框

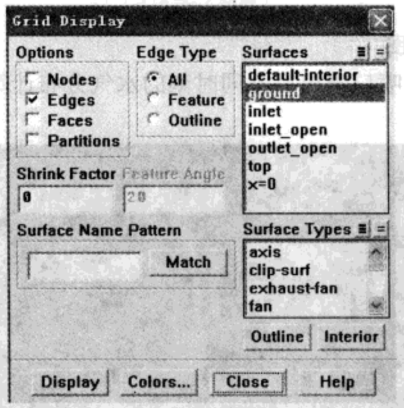


图 3-4-42 绘制网格对话框

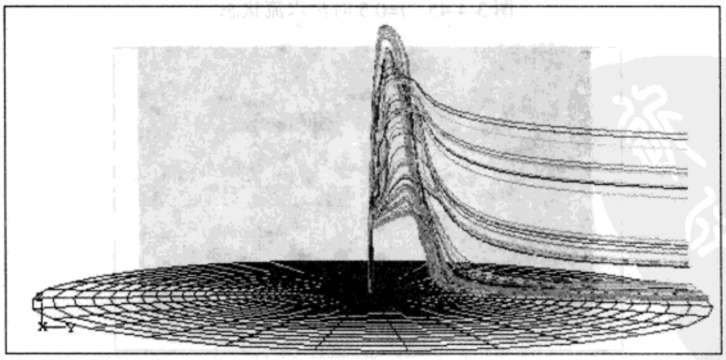


图 3-4-43 喷水流线图

在图 3-4-41 中 Pulse Mode 项选择 Continuous；点击 Pulse 按钮，得到喷水的动态显示效果如图 3-4-44 所示，此时 Pulse 按钮变成 Stop！按钮，点击 Stop！按钮可停止演示。

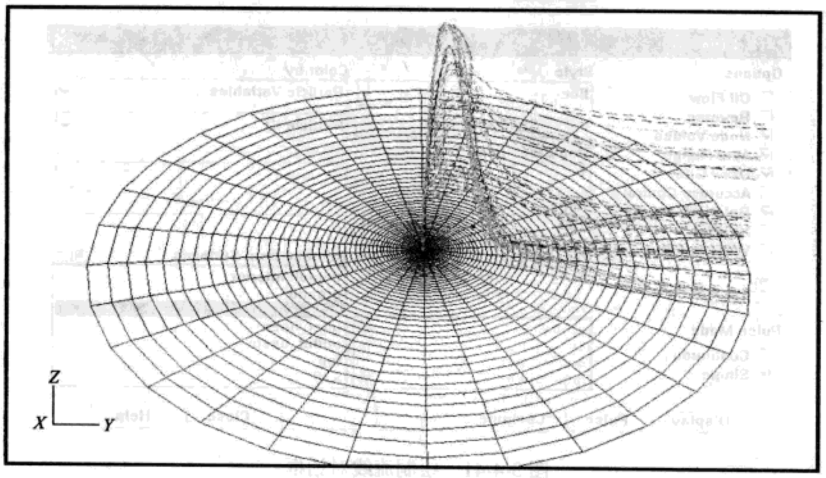


图 3-4-44　喷水动态显示

3. 不同时刻的水气分布图

在对称平面 $x = 0$ 上水自喷口喷出后不同时刻的水气分布计算结果如图 3-4-45，3-4-46，3-4-47 所示。

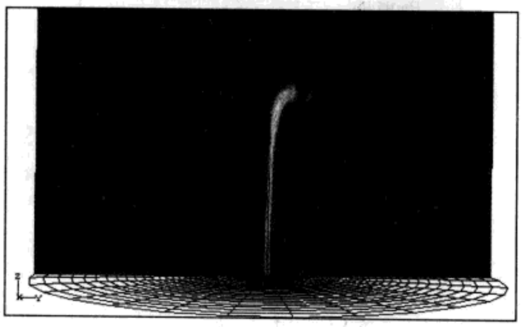


图 3-4-45　t=0.5 时刻水流状态

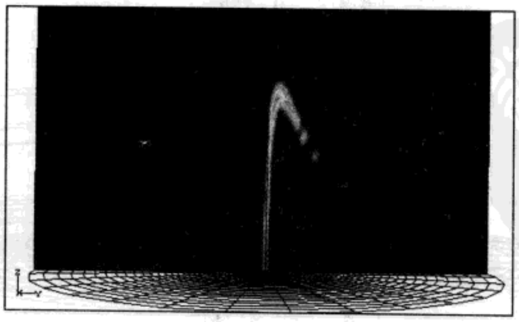


图 3-4-46　t=1.0 时刻水流状态

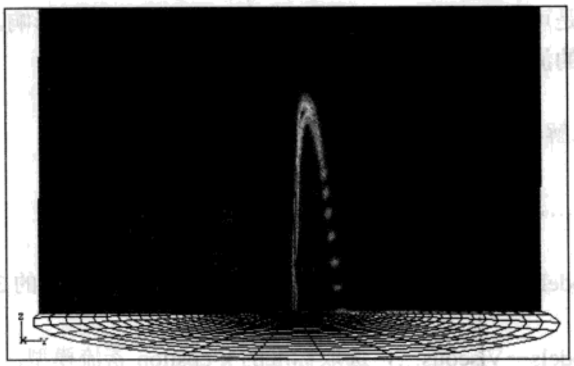


图 3-4-47 t=1.5 时刻水流状态

分析

在时间接近 0.5 s 时刻，水流也接近了喷流的最高点，随后水流开始向下落，这与前面的分析相吻合。另外，由于侧面风的影响，喷流有沿风向的偏移，这也与实际经验相符合。

讨论 1：空气混合沙粒喷出的非耦合计算

作为一个较为典型的另一个问题是喷口处喷出混有沙粒的气流，要研究沙粒喷出后的运动轨迹。这个问题在沙粒所占体积比例小于 10%时可以采用离散模型进行分析与计算。

已知侧面风速仍为 2 m/s；沙粒直径为 0.01 cm；沙粒的密度为 2 650 kg/m^3；沙粒喷出的速度为 20 m/s，质量流量为 0.1 kg/s。

分析 1：沙粒所占的体积比例

喷口直径为 0.02 m，喷出速度为 20 m/s，则喷出的流量为

$$Q_0 = \frac{\pi d^2}{4}V = \frac{\pi}{4}\times 0.02^2 \times 20 = 0.006\,28\ \text{m}^3/\text{s}$$

喷出沙粒所占体积为

$$Q_s = \frac{M_s}{\rho_s} = \frac{0.1}{2\,650} = 0.000\,037\,8\ \text{m}^3/\text{s}$$

沙粒所占体积比例为

$$Q_s / Q_0 = 0.006 = 0.6\% < 10\%$$

由于沙粒的体积比例小于 10%，可采用离散模型进行计算。

分析 2：沙粒喷射高度

沙粒喷出后，由于受到空气阻力较大，不可能是不计空气阻力的自由落体运动，其喷射高度也不会达到

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{20^2}{2\times 9.81} = 20.20\ \text{m}$$

根据以上的分析，下面利用前面的计算区域和网格开始进行计算。

讨论 1 采用非耦合计算，求解步骤如下：

① 计算连续相流场。

② 显示从喷射源开始的颗粒轨道。

对于非耦合计算方法，完成了上述两个步骤后，就可显示颗粒轨迹了。颗粒轨迹在其显示的时候开始计算，计算基于连续相流场的计算结果。当离散项在流场中的质量及动量承载

率很低时，这种方法是可接受的。此时，连续相流场不受离散相的影响。

第1步：连续相的流动计算

1. 启动 Fluent

启动 Fluent-3d 求解器，读入网格文件 d:\spring\spring.msh。

2. 确定长度单位

点击 Grid→Scale…，确定长度单位为 cm。

3. 选取求解器

点击 Define→Model s→Solver…，选取非耦合的、隐式的、定常的 3D 求解器。

4. 选取紊流模型

点击 Define→Models→Viscous…，选取标准的 k-epsilon 紊流模型。

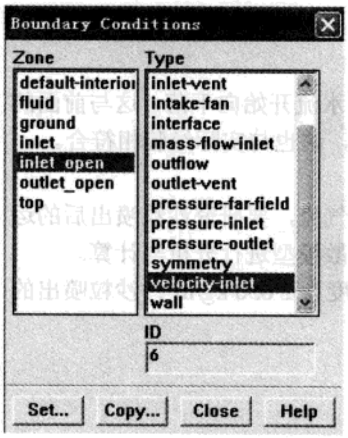


图 3-4-48 边界条件设置对话框

5. 选取默认的材料

点击 Define→Materials…，Fluent 默认的流体材料为空气。

6. 选取默认的操作条件

点击 Define→Operating Conditions…，首先对无沙粒喷射进行计算，由于对空气而言，重力的影响甚微，可以不考虑重力的影响。

7. 确定边界条件

点击 Define→Boundary Conditions…，打开边界条件设置对话框，如图 3-4-48 所示。

① inlet_opne 边界，空气以速度 2 m/s 沿 y 轴正方向流入。

② inlet 边界，水以速度 20 m/s 沿 z 轴正方向喷出。

③ 其他边界采用默认设置。

8. 设置求解控制参数

点击 Solve→Controls→Solution…，打开设置对话框，如图 3-4-49 所示，选取默认设置即可。

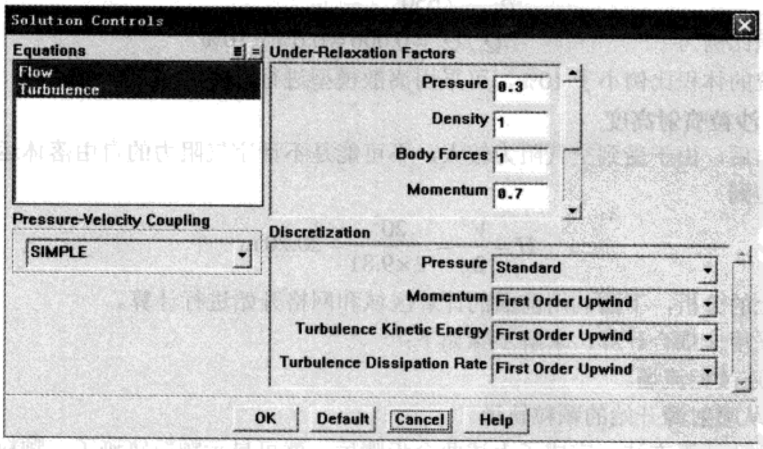


图 3-4-49 求解控制参数设置对话框

9. 流场初始化

点击 Solve→Initialize→Initialize…，用速度入流边界 inlet_open 的参数对流场进行初始化。

10. 打开残差监视器

点击 Solve→Monitors→Residual…，在 Options 项选择 Print 和 Plot；保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

11. 开始计算

点击 Solve→Iterate…，打开迭代计算设置对话框如图 3-4-50 所示。设置 Number of Iterations 项为 500，点击 Iterate 按钮。经过 74 次迭代计算，残差收敛，残差监测曲线如图 3-4-51 所示。

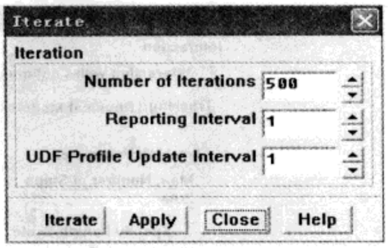


图 3-4-50 迭代计算设置对话框

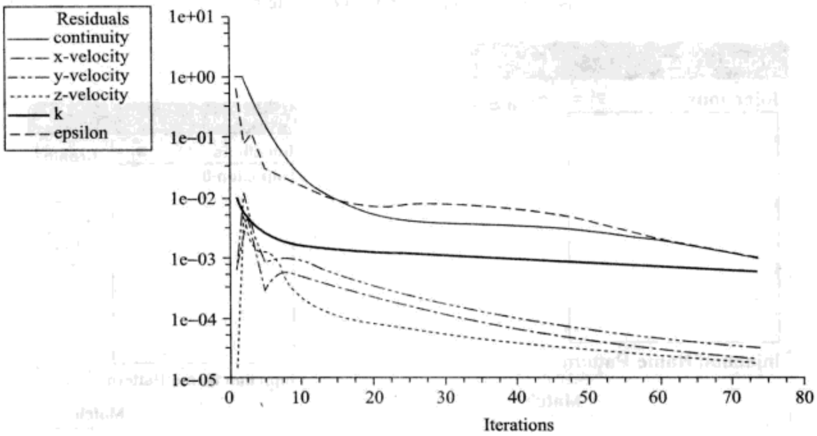


图 3-4-51 残差监测曲线

12. 保存文件

点击 File→Write→Case & Data，在文件名项填入 spring_air；点击 OK。

第 2 步：进行喷沙流动的计算

1. 设置离散相

点击 Define→Models→Discrete Phase…，打开离散相模型设置对话框，如图 3-4-52 所示，选取默认设置，点击 OK。

注：在 Interaction 项可以选择 Interaction with Continuous Phase（颗粒与空气的相互作用），并可采用适当的物理模型计算颗粒的受力等。

2. 设置颗粒射流

点击 Define→Injections…，打开颗粒射流设置对话框，如图 3-4-53（a）所示。点击 Create 按钮，在打开的射流属性对话框中点击 OK 按钮，得到对话框，如图 3-4-53（b）所示（后面再进行设置），创建了名为 injection-0 的射流源。

注：在创建射流源的射流属性对话框中，在 Material 项 Fluent 提供了若干材料，若有所需要的，可以选定。对于本节的沙粒，材料库中没有，需要重新创建。

① 在 Name 项输入材料名 sand。

② 在 Material Type 项选择 Inert-particle。

③ 在 Properties 项的 Density，输入密度 2 650。

④ 点击下面的 Change/Create 按钮。

此时在 Fluent Inert Particle Materials 下拉列表中增加了材料 sand。

4. 设置沙粒喷射源面属性

点击 Define→Injections…，打开对话框，如图 3-4-53（b）所示，在 Injections 项选择 injection-0；点击 Set...按钮，打开射流属性设置对话框，如图 3-4-55 所示。

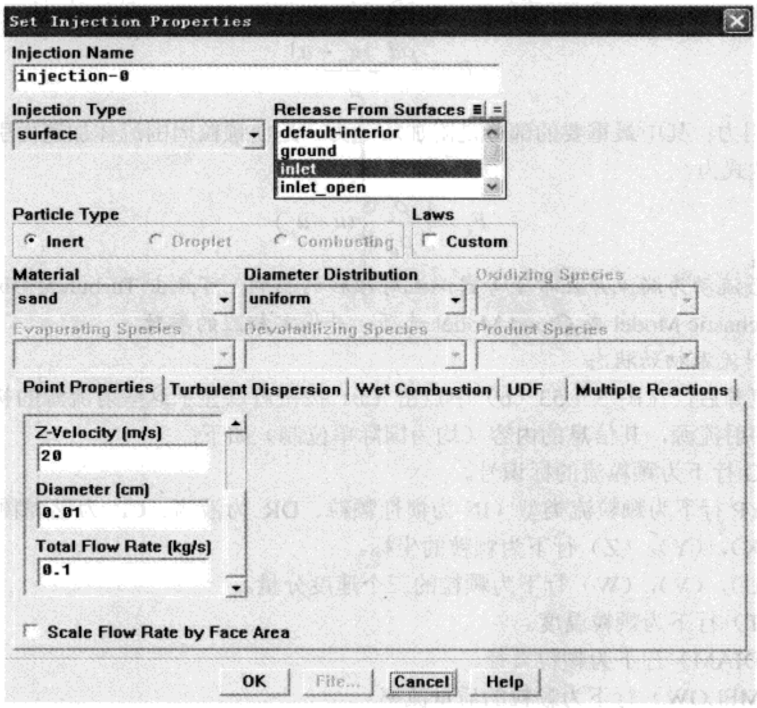


图 3-4-55 射流属性设置对话框

① 在 Injection Type 项选择 surface（面射流源的颗粒流初始位置处在已经设定好的某个面上）。

② 在 Release From Surfaces 项选择 inlet。

③ 在 Material 项选择 sand。

④ 在 Point Properties 选项卡中，Z-Velocity 项输入喷出速度 20 m/s；Diameter 项输入沙粒直径 0.01 cm；Total Flow Rate 项输入喷射质量流量 0.1 kg/s。

⑤ 点击 OK 按钮。

注：在 Particle Type 项，选择 iner 表示是惯性颗粒，服从力平衡以及受到加热或冷却影响的一种离散相类型（颗粒、液滴或气泡）。

在 Fluent 任何模型中，惯性颗粒总是可选的。Fluent 通过积分拉氏坐标系下的颗粒作用

点击 Define→Injections…，选中 injection-0，点击 List 按钮，显示所有颗粒的信息。特别察看编号为 1 的颗粒，初始位置在（0.007 91，0.004 23，0.00）。

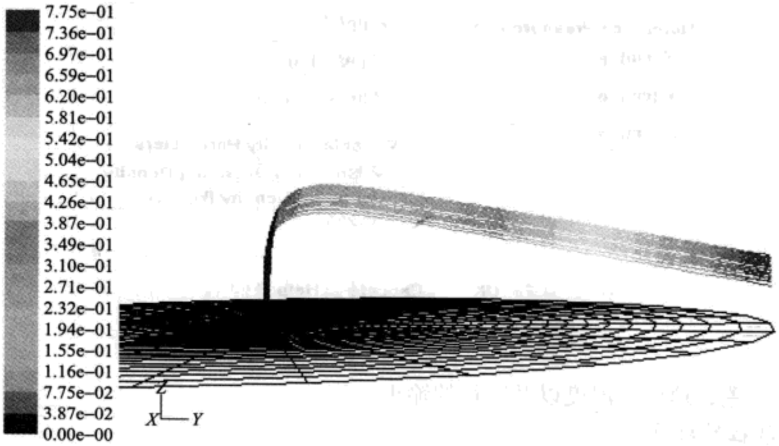


图 3-4-58　沙粒轨迹图

点击 Display→Particle Tracks…，打开颗粒轨迹对话框，如图 3-4-59 所示。在 Release from Injections 项选择 injection-0；选择 Track Single Particle Stream；在 Stream ID 项输入 1，表示选择编号为 1 的颗粒；在 Skip 项设为 0；点击 Display 按钮，得到单个颗粒轨迹如图 3-4-60 所示。

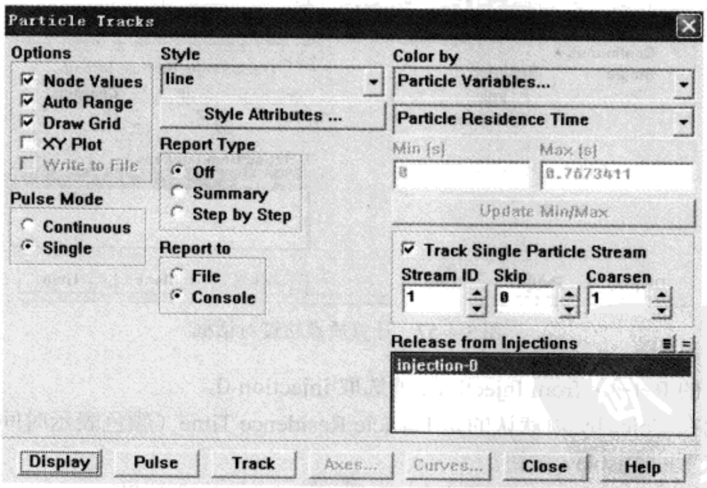


图 3-4-59　单颗粒轨迹对话框

3. 单颗粒轨迹数据的输出

点击 Display→Particle Tracks…，打开颗粒轨迹输出对话框，如图 3-4-61 所示。

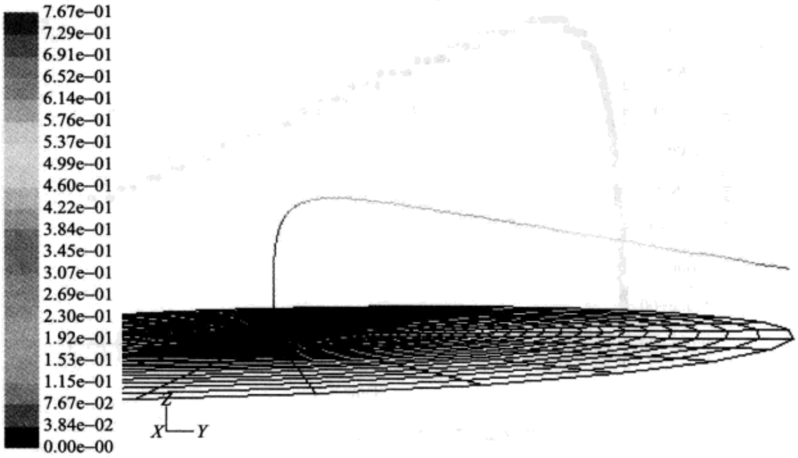


图 3-4-60 单颗粒轨迹

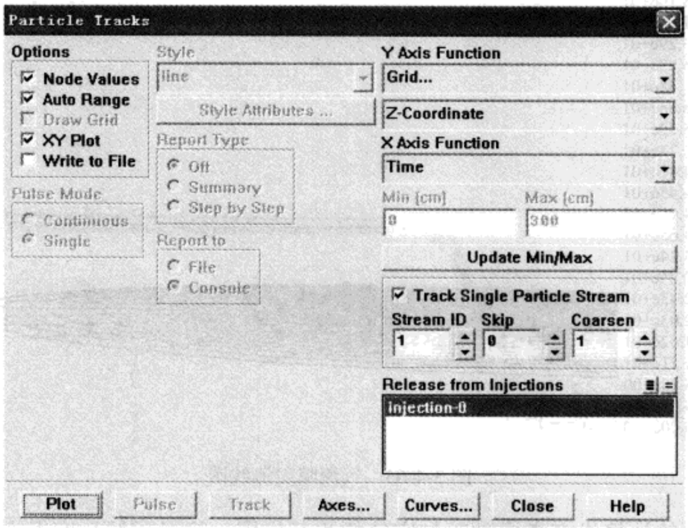


图 3-4-61 单颗粒轨迹数据输出

① 在 Options 项选择 XY Plot（同时选择 Write to File，将会把数据存入文件中，可用记事本或 word 等软件打开查看）。

② 在 Y Axis Function 项选择 Grid…和 Z-Coordinate。

③ 在 X Axis Function 项选择 Time。

④ 其他设置如图所示，点击 Plot 按钮。

得到编号为 1 的沙粒喷射高度与时间的曲线图如图 3-4-62 所示。

4. 显示气体喷出后的轨迹

点击 Display→Path lines…，为了对比分析，可将空气喷出后的运动轨迹显示，如图 3-4-63 所示。

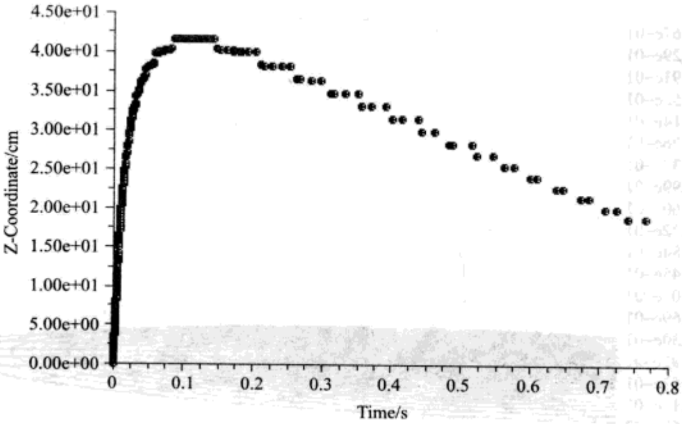


图 3-4-62　单颗粒轨迹 XY 图

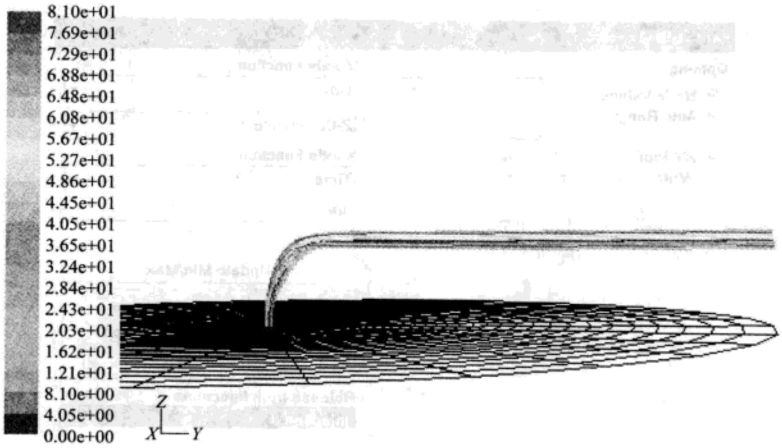


图 3-4-63　气流喷射流线图

分析：前面的计算没有考虑颗粒与空气的相互作用，这对颗粒尺度很小时是可以的，但对于有较大尺度的颗粒而言，计算结果误差会较大。从沙粒的运动轨迹来看，沙粒喷出后，由于颗粒密度比空气大得多，惯性大使得喷射得较高；受空气阻力和重力的作用，在上升到一定高度后开始下落；在侧面风的作用下，沙粒有沿着 y 轴正方向的运动；将喷口喷出的空气的运动轨迹与沙粒的轨迹进行对比，明显看出了喷射高度不同且运动轨迹也不同等区别。但由于没有考虑沙粒与空气的相互作用，故计算结果还有待进一步讨论。

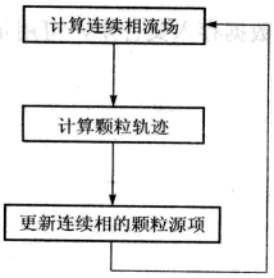


图 3-4-64　耦合计算过程图

讨论 2：离散相模型的耦合计算

当问题包含较高的质量/动量承载率时，为了考虑离散相对连续相的影响，必须使用耦合的方法。耦合计算过程如图 3-4-64 所

示，耦合两相计算过程如下：

① 计算得到收敛或连续的相流场。

② 再创建喷射源进行耦合计算。

③ 使用已经得到的颗粒计算结果中的相间动量、热量、质量交换项重新计算连续相流场。

④ 计算修正后的连续相流场中的颗粒轨迹。

⑤ 重复上述计算，直到获得收敛解。

在每一轮离散相的计算中都要计算颗粒轨迹并且更新每一个流体计算单元内的相间动量、热量以及质量的交换。然后，这些交换项就会作用到随后的连续相的计算。耦合计算时，Fluent 在连续相迭代计算的过程中，按照一定的迭代步数间隔来计算离散相迭代。直到连续相的流场计算结果不再随着迭代步数加大而发生变化（即达到了所有的收敛标准），耦合计算才会停止。当达到收敛时，离散相的轨迹也不再发生变化（若离散相轨迹发生变化将会导致连续相流场的变化）。

1. 读入 spring_sand.cas 和 spring_sand.dat 文件

点击 File→Read→Case&Data。

2. 将求解器改为耦合求解器

点击 Define→Models→Solver...，打开耦合求解器设置对话框，如图 3-4-65 所示。

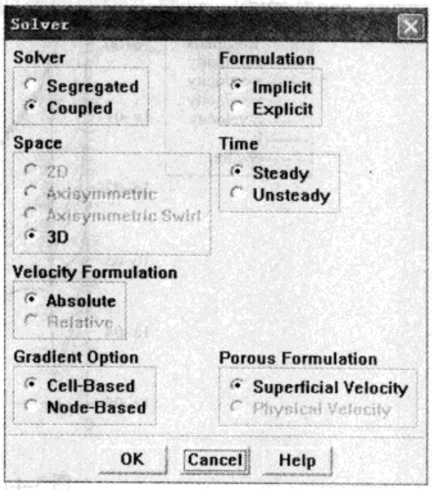


图 3-4-65 耦合求解器设置对话框

3. 设置离散相模型

点击 Define→Models→Discrete Phase Model...，打开离散相设置对话框，如图 3-4-66 所示。

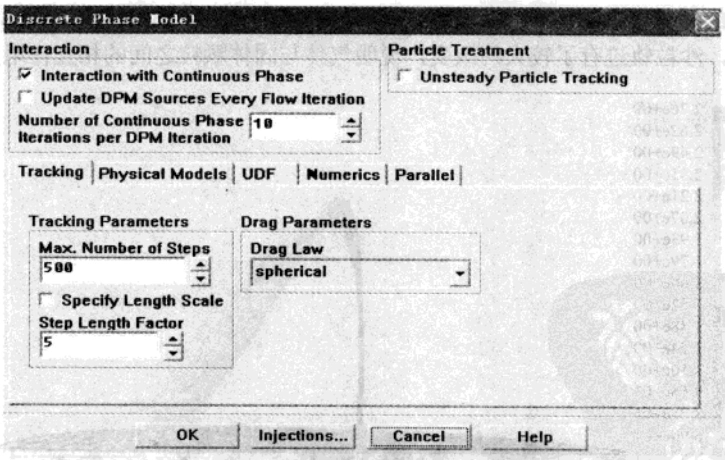


图 3-4-66 离散相模型设置对话框

① 在 Interaction 项选择 Interaction with Continuous Phase。

② 保留其他默认设置，点击 OK 按钮。

在 Number of Continuous Phase Iterations per DPM Iteration 文本框中设定颗粒轨迹的计算频

率（即连续相迭代多少步，就进行一轮离散相的计算），若此参数为 10，即意味着在连续相进行了十步迭代后，就开始离散相的迭代计算。两个离散相计算中间应该间隔多少连续相的迭代步，要视问题的物理意义而定。若此参数设定为 0，那么 Fluent 将不进行离散相的耦合计算。

4. 进行迭代计算

点击 Solve→Iterate...，打开求解计算对话框。设置迭代计算次数为 1 000，点击 Iterate 按钮进行计算。当迭代次数到 1 161 时，计算收敛。保存 case 和 data 文件，文件名为 spring_sand_coupl。计算过程的残差曲线如图 3-4-67 所示。

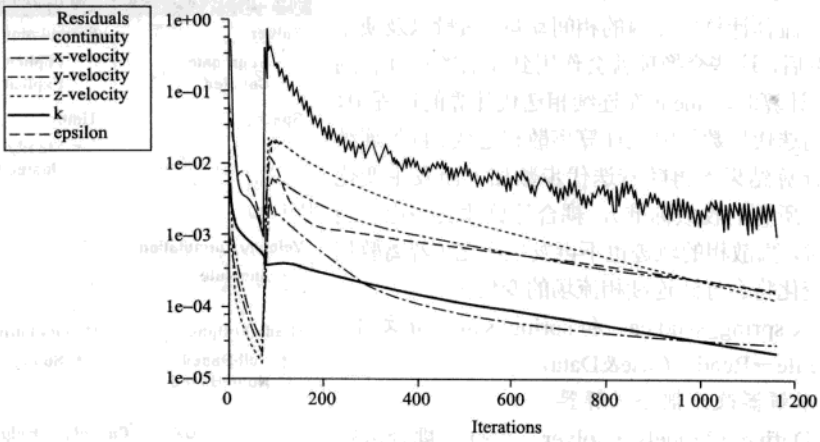


图 3-4-67　耦合计算残差收敛曲线

5. 计算结果的后处理

（1）沙粒流的轨迹。

计算结果的后处理方法前面已有叙述，此时沙粒流的轨迹如图 3-4-68 所示。与前面非耦合计算结果相比，沙粒轨迹有了较大的改变，说明气体与固体颗粒之间的相互作用是不能忽略的。

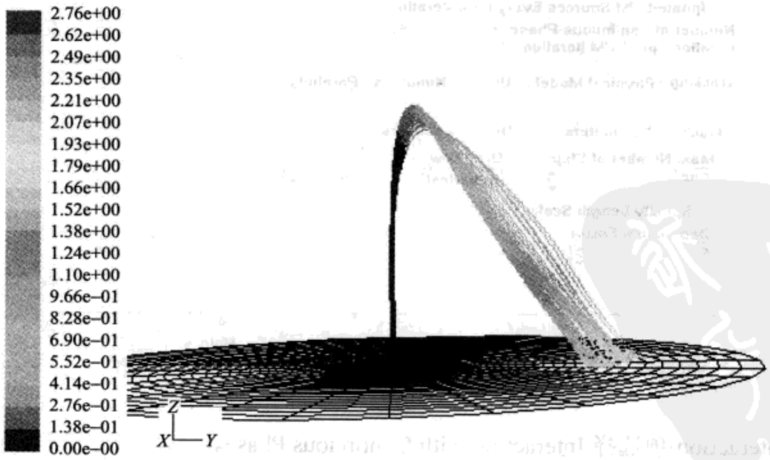


图 3-4-68　颗粒流轨迹图

（2）单个沙粒的轨迹。

仍然选取编号为 1 的沙粒，其轨迹如图 3-4-69 所示，其喷射高度与时间的关系曲线如图 3-4-70 所示。由图中可见，其喷射高度约为 1.1 m，较非耦合的 0.43 m 大了许多。

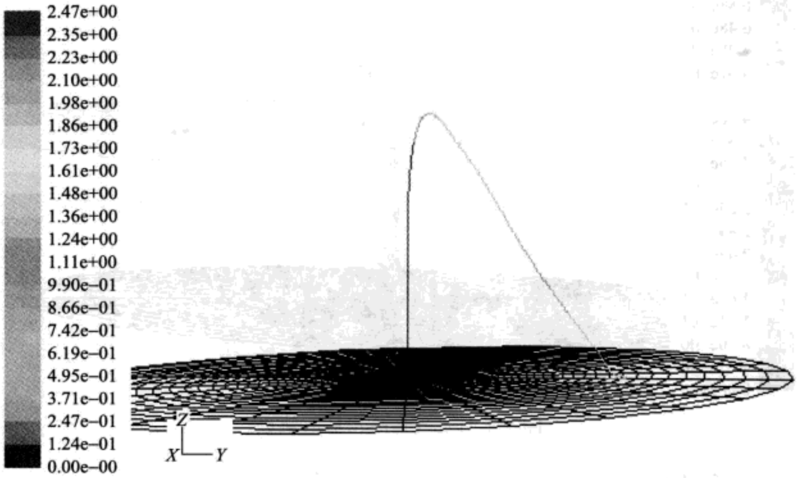


图 3-4-69　单颗粒轨迹图

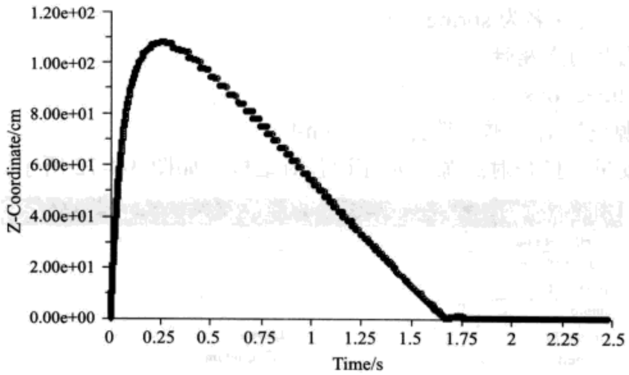


图 3-4-70　单颗粒高度随时间的变化

（3）气体喷射后的轨迹。

气体经喷口喷出后，由于与沙粒的相互作用，其流动轨迹也发生了变化，气流轨迹如图 3-4-71 所示。

由上面的计算可明显看出，气体与固体之间的相互作用以及颗粒与颗粒之间的相互作用是非常明显的，颗粒的运动轨迹不但与喷射速度、气固相互作用有关，并且与射流源的流量也有着密切的关系。

讨论 3：单个颗粒源的点属性设置

前面用的是单射流源的面（Surface）属性设置，为了进一步讨论离散相与连续相的相互作用，现采用耦合的方法计算在（0，0，0）点处喷射一个沙粒源后的流动，研究此点沙粒源

喷射后的运动。

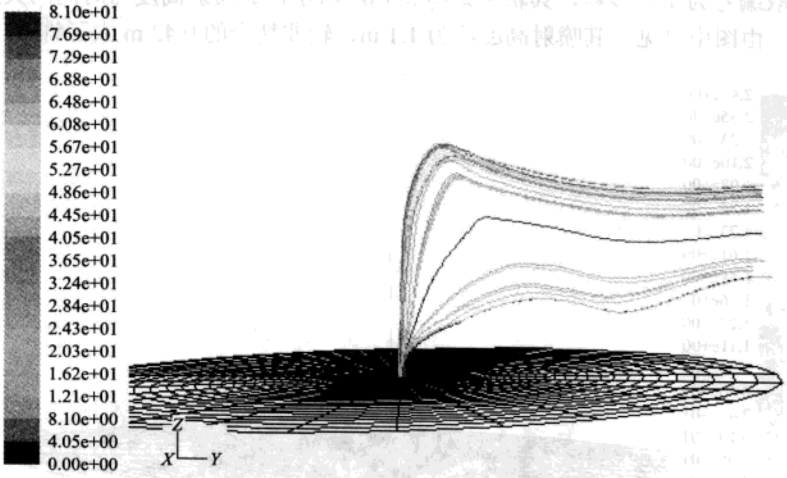


图 3-4-71　气体喷出后的轨迹

1. 读入 case 和 data 文件

（1）case 文件的文件名为 spring_sand_coup。

（2）data 文件的文件名为 spring_air。

2. 设置单射流源的点属性

点击 Define→Injections…。

① 打开射流源设置对话框，选择 Injection-0。

② 点击 Set 按钮；打开射流源点属性设置对话框，如图 3-4-72 所示。

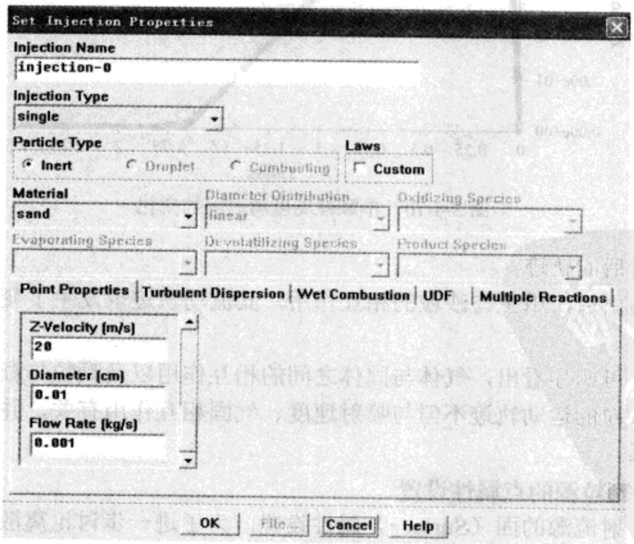


图 3-4-72　射流源点属性设置

③ 在 Injection Type 项选择 Single。

④ 在 Point Properties 项，进行如下的初始条件设置：

（i）位置 X-Position = 0, Y-Position = 0, Z-Position = 0；

（ii）速度 X-Velocity = 0, Y-Velocity = 0, Z-Velocity = 20 m/s（射流初始速度）。

（iii）直径 Diameter = 0.01 cm（颗粒的初始直径）。

（iv）质量流量 Flow Rate = 0.001 kg/s（单位时间内喷出的颗粒质量）。

⑤ 点击 **OK** 按钮。

3. 进行耦合计算

根据上面的设置进行迭代计算，当迭代到 428 次后残差收敛，残差监测曲线如图 3-4-73 所示。

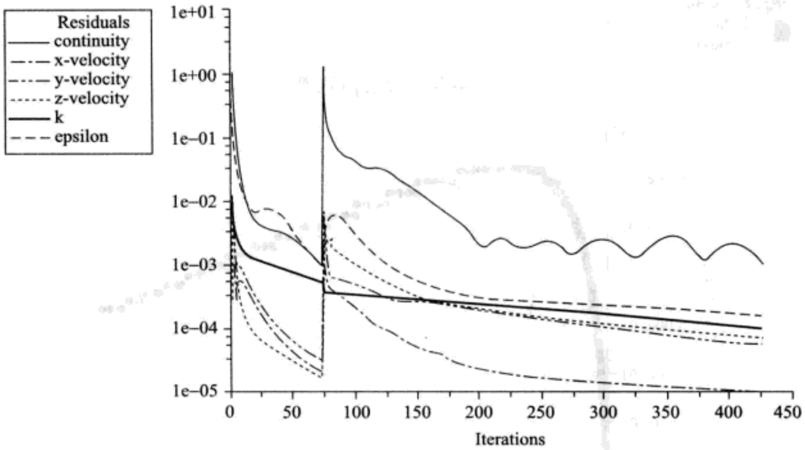


图 3-4-73 残差监测曲线

保存文件，文件名为 spring_sand_single。

4. 计算结果的后处理

按照前面的操作，可得到自（0，0，0）点喷射出的颗粒轨迹如图 3-4-74 所示，其运动轨迹数据如图 3-4-75 所示。

结论

对于类似于灰尘、烟灰等尺度在微米级的颗粒来说，当其所占体积比例较小时，由于灰尘的随动性较好，仅采用离散相的非耦合计算，结果是可接受的。但对于较大的颗粒，必须要考虑气体与固体之间的相互作用，采用气固耦合算法进行计算。另外，颗粒喷射后的轨迹与喷射量有密切的关系，这一点读者可自行验证。另外，多相流问题在理论上目前仍然是很不完善的，从而数值模拟也不可能很理想，这方面还有待进一步研究与提高。

练习 1：将喷口处的水流速度改为 6 m/s，重新计算喷流过程。

练习 2：将沙粒直径变为 0.02 cm，其他条件不变，结果会怎样？

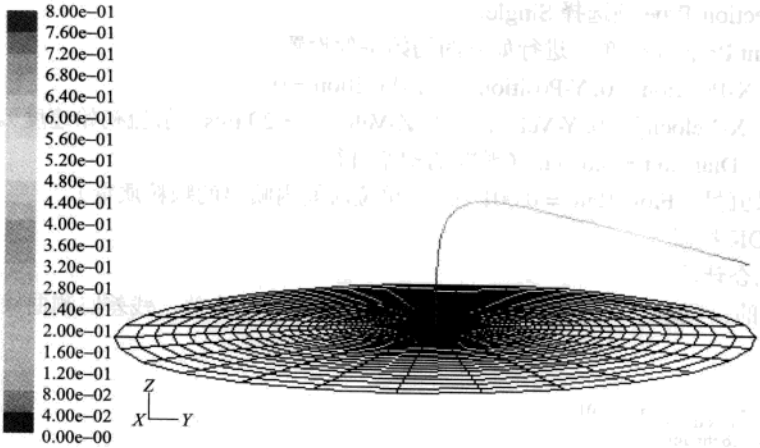


图 3-4-74　点射流轨迹

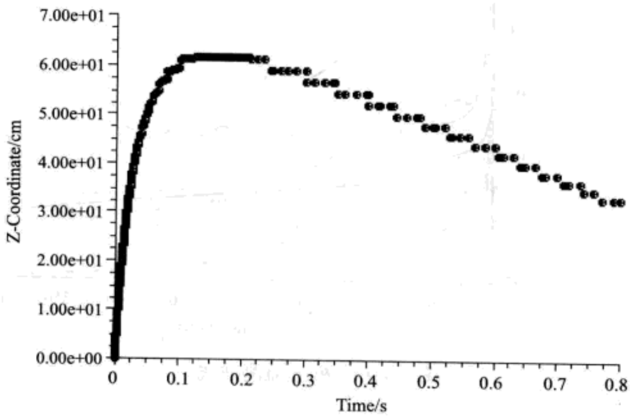


图 3-4-75　喷射高度与时间的关系曲线

练习：参考图 3-4-41，颜色表示速度的曲线，如图 3-4-76 所示，请读者自行验证。

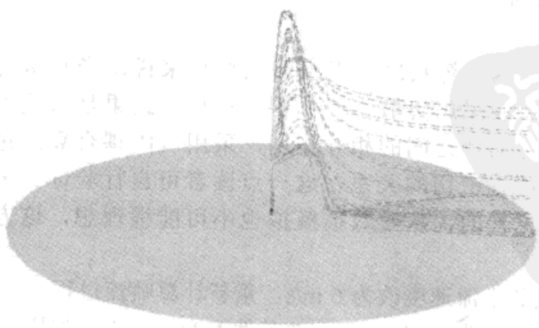


图 3-4-76　用颜色表示速度大小的射流轨迹图

参 考 文 献

[1] 张也影. 流体力学［M］. 北京：高等教育出版社，1999.
[2] 杨世铭，陶文铨. 传热学［M］. 北京：高等教育出版社，2002.
[3] 舒士甄，等. 叶轮机械原理［M］. 北京：清华大学出版社，1991.
[4] 侯晖昌. 减阻力学［M］. 北京：科学出版社，1987.
[5] 于勇，等. Fluent 入门与进阶教程［M］. 北京：北京理工大学出版社，2008.
[6] John D.Anderson，Jr. Computational Fluid Dynamics［M］. 北京：清华大学出版社，2002.
[7] Gambit 2.2 User's Guide. Fluent Inc.
[8] Fluent 6.2 User's Guide. Fluent Inc.